Apellido y Nombres: ______________________

Carrera: ________ DNI: ______________________

[Llenar con letra mayúscula de imprenta GRANDE]

Universidad Nacional del Litoral
Facultad de Ingeniería y Ciencias Hídricas
Departamento de Informática
Teoría de la Computación

Parcial 1, tema 2 [Lunes 18 de Abril de 2011]

Instrucciones: **la evaluación dura 3 hs (tres horas). NO se asignan puntos a las respuestas aún correctas pero sin justificación o desarrollo. Respuestas incompletas reciben puntajes incompletos. Entregar en hojas SEPARADAS por ejercicio, numeradas, cada una con APELLIDO en el margen SUPERIOR DERECHO**.

1) a) En una implicación, indique cuál es la condición necesaria, cuál es la condición suficiente y dé un ejemplo.

   b) Demuestre si $(p \vee q) \wedge (\neg p \vee r) \rightarrow (q \vee r)$ es una tautología (o no).

   c) (i) Demuestre el valor de verdad de la siguiente afirmación: $\exists x \forall y\ (x \neq y \rightarrow x > y)$, donde $x, y \in D$, con $D = \{1, 2, 3\}$; (ii) Escriba un pseudocódigo que devuelve *True* cuando $\forall x \exists y\ P(x, y)$ lo es y *False* en caso contrario.

2) a) Describa y simbolice: (i) Demostración indirecta y demostración vacua; (ii) Principio de inducción fuerte.

   b) Dado un entero n probar que estas dos sentencias son equivalentes: (i) $3n$ es par, (ii) n es par.

   c) Demuestre que al menos 4 de cada 22 días deben corresponder al mismo día de la semana.

3) a) Sea $P(x)$ una función proposicional con x perteneciente a un cierto dominio de discurso. Demuestre que $\neg(\exists x P(x)) \equiv \forall x \neg P(x)$.

   b) Hallar el valor de $\prod_{j=1}^{2} \sum_{i=0}^{3} (\lfloor j/2 \rfloor + \lceil i/2 \rceil)$.

   c) (i) Justifique si es verdad que $\{\emptyset\} \subseteq \emptyset$; (ii) Demuestre que $A \subseteq A$ para todo conjunto A; (iii) Encuentre el conjunto de partes de $\{\emptyset\}$ y su cardinal.

4) a) Defina función, función sobreyectiva, dé las notaciones, un ejemplo y un contraejemplo en cada caso.

   b) Dé un ejemplo de una función $f(x)$ tal que sea sobreyectiva pero no inyectiva, cuyo dominio y codominio tengan un infinito número de elementos.

   c) Suponga las funciones $g : A \rightarrow B$ y $f : B \rightarrow C$. Demuestre o refute: si f y g son sobreyectivas, entonces la composición $f \circ g$ también es sobreyectiva.

5) a) Defina cuando la función $f(x)$ es $\Omega(g(x))$.

   b) Demuestre que $(4x^2 + 2x - 6)/(2x + 3)$ es $O(x)$ para reales positivos x.

   c) Sean a, b y c enteros. Demuestre que si $a|b$ y $b|c$ entonces $a|c$.