Apellido y Nombres: ________________________________

Carrera: ________ DNI: ________________________________

[Llenar con letra mayúscula de imprenta GRANDE]

Universidad Nacional del Litoral
Facultad de Ingeniería y Ciencias Hídricas
Departamento de Informática

Teoría de la Computación

Parcial 3, tema 2 [Viernes 25 de Junio de 2010]

Instrucciones: **la evaluación dura 3 hs (tres horas). NO se asignan puntos a las respuestas aún correctas pero sin justificación o desarrollo. Respuestas incompletas reciben puntajes incompletos. Entregar en hojas separadas por ejercicio, numeradas, cada una con APELLIDO en el margen SUPERIOR DERECHO**.

1) a) Enuncie la fórmula de Euler que caracteriza a los grafos planos y dé un ejemplo.

   b) Calcule el número de aristas en un grafo completo de n vértices.

2) a) Justifique para cuáles enteros n el grafo ciclo C_n es bipartito.

   b) Justifique para cuáles enteros n el grafo ciclo C_n admite caminos o circuitos de Euler o de Hamilton.

3) a) Dado un grafo conexo $G = (V, E)$ escriba un algoritmo `hay_cicloeuleriano (A,n)` que devuelve *True* si G tiene un ciclo de Euler, y *False* en caso contrario, donde `A` es la matriz de adyacencia de G, y $n = |V|$ es el número de vértices.

   b) Sea $(H + (O/Y))/((S * (E - M)) * (U + (C - (H + O))))$. Entonces: (i) Obtenga su árbol de expresión y dé su notacion posfija; (ii) Liste sus vértices en preorden.

4) a) Justifique si los grafos G_1 y G_2 en la Fig. 1 son (o no) isomorfos.

   b) Para el grafo G_1 de la Fig. 1 : (i) obtenga un árbol de expansión por búsqueda en profundidad usando el orden $abcdef$; (ii) luego indique en T: raíz, hojas, niveles, altura y antecesores de e.

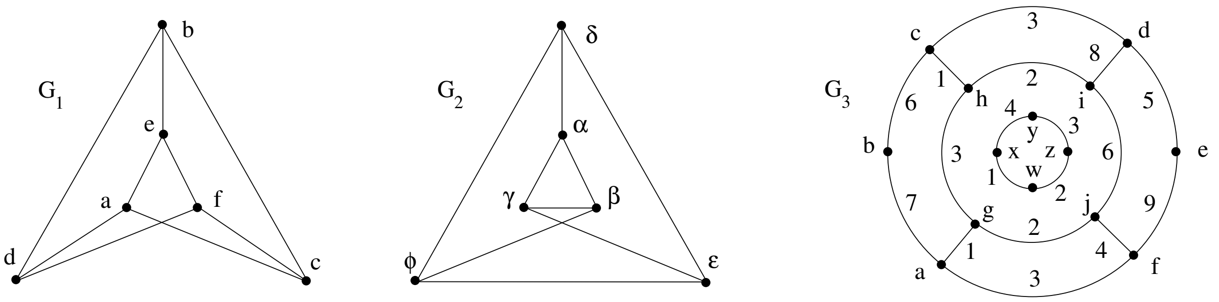

Figura 1: Grafos G_1 (izq.), G_2 (centro) y G_3 (der.) para los incisos $4a$-$5b$.

5) a) En el grafo G_3 de la Fig. 1 : (i) Utilice el algoritmo de Dijkstra para obtener un camino de peso mínimo entre los vértices d y a e indique su peso; (ii) Idem entre a e y hasta la iteración en donde se pueda detener la búsqueda porque se detecta que dichos vértices están en componentes conexas distintas. Justifique.

   b) En la componente conexa exterior G_3 en la Fig. 1 obtenga un árbol de expansión mínima mediante el algoritmo de Prim, e indique su peso.

6) a) Sea el grafo $G = (V, E)$ posiblemente multiconexo y sea $\boldsymbol{A}$ su matriz de adyacencias con respecto al orden de los vértices $v_1, v_2, ..., v_n$. Demuestre que el número de caminos distintos de longitud r entre v_i y v_j, con $r > 0$, es igual a la entrada i, j de $\boldsymbol{A}^r$.

   b) Demuestre que un árbol T de n vértices tiene $(n - 1)$ aristas.