Apellido y Nombres: ______________________

Carrera: ______ DNI: ______________________

[Llenar con letra mayúscula de imprenta GRANDE]

Universidad Nacional del Litoral
Facultad de Ingeniería y Ciencias Hídricas
Departamento de Informática
Teoría de la Computación

Examen final [Jueves 4 de Marzo de 2010]

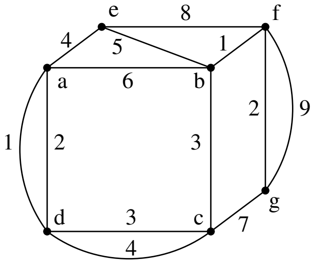
La evaluación dura tres horas. TODOS los ejercicios deben sumar algún puntaje. NO se asignan puntos a las respuestas aún correctas pero sin justificación o desarrollo. Respuestas incompletas reciben puntajes incompletos. Entregar en hojas separadas por ejercicio, numeradas, cada una con apellido en el margen superior derecho.

1) a) Considere la proposición: *si* $4 > 6$*, entonces* $9 > 12$. (i) Escríbala simbólicamente; (ii) Escriba su recíproca y contrapositiva; (iii) Justificar el valor de verdad de cada una.
   b) Enuncie las leyes de De Morgan generalizadas para la lógica y demuestre una de ellas;
   c) Probar por inducción que $11^n - 6$ es divisible por 5 para $n > 0$.

2) a) Considere un único dado (i) ¿Cuántas veces se lo debe tirar para obtener el mismo resultado al menos dos veces? (ii) ¿Y al menos tres veces? En cada caso justifique cuáles son las palomas y cuáles son los nidos.
   b) Considere las letras $ABCDEF$. Justifique cuántas cadenas de longitud $n = 6$ sin elementos repetidos se pueden formar bajo las siguientes condiciones: (i) A aparece antes que D; (ii) No contienen las subcadenas AB ni BE. (iii) A aparece antes que DEF.
   c) Use las fórmulas: $s_n = 1$ si $n = 1$, y $s_n = s_{n-1} + n$ si $n > 1$, para escribir un algoritmo *recursivo* que calcule $z_n = 1 + 2 + 3 + ... + n$.

3) a) Jutifique si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas: (i) Si R y S son relaciones simétricas, entonces $R \cup S$ lo es; (ii) Si la relación R es un orden parcial, entonces también es una relación de equivalencia.
   b) Demostrar que para todo conjunto H se tiene que $\emptyset \subseteq H$, y que $H \subseteq H$;
   c) Suponga n entero positivo. Demuestre que $C(2n+2, n+1) = 2[C(2n, n) + C(2n, n-1)]$. [*Ayuda: considere dos veces la identidad del triángulo de Pascal.*]

4) a) En el grafo ponderado G_1 de la Fig. 1 (izq.): (i) Use el algoritmo de Dijkstra para encontrar un camino de menor longitud para ir desde el vértice a al g; (ii) Trace la ruta e indique su longitud.
   b) En el grafo ponderado G_1 de la Fig. 1 (izq.): (i) Encuentre un árbol de expansión mínimo T_1 mediante el algoritmo de Prim teniendo al vértice b como raíz; (ii) ¿Cuántas maneras de elegir la raíz de T_1 existen?
   c) Dado el grafo G_2 de la Fig. 1 (der.): (i) Encuentre un árbol generador T_2 usando Búsqueda en Profundidad (BP) usando el orden $ihgfedcba$; (ii) Dibujar T_2 como un árbol con raíz, indicar el nivel de cada vértice y la altura de T_2; (iii) Dado que T_2 en este caso también es un árbol binario, listar sus vértices en posorden y en entreorden.



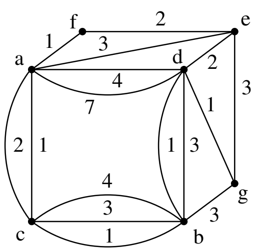


Figura 1: Grafos G_1 (incisos $4a$ y $4b$, izq.) y G_2 (inciso $4c$, der.).