Apellido y Nombres: ______________________________

Carrera: ________ DNI: ______________________________

[Llenar con letra mayúscula de imprenta GRANDE]

Universidad Nacional del Litoral
Facultad de Ingeniera y Ciencias Hdricas
Departamento de Informtica

Teora de la Computacin

Parcial 1, tema 2 [Jueves 17 de Septiembre de 2009]

La evaluación dura 3 (tres) horas. Cada ejercicio debe sumar algún puntaje. Entregar en hojas separadas por ejercicio, numeradas, cada una con el Apellido en el Margen Superior Derecho. Entregar este enunciado. Respuestas incompletas reciben puntajes incompletos y cero si no justifica. No usar celulares, libros, ni apuntes.

1) Las hermanas Mezzi: Florencia (19 años), Daniela (24 años), María (29 años) y Paula (32 años) juegan o han jugado hóckey.

   Se sabe que María o Daniela han jugado en España. Florencia o Paula, pero no ambas, jugaron en España. Si Paula jugó en España, lo hizo también Daniela. Si Daniela y María jugaron en España, también lo hicieron María y Paula. Escriba en lenguaje formal "Existe una hermana Mezzi que no ha jugado en España". Especifique la proposición, el ámbito de esta proposición, y para qué elemento de ese ámbito es verdadera, basándose en las sfirmaciones anteriores.

   b) La familia ha decidido que en los picaditos familiares en un mismo equipo siempre haya dos y sólo dos de ellas, y que en ese equipo haya una de las *grandes* (María o Paula) y una de las *chicas* (Florencia o Daniela). Encuentre una función $f(M, F, D, P)$ que sea verdadera si y sólo si en el equipo considerado hay una hermana grande y una hermana chica. *(Sugerencia: considere la proposición M (x): María está en el equipo, y las proposiciones equivalentes a las otras hermanas).*

   c) Demostrar que todos los 17 de septiembre la suma de las sus edades es par.

2) Dada la relación $f(n) = (3^n - 1)/5$, de A al conjunto B, donde $A = \mathbb{N}$ es el conjunto de los números enteros positivos:

   a) Si fuera $B = \mathbb{N}$, es $f(n)$ una función? Si lo fuera, clasifíquela.

   b) Defina B que asegure la existencia de la función inversa $f^{-1}(n)$, y encuéntrela.

   c) Con el conjunto B hallado en $2b$ encuentre dos elementos de $C = A \cap B$.

3) a) (i) Demostrar que para cualquier conjunto H se tiene que $H \subseteq H$; (ii) Sean A, B y C tres conjuntos de manera que $C \cap B = B \cap A$ y $|C \cup B| = |C|$, determine la relación que hay entre B y $C \cap A$ y el valor de $B - A$.

   b) Dados los conjuntos A, B, C, demostrar $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$, tomando un elemento en un conjunto y ver que está en el otro. Luego al revés, demostrando la doble inclusión. No bastará usar la equivalencia lógica de las definiciones.

   c) Demostrar con y sin tablas de verdad que la implicación $p \to (p \vee q)$ es una tautología.

4) a) Dada la función proposicional $P(x, y)$ cuyo dominio de discurso es $D = \{d_1, d_2, ..., d_n\}$, con $n = |D|$ y $x, y \in D$, escriba un algoritmo `boolean Paratodox_Existey (P,D,n)` que devuelve *True* si $\forall x\ \exists y\ P(x, y)$ es verdadero y *False* en caso contrario.

   b) Sea la función $f : X \to Y$. A partir de $\neg(\forall x \forall y\ ((f(x) = f(y)) \to (x = y))$, deducir la condición equivalente $\exists x \exists y((f(x) = f(y) \wedge (x \neq y))$, para todo $x, y \in X$, Qué expresan estas condiciones con respecto a si f es inyectiva, sobreyectiva o biyectiva?

   c) Escriba un algoritmo `es_sobreyectiva (A,m,n)` que reciba la matriz $A \in \mathbb{I}^{m \times n}$, con $\mathbb{I} = \{0, 1\}$ de una relación $f : X \to Y$, con $m = |X|$ y $n = |Y|$, que devuelva *True* si la misma representa una función sobreyectiva, y *False* en otro caso.