Apellido y Nombres: ____________________

Carrera: ________ DNI: ____________________

[Llenar con letra mayúscula de imprenta GRANDE]

Universidad Nacional del Litoral
Facultad de Ingeniería y Ciencias Hídricas
Departamento de Informática
Teoría de la Computación

Parcial 3, tema 1 [Martes 23 de Junio de 2011]

Instrucciones: **entregar en hojas SEPARADAS POR EJERCICIO, numeradas, cada una con APELLIDO en el margen SUPERIOR DERECHO. La evaluación dura 3 hs (tres horas). NO se asignan puntos a las respuestas aún correctas pero sin justificación o desarrollo. Respuestas incompletas reciben puntajes incompletos** .

1) a) Sea la relación $S = \{(F_i, F_j) \mid \text{si area } (F_i) = \text{area } (F_j)\}$ definida en el conjunto de figuras planas $\mathcal{F}$. En particular, considere los triángulos $F_1 - F_5$, y los rectángulos $F_6 - F_{10}$. Las bases y alturas de los triángulos están dadas por $B_T = \{2, 4, 6, 8, 10\}$ y $H_T = \{5, 1, 2, 3, 4\}$, respectivamente, mientras que las correspondientes de los rectángulos son $B_R = \{4, 5, 1, 2, 3\}$ y $H_R = \{3, 4, 5, 1, 2\}$, respectivamente. Determine si S es una relación de equivalencia o de orden en el conjunto $\mathcal{F}$. En el primer caso liste todas las clases de equivalencia, y en el segundo caso indique si es un orden parcial o total.

   b) Escriba un algoritmo `es_relacion_de_orden (A)` en el que, dada la matriz (cuadrada) $\boldsymbol{A}$ de una relación R en un conjunto X de n elementos, devuelva *True* si R es una relación de orden y *False* en caso contrario.

   c) Escriba un algoritmo `cierre_simetrico (A)` en el que, dada la matriz (cuadrada) $\boldsymbol{A}$ de una relac. R en un conj. X de n elementos, devuelva el cierre simétrico de R.

2) a) Determine que tipo de grafo representa la matriz de adyacencia $\boldsymbol{A} = [\ \boldsymbol{O}\ \boldsymbol{A};\ \boldsymbol{B}\ \boldsymbol{O}]$ donde los cuatro elementos representan bloques rectangulares. Incluya un ejemplo.

   b) Defina arista puente (o arista de corte), dé un ejemplo y un contraejemplo.

   c) Trace un grafo simple de 6 vértices con grados 1,2,3,4,5,5 o explique por qué no existe.

3) a) Trace todos los subgrafos con al menos 3 vértices en K_3.

   b) Demuestre que en todo grafo existe un número par de vértices de grado impar.

   c) Determine si los grafos G_1 y G_2 en la Fig. 1 (izq.) son (o no) isomorfos.

4) a) Enuncie la fórmula de Euler para grafos planos. Luego determine si el grafo G_3 en la Fig. 1 (centro-der.) es plano (o no).

   b) Dé un ciclo Hamilton en el grafo G_3 (Fig. 1, centro-der.) o justificar que no es posible.

   c) Utilice el algoritmo de Dijkstra para trazar un camino de peso mínimo desde el vértice a hacia el d en el grafo G_4 de la Fig. 1 (der.) e indique el peso obtenido.

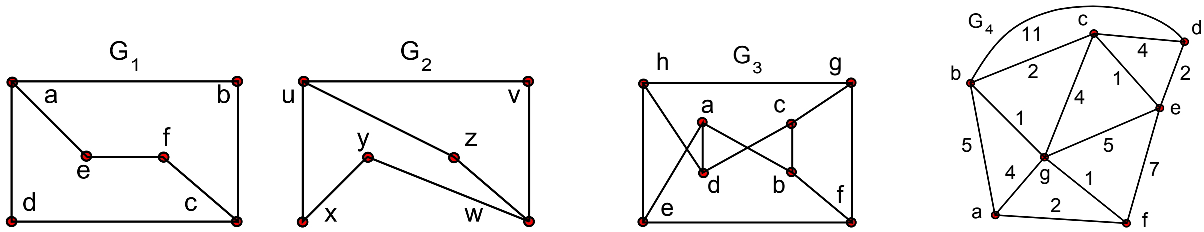

Figura 1: Grafos G_1, G_2 (izq.), G_3 (centro-der.) y G_4 (der.) para los incisos $3c$-$4c$.

5) a) Defina grafo conexo, camino y camino simple en un grafo, dé un ejemplo y un contraejemplo de cada uno. Demuestre que en todo grafo conexo existe un camino simple.

   b) Sea el grafo $G = (V, E)$ y $\boldsymbol{A}$ su matriz de adyacencia con respecto al orden natural de los vértices y con posibles aristas múltiples y bucles. Demuestre que el número de caminos distintos de longitud r entre los vértices v_iy v_j, con $r > 0$ es igual al elemento ubicado en la posición i, j de $\boldsymbol{A}^r$.

   c) Defina coloración e Indice Cromático (IC) de un grafo simple. Justifique el IC de K_n.