Apellido y Nombres: ____________________

Carrera: ________ DNI: ____________________

[Llenar con letra mayúscula de imprenta GRANDE]

Universidad Nacional del Litoral
Facultad de Ingeniería y Ciencias Hídricas
Departamento de Informática
Teoría de la Computación

Globalizador, tema 1 [Viernes 29 de Junio de 2012]

La evaluación dura 3 (tres) horas. Cada ejercicio debe sumar algún puntaje. Entregar en hojas separadas por ejercicio, numeradas, cada una con el Apellido en el margen superior derecho. Entregar este enunciado. Respuestas incompletas reciben puntajes incompletos incluso cero si no justifica. No usar libros ni apuntes.

1) a) Escriba una fórmula para contar el número de permutaciones diferentes de n elementos con n_1 elementos idénticos de tipo 1, n_2 elementos idénticos de tipo 2, ..., n_t elementos idénticos de tipo t, y dé un ejemplo de su uso.

   b) Enuncie y demuestre la identidad de Pascal.

   c) Determine el número de soluciones de la ecuación diofántica $x_1 + x_2 + x_3 = 31$, con $x_1 \geq 0$, $x_2 \geq 1$ y $x_3 = 3$.

2) a) Enuncie y represente con diagramas de Venn cuatro *identidades* (propiedades o leyes) de conjuntos, distintas de las leyes conmutativas, asociativas y distributivas.

   b) Defina y simbolice la unión de tres conjuntos A, B y C, represéntelo con un diagrama de Venn y dé un ejemplo.

   c) Determine si es verdad que: $\{x\} \in \{x, \{x\}\}$.

3) a) Defina y simbolice la composición de dos funciones f y g, y dé un ejemplo.

   b) Justifique si $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ es una función y si lo fuera, dé el dominio, el codominio, la imagen, y determine si es inyectiva y/o sobreyectiva, cuando $f(x) = x^3 + 1$.

   c) Escriba un pseudocódigo iterativo que describa el algoritmo de Euclides.

4) Considere la relación de recurrencia (RR): $a_n = 2a_{n-1} + 2^n$ con enteros $n \geq 0$:

   a) Clasifiquela exhaustivamente;

   b) Demuestre que $a_n = n2^n$ es una solución (¿es homogénea o particular?);

   c) Encuentre la solución cuando $a_0 = 1$.

5) a) Determine si el razonamiento: $p \to q$ y $\neg p$, $/ \therefore \neg q$ es válido (o no).

   b) Justifique el valor de verdad de la siguiente afirmación: $\forall x\ (x > 1 \to x/(x^2{+}1) < 1/3)$, donde $x \in \mathbb{R}$.

   c) Demuestre usando inducción que $f_1 + f_3 + ... + f_{2n-1} = f_{2n}$ para todo entero $n > 0$, donde f_n es el enésimo número de Fibonacci.