

Parcial 2, tema 1 [Miércoles 23 de Mayo de 2012]

La evaluación dura 3 (tres) horas. Cada ejercicio debe sumar algún puntaje. Entregar en hojas separadas por ejercicio, numeradas, cada una con el Apellido en el margen superior derecho. Entregar este enunciado. Respuestas incompletas reciben puntajes incompletos incluso cero si no justifica. No usar libros ni apuntes.

- 1) a) (i) Defina mínimo común múltiplo y dé un ejemplo; (ii) Demuestre que 1 divide a a , donde a es un entero no nulo.
b) Demuestre usando inducción que $f_1^2 + f_2^2 + \dots + f_n^2 = f_n f_{n+1}$ para todo entero $n > 0$, donde f_n es el n -ésimo número de Fibonacci.
c) Escriba un pseudocódigo iterativo que describa el algoritmo de Euclides.
- 2) a) Escriba un pseudocódigo recursivo que retorne el mínimo de una sucesión de enteros.
b) Usando los principios de conteo justifique cuántas funciones se pueden definir de un conjunto de m elementos (dominio) en otro conjunto de n elementos (codominio).
c) Utilizando los principios de conteo justifique cuántas cadenas distintas se pueden formar reordenando las letras de la palabra INDIVISIBILIDAD.
- 3) a) Enuncie y demuestre el principio del palomar, y dé un ejemplo.
b) Usando conteo justifique cuántas permutaciones de las letras ABCDEFG contienen las cadenas ABC y DE.
c) Enuncie y demuestre la identidad de Pascal.
- 4) a) Clasifique en forma exhaustiva la relación de Recurrencia (RR) dada por $a_n = c_1 a_{n-1} + c_2 a_{n-2}$ para enteros $n \geq 0$, cuando c_1 y c_2 son constantes, y escriba su ecuación característica (EC).
b) Utilizando un procedimiento iterativo determine la solución de la RR dada por $a_n = a_{n-1} + n$, con $a_0 = 1$.
c) Relación reflexiva y relación antisimétrica: definiciones, notaciones y un ejemplo de cada una.
- 5) a) Enuncie y simbolice el Principio de Inclusión-Exclusión (PIE) para el caso de 3 conjuntos.
b) Determine el número de soluciones de la ecuación diofántica $x_1 + x_2 + x_3 = 23$, con $x_1 \geq 0$, $x_2 \geq 1$ y $x_3 = 3$.
c) (i) Defina y simbolice la composición de dos funciones f y g ; (ii) Sean las funciones $f : A \rightarrow B$ y $g : C \rightarrow A$. Demuestre: si $f \circ g$ es inyectiva, entonces g es inyectiva.