Apellido y Nombres: ______________________

Carrera: ________ DNI: ______________________

[Llenar con letra mayúscula de imprenta GRANDE]

Universidad Nacional del Litoral
Facultad de Ingeniería y Ciencias Hídricas
Departamento de Informática
Teoría de la Computación

Parcial 1, tema 1 [Viernes 13 de Abril de 2012]

La evaluación dura 3 (tres) horas. Cada ejercicio debe sumar algún puntaje. Entregar en hojas separadas por ejercicio, numeradas, cada una con el Apellido en el margen superior derecho. Entregar este enunciado. Respuestas incompletas reciben puntajes incompletos incluso cero si no justifica. No usar libros ni apuntes.

1) a) (i) Defina y simbolice implicación, y dé un ejemplo; (ii) Determine si la proposición $[(p \to q) \wedge \neg p] \to \neg q$, es una tautología, contradicción o contigencia.

   b) Escriba la recíproca, contrarecíproca e inversa de la implicación: si un entero n es primo, entonces n no tiene otros divisores más que 1 y si mismo.

   c) Determine si el razonamiento: $p \to q$ y q, / $\therefore p$ es válido (o no).

2) a) Considere $\neg \exists x\ P(x)$: (i) justifique una fórmula lógicamente equivalente; (ii) ¿cuándo es verdadera esa negación?; (iii) ¿cuándo es falsa? Dé un ejemplo.

   b) Determine el valor de verdad de $\forall x \exists y\ (x \neq y \to xy = 1)$ cuando $x, y \in \mathbb{R}$.

   c) Escriba un algoritmo que devuelva *True* cuando $\forall x \forall y\ P(x, y)$ lo es, y *False* en caso contrario, con x, y en un dado dominio de discurso D.

3) a) (i) Defina y simbolice la unión de los conjuntos A y B, represéntelo con un diagrama de Venn y dé un ejemplo; (ii) Demuestre $A \cup B = B \cup A$.

   b) Determine si es verdad que: (i) $\{\emptyset\} \in \{\emptyset\}$; (ii) $\{\emptyset\} \subseteq \{\emptyset, \{\emptyset\}\}$.

   c) Sean A y B conjuntos: (i) defina la diferencia $A - B$; (ii) Demuestre $A - \emptyset = A$.

4) a) Demuestre que: si n es entero positivo entonces n es par, si y sólo si $7n + 4$ es par.

   b) (i) Defina y simbolice: función, y función inyectiva; (ii) Justifique un ejemplo de una función inyectiva pero no sobreyectiva.

   c) Justifique si $f : Z \to Z$ es una función y si lo fuera, entonces dé el dominio, el codominio, la imagen, y determine si es inyectiva y/o sobreyectiva, en los siguientes casos: (i) $f(n) = n^2 + 1$; (ii) $f(n) = 2n + 1$.

5) a) (i) Enuncie el principio de inducción matemática. Expresarlo simbólicamente; (ii) Demuestre usando inducción que $2 + 4 + ... + 2n = n(n + 1)$ para todo entero $n > 0$.

   b) Demuestre usando inducción que $11^n - 6$ es divisible por 5, para todo entero $n \geq 1$.

   c) Demuestre usando inducción que si $A_1, A_2, A_3, ..., A_n$ y B son conjuntos, entonces $B \cap \bigcup_{k=1}^{n} A_k = \bigcup_{k=1}^{n} (B \cap A_k)$.