Apellido y Nombres: ______________________

Carrera: ________ DNI: ______________________

[Llenar con letra mayúscula de imprenta GRANDE]

Universidad Nacional del Litoral
Facultad de Ingeniera y Ciencias Hdricas
Departamento de Informtica
Teora de la Computacin

Parcial 1, tema 1 [Jueves 17 de Septiembre de 2009]

La evaluación dura 3 (tres) horas. Cada ejercicio debe sumar algún puntaje. Entregar en hojas separadas por ejercicio, numeradas, cada una con el Apellido en el Margen Superior Derecho. Entregar este enunciado. Respuestas incompletas reciben puntajes incompletos y cero si no justifica. No usar celulares, libros, ni apuntes.

1) Los hermanos Zárate: Mauro (26 años), Rolando (31 años), Ariel (36 años) y Sergio (39 años) juegan o han jugado fútbol.

   Se sabe que Ariel o Rolando han jugado en México. Si Sergio jugó en México, lo hizo también Rolando. Mauro o Sergio, pero no ambos, jugaron en México. Si Rolando y Ariel jugaron en México, también lo hicieron Ariel y Sergio. Escriba en lenguaje formal “Existe un hermano Zárate que no ha jugado en México”. Especifique la proposición, el ámbito de esta proposición, y para qué elemento de ese ámbito es verdadera, basándose en las sfirmaciones anteriores.

   b) La familia ha decidido que en los picaditos familiares en un mismo equipo siempre haya dos y sólo dos de ellos, y que en ese equipo haya uno de los *grandes* (Ariel o Sergio) y uno de los *chicos* (Mauro o Rolando). Encuentre una función $f(A, M, R, S)$ que sea verdadera si y sólo si en el equipo considerado hay un hermano grande y un hermano chico. *(Sugerencia: considere la proposición A(x): Ariel está en el equipo, y las proposiciones equivalentes a los otros hermanos.)*

   c) Demostrar que todos los 17 de septiembre la suma de las sus edades es par.

2) Dada la relación $f(n) = (2^n - 1)/5$, de A al conjunto B, donde $A = \mathbb{N}$ es el conjunto de los números enteros positivos:

   Si fuera $B = \mathbb{N}$, es $f(n)$ una función? Si lo fuera, clasifíquela.

   b) Defina B que asegure la existencia de la función inversa $f^{-1}(n)$, y encuéntrela.

   c) Con el conjunto B hallado en $2b$ encuentre dos elementos de $C = A \cap B$.

3) a) (i) Demostrar que para cualquier conjunto H se tiene que $\emptyset \subseteq H$; (ii) Sean A, B y C tres conjuntos de manera que $A \cap B = B \cap C$ y $|A \cup B| = |A|$, determine la relación que hay entre B y $A \cap C$, y el valor de $B - C$.

   b) Dados los conjuntos A, B, C, demostrar $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$, tomando un elemento en un conjunto y ver que está en el otro. Luego al revés, demostrando la doble inclusión. No bastará usar la equivalencia lógica de las definiciones.

   c) Demostrar con y sin tablas de verdad, que la implicación $(p \wedge q) \to p$ es una tautología.

4) a) Dada la función proposicional $P(x, y)$ cuyo dominio de discurso es $D = \{d_1, d_2, ..., d_n\}$, con $n = |D|$ y $x, y \in D$, escriba un algoritmo `boolean Existex_Paratodoy (P,D,n)` que devuelve *True* si $\exists x\ \forall y\ P(x, y)$ es verdadero y *False* en caso contrario.

   b) Sea la función $f : X \to Y$. A partir de $\neg(\forall y\ \exists x(f(x) = y))$, deducir la condición equivalente $\exists y\ \forall x(f(x) \neq y)$, para todo $x \in X$, $y \in Y$ Qué expresan estas condiciones con respecto a si f es inyectiva, sobreyectiva o biyectiva?

   c) Escriba un algoritmo `es_inyectiva (A,m,n)` que reciba la matriz $A \in \mathbb{I}^{m \times n}$, con $\mathbb{I} = \{0, 1\}$ de una relación $f : X \to Y$, con $m = |X|$ y $n = |Y|$, que devuelva *True* si la misma representa una función inyectiva, y *False* en otro caso.