Apellido y Nombres: ____________________

Carrera: ________ DNI: ____________________

[Llenar con letra mayúscula de imprenta GRANDE]

Universidad Nacional del Litoral
Facultad de Ingeniería y Ciencias Hídricas
Departamento de Informática
Teoría de la Computación

Parcial 3, tema 1 [Viernes 25 de Junio de 2010]

Instrucciones: **la evaluación dura 3 hs (tres horas). NO se asignan puntos a las respuestas aún correctas pero sin justificación o desarrollo. Respuestas incompletas reciben puntajes incompletos. Entregar en hojas separadas por ejercicio, numeradas, cada una con APELLIDO en el margen SUPERIOR DERECHO**.

1) a) Justifique para cuáles enteros n y m el grafo bipartito completo $K_{n,m}$ es plano.

   b) Usando los principios de conteo demuestre que el número máximo de aristas en un grafo simple conexo es $n(n-1)/2$.

2) a) Justifique para cuáles enteros n el grafo completo K_n es bipartito.

   b) Justifique para cuáles enteros n el grafo completo K_n admite caminos o circuitos de Euler o de Hamilton.

3) a) Dado un grafo $G = (V, E)$, escriba un algoritmo `uno_muy_conectado (A,n)` que devuelve *True* si existe al menos un vértice que está conectado a *todos* los demás vértices, y *False* en caso contrario, donde `A` es la matriz de adyacencia de G, y $n = |V|$ es el número de vértices.

   b) Sea $(S * (E - M))/((U + (C - (H + O))) * (H + (O/Y)))$. Entonces: (i) Obtenga su árbol de expresión y dé su notacion prefija; (ii) Liste sus vértices en postorden.

4) a) Justifique si los grafos G_1 y G_2 en la Fig. 1 son (o no) isomorfos.

   b) Para el grafo G_1 de la Fig. 1 : (i) obtenga un árbol de expansión T por búsqueda a lo ancho usando el orden $abcdef$; (ii) luego indique en T: raíz, hojas, niveles, altura y antecesores de d.

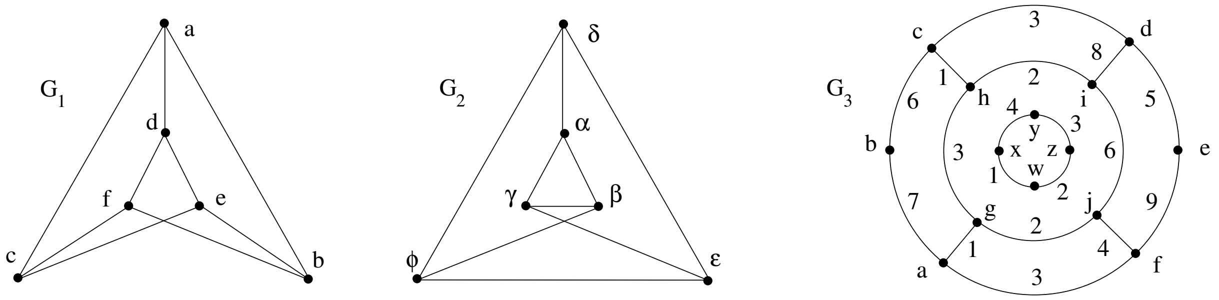

Figura 1: Grafos G_1 (izq.), G_2 (centro) y G_3 (der.) para los incisos $4a$-$5b$.

5) a) En el grafo ponderado G_3 de la Fig. 1 : (i) Utilice el algoritmo de Dijkstra para obtener un camino de peso mínimo entre los vértices a y d e indique su peso; (ii) Idem entre a y x hasta la iteración en donde se pueda detener la búsqueda porque se detecta que dichos vértices están en componentes conexas distintas. Justifique.

   b) En la componente conexa exterior de G_3 en la Fig. 1 obtenga un árbol de expansión mínima mediante el algoritmo de Kruskal, e indique su peso.

6) a) Sea $G = (V, E)$ un grafo conexo. (i) Defina camino y camino simple en G; (ii) Demuestre que existe un camino simple entre cada par de vértices de G.

   b) Sea G un grafo no-dirigido. Demuestre que G es un árbol ssi existe un único camino entre cada par de vértices de G.