

## Parcial 2, tema 1 [Miércoles 26 de Mayo de 2010]

Instrucciones: la evaluación dura 2.5 hs (dos horas y media). NO se asignan puntos a las respuestas aún correctas pero sin justificación o desarrollo. Respuestas incompletas reciben puntajes incompletos. Entregar en hojas separadas por ejercicio, numeradas, cada una con APELLIDO en el margen SUPERIOR DERECHO.

- 1) a) Justifique de cuántas formas pueden colorearse las caras de un cubo con 2 colores.  
b) Una delegación de 8 estudiantes tiene que ser elegida de un grupo de 17 estudiantes para asistir a un congreso. Justifique de cuántas maneras se puede elegir la delegación si hay 2 estudiantes que asistirán sólo si van juntos al congreso.
- 2) a) Escriba un algoritmo RECURSIVO `int binomial (a,b)` que calcule  $C(a,b)$  con  $a$  y  $b$  enteros no-negativos. **Restricción: no se puede utilizar la función factorial.**  
b) Escriba un algoritmo `bool es_inyectiva (A,m,n)` que devuelve *True* si la matriz booleana  $A$  con  $m$  filas y  $n$  columnas (en general  $m \neq n$ ) representa una función inyectiva y *False* en caso contrario.
- 3) a) Deduzca una Relación de Recurrencia (RR) y determine sus condiciones iniciales para el número  $a_n$  de cadenas de  $n$  bits que no-contienen 2 ceros consecutivos.  
b) Clasifique exhaustivamente la RR  $a_n = a_{n-1} + n$  para enteros  $n > 1$ , con  $a_1 = 1$  y luego halle su solución.
- 4) a) En una clase con 25 estudiantes todos tienen entre 18 y 20 años. Demuestre que hay al menos 9 estudiantes que tienen la misma edad.  
b) Justifique el número de soluciones de la ecuación diofántica  $x_1 + x_2 + x_3 = 13$ , con  $x_1 \geq 2$ ,  $3 \leq x_2 \leq 7$ , utilizando el principio de inclusión-exclusión cuando fuera posible.
- 5) a) Usando los principios de conteo justifique el número de relaciones  $R$  en un conjunto  $A$  de  $n$  elementos tales que son antisimétricas.  
b) Defina relación de orden parcial. A continuación, justifique si la relación  $R$  en el conjunto  $A = \{a, b, c\}$  representada por su matriz  $M_R = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$  es (o no) un orden parcial.
- 6) a) Considere la relación  $R = \{ (a,b), (a,c), (b,c), (c,b) \}$  en el conjunto  $A = \{a,b,c\}$ . Obtenga la matriz  $M_{R^*}$  del cierre transitivo  $R^* = \cup_{k=1}^3 R^k$  sin usar el algoritmo de Roy-Warshall (RW).  
b) Adapte el algoritmo de RW para hallar el cierre reflexivo del cierre transitivo de una relación en un conjunto de  $n$  elementos.