Apellido y Nombres: ________________________________

Carrera: ________ DNI: ________________________________

[Llenar con letra mayúscula de imprenta GRANDE]

Universidad Nacional del Litoral
Facultad de Ingeniera y Ciencias Hdricas
Departamento de Informtica

Teora de la Computacin

Parcial 1, tema 3 [Jueves 17 de Septiembre de 2009]

La evaluación dura 3 (tres) horas. Cada ejercicio debe sumar algún puntaje. Entregar en hojas separadas por ejercicio, numeradas, cada una con el Apellido en el Margen Superior Derecho. Entregar este enunciado. Respuestas incompletas reciben puntajes incompletos y cero si no justifica. No usar celulares, libros, ni apuntes.

1) a) Considere una isla con dos clases de habitantes: los honrados, que siempre dicen la verdad, y los villanos, que siempre mienten. Se encuentran a dos habitantes de tal isla A y B. Qué son A y B, si A dice "B es una persona honrada", y B dice "los dos somos de clases opuestas"?

b) La siguiente frase se ha tomado de un manual: "Si la base de datos del directorio está abierta, el monitor se pone en estado cerrado si el sistema no está en el estado inicial". Esta especificación es complicada de entender, pues involucra dos implicaciones. Encuentre una especificación equivalente, más fácil de entender, que incluya disyunciones o negaciones pero no implicaciones.

c) Una encuesta con 151 personas sobre 3 programas de televisión A: "Dr. House", B: "Huracanes", C: "Desastres naturales", encontró que 68 ven A, 61 ven B, 52 ven C, 16 ven tanto A como B, 25 ven tanto A como C, 19 ven tanto B como C, y que 26 no miran ninguno de estos programas. £Cuántas personas ven los tres programas?

2) Dada la relación $f(n) = (3^n + 1)/5$, de A al conjunto B, donde $A = \mathbb{N}$ es el conjunto de los números enteros positivos:

Si fuera $B = \mathbb{N}$, es $f(n)$ una función? Si lo fuera, clasifíquela.

b) Defina B que asegure la existencia de la función inversa $f^{-1}(n)$, y encuéntrela.

c) Con el conjunto B hallado en $2b$ encuentre dos elementos de $C = A \cap B$.

3) a) (i) Justificar si $\emptyset = \{\emptyset\}$, esto es, si fuera verdad que $\emptyset \subseteq \{\emptyset\} \wedge \{\emptyset\} \subseteq \emptyset$; (ii) Sean A, B y C tres conjuntos de manera que $C \cap B = B \cap A$ y $|C \cup B| = |C|$, determine la relación existente entre B y $C \cap A$ y el valor de $B - A$.

b) Dados dos conjuntos A, B, demostrar $A \cap (A \cup B) = A$, probando que $A \cap (A \cup B) \subseteq A$ y que $A \subseteq A \cap (A \cup B)$, esto es, tomando un elemento en un conjunto y ver que está en el otro. Luego al revés, demostrando la doble inclusión. No bastará usar la equivalencia lógica de las definiciones.

c) Demostrar, con y sin tablas de verdad, si $[p \wedge (p \to q)] \to q$ fuera una tautología.

4) a) Dada la función proposicional $P(x, y)$ cuyo dominio de discurso es $D = \{d_1, d_2, ..., d_n\}$, con $n = |D|$ y $x, y \in D$, escriba un algoritmo `boolean Paratodox_Existey (P,D,n)` que devuelve *True* si $\forall x\ \exists y\ P(x, y)$ es verdadero y *False* en caso contrario.

b) Sea la función $f : X \to Y$. A partir de $\neg(\forall x \forall y\ ((f(x) = f(y)) \to (x = y))$, deducir la condición equivalente $\exists x \exists y((f(x) = f(y) \wedge (x \neq y))$, para todo $x, y \in X$, Qué expresan estas condiciones con respecto a si f es inyectiva, sobreyectiva o biyectiva?

c) Escriba un algoritmo `es_sobreyectiva (A,m,n)` que reciba la matriz $A \in \mathbb{I}^{m \times n}$, con $\mathbb{I} = \{0, 1\}$ de una relación $f : X \to Y$, con $m = |X|$ y $n = |Y|$, que devuelva *True* si la misma representa una función sobreyectiva, y *False* en otro caso.