Universidad Nacional del Litoral
Facultad de Ingeniera y Ciencias Hdricas
Departamento de Informtica
Teora de la Computacin

Globalizador, tema 2 [Viernes 7 de Agosto de 2009]

La evaluación dura 3 (tres) horas. Cada ejercicio debe sumar algún puntaje. Entregar en hojas separadas por ejercicio, numeradas, cada una con el Apellido en el Margen Superior Derecho. Entregar este enunciado. Respuestas incompletas reciben puntajes incompletos y cero si no justifica. No usar celulares, libros, ni apuntes.

1) a) Sea la relación $R = \{(a,a),(a,b)\}$ definida sobre el conjunto $A = \{a,b,c\}$. Justifique si R es transitiva utilizando su definición.
   b) Una encuesta con 151 personas sobre 3 programas de televisión A: "Dr. House", B: "Huracanes", C: "Desastres naturales", encontró que 68 ven A, 61 ven B, 52 ven C, 16 ven tanto A como B, 25 ven tanto A como C, 19 ven tanto B como C, y que 26 no miran ninguno de estos programas. £Cuántas personas ven los tres programas?
   c) Justifique si el argumento $p \to (q \to r)$, $q \to (p \to r)$ / $\therefore$ $(p \vee q) \to r$ es válido o no.
2) a) Dados los conjuntos A, B, C, demostrar $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$, tomando un elemento en un conjunto y ver que está en el otro. Luego al revés, demostrando la doble inclusión. No bastará usar la equivalencia lógica de las definiciones.
   b) Sea la función $f : X \to Y$. A partir de $\neg(\forall y\ \exists x (f(x) = y))$, deducir la condición equivalente $\exists y\ \forall x (f(x) \neq y)$, para todo $x \in X$, $y \in Y$, £Qué expresan estas condiciones con respecto a si f es inyectiva, sobreyectiva o biyectiva? Ejemplifique.
   c) Probar que
   $$\sum_{i=1}^{n} C(i,1) = \frac{n(n+1)}{2}$$
   usando propiedades de números combinatorios.
3) a) £De cuántas formas se distribuyen 12 discos idénticos entre 8 servidores diferentes?
   b) Considere la inecuación $x_1+x_2+x_3+x_4+x_5 < 14$ en enteros no-negativos: (i) utilizando los principios de conteo, £cuál es el número z de soluciones que tiene? (ii) escriba una función `int z=inecuacion()` que permita obtener z.
   c) Probar por inducción que $2n + 1 \leq 2^n$ para $n = 3, 4, ...$
4) a) Deduzca una fórmula para el número z de aristas en un grafo completo K_n.
   b) Mostrar que en un grafo completo K_7 hay exactamente 3 ciclos hamiltonianos con todas sus aristas distintas. £Tiene este grafo un ciclo de Euler?
   c) Utilizando los principios del producto y de la suma, demuestre que existen C_n árboles binarios no-isomorfos con n vértices, donde $C_n = C(2n, n)/(n+1)$ es el n-ésimo número de Catalán.