Apellido y Nombres: ____________________

Carrera: ________ DNI: ____________________

[Llenar con letra mayúscula de imprenta GRANDE]

Universidad Nacional del Litoral
Facultad de Ingeniería y Ciencias Hídricas
Departamento de Informática
Teoría de la Computación

Examen final [Jueves 17 de Diciembre de 2009]

Instrucciones: **la evaluación dura 3 hs (tres horas). NO se asignan puntos a las respuestas aún correctas pero sin justificación o desarrollo. Respuestas incompletas reciben puntajes incompletos. Entregar en hojas separadas por ejercicio, numeradas, cada una con apellido en el margen superior derecho**.

1) a) Justifique si es posible (o no) conectar 5 computadoras de manera que exactamente dos de ellas tengan conexión directa a un número idéntico de computadoras.

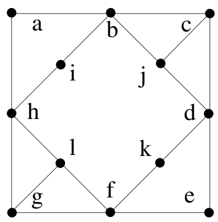
   b) De cuántas maneras se pueden repartir 23 libros diferentes entre 5 estudiantes de manera que 2 reciban 5 libros cada uno y los otros 3 reciban 4 libros cada uno.

   c) Considere el conjunto B_8 de todas las cadenas de 8 bits. Se define $\mathcal{R}$ como la relación entre dos cadenas b_1 y b_2 cualesquiera de B_8 diciendo que $b_1 \mathcal{R} b_2$ ssi coinciden los 3 primeros bits de b_1 y de b_2. Entonces, (i) justifique si $\mathcal{R}$ es (o no) una relación de equivalencia; (ii) si lo fuera indique cuántas clases de equivalencia hay, identifíquelas y dar un ejemplo de al menos dos.

2) a) Dado el grafo G_1 de la Fig. 1 (izq.): (i) encuentre un árbol generador T mediante un algoritmo de Búsqueda en Profundidad (BP) usando el orden alfabético; (ii) dibujar T como un árbol con raíz, indicar el nivel de cada vértice y la altura de T; (iii) Dado que T en este caso también es un árbol binario, listar sus vértices en posorden y en entreorden; (iv) Escriba un algoritmo recursivo `posorden (n)` que recorra los vértices de T usando el recorrido en posorden, en donde n es un vértice genérico de T.

   b) Sea el grafo T_n como el mostrado en la Fig. 1 (der.), donde n es el número de pisos. Se muestra T_4. (i) Siguiendo la notación para los vértices indicada en la figura, para un n general, ¿qué números tienen asignados los nodos en la última línea horizontal de T_n ? (ii) Justifique si T_2 tiene (o no) un ciclo de Euler y en caso afirmativo, indique uno a partir del vértice 1, listando la trayectoria de vértices.

   c) Sea un conjunto A con $n = |A|$ elementos. Demostrar que $|\mathcal{P}(A)| = 2^n$, donde $\mathcal{P}(A)$ es el conjunto de partes, usando (i) inducción, (ii) un argumento combinatorio.



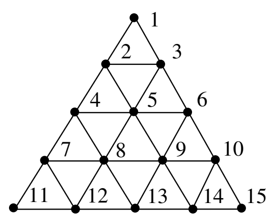


Figura 1: Grafos G_1 (inciso $2a$, izq.) y T_4 (inciso $2b$, der.).

3) a) Dado un grafo $G = (V, E)$, (i) indique cómo es la forma de la matriz de adyacencia `A` de G cuando solo tiene lazos; (ii) escriba un algoritmo `puro_lazo (A,n)` que devuelve *True* si G solo tiene lazos y *False* en caso contrario, donde `n`$= |V|$ es el número de vértices.

   b) (i) Demostrar que para cualquier conjunto H se tiene que $\emptyset \subseteq H$; (ii) Sean A, B y C tres conjuntos no-vacíos de manera que $A \cap B = B \cap C$ y $|A \cup B| = |A|$, determine la relación existente entre B y $A \cap C$ y el valor de $B - C$.

   c) Suponga n entero positivo. Demuestre que $C(2n+2, n+1) = 2[C(2n, n) + C(2n, n-1)]$. [*Ayuda: considere dos veces la identidad del triángulo de Pascal.*]