Apellido y Nombres: ________________________

Carrera: ______ DNI: ____________________

[Llenar con letra mayúscula de imprenta GRANDE]

Universidad Nacional del Litoral
Facultad de Ingeniería y Ciencias Hídricas
Departamento de Informática
Teoría de la Computación

Examen final [Jueves 7 de Marzo de 2013]

La evaluación dura 3 (tres) horas. Cada ejercicio debe sumar algún puntaje. Entregar en hojas separadas por ejercicio, numeradas, cada una con apellido en el margen superior derecho. Entregar este enunciado. Respuestas incompletas reciben puntajes incompletos incluso cero si no justifica. No usar libros ni apuntes.

1) a) Determine si el argumento: $r \to \neg q$ y $p \to (q \vee r)$, $/ \therefore \neg r \to \neg p$ es un razonamiento válido o no, donde p, q y r son proposiciones.
   b) Determine el valor de verdad de $\exists x \forall y\ (x^2 + y^2 \geq 0)$, con $x, y \in \mathbb{R}$.
   c) Demuestre usando inducción que $2 - 2 \cdot 7 + 2 \cdot 7^2 + ... + 2 \cdot (-7)^n = [1 - (-7)^{n+1}]/4$, para todo entero n no-negativo.
2) a) Demuestre la ley distributiva $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$, para todos los conjuntos A, B y C, con y sin diagramas de Venn. Nota: el diagrama de Venn no basta para justificar.
   b) Sean R y S relaciones sobre un conjunto X. Justifique o dé un contrajemplo: si R y S son antisimétricas, entonces $R \cap S$ es antisimétrica.
   c) Muestre que $C(n, k) \leq 2^n$, para todos los enteros positivos n y todo entero $0 \leq k \leq n$.
3) a) Utilizando los principios de conteo justifique el número de modos de: (i) Ubicar en una repisa 3 libros de Motores (M), 4 de Termo (T), y 5 de Electro (E), todos *distintos*, si los 3 de M van a la izquierda, y los 5 libros de E quedan a la derecha; (ii) Distribuir 23 revistas *idénticas* entre Celeste, Laura, Romina y Victoria.
   b) Usando los principios de conteo encuentre el número de relaciones R en un conjunto A de n elementos tales que sean simétricas.
   c) Sea $a_n = c_1 a_{n-1} + c_2 a_{n-2}$ una Relación de Recurrencia (RR) con coeficientes c_1 y c_2 constantes: (i) Clasificarla exhaustivamente; (ii) Probar que si r es una raíz de la ecuación $t^2 - c_1 t - c_2 = 0$, entonces la sucesión r^n, para $n = 0, 1, 2, ...$, es una solución de la RR.
4) *Nota: Tiene que mostrar todos los pasos intermedios. Si bien puede hacer una tabla, es preferible que dibuje cada grafo intermedio que resulte en cada etapa de cada algoritmo.*
   a) (i) Justifique si un grafo completo K_n, para $n > 2$, tiene siempre un ciclo hamiltoniano y/o un ciclo euleriano. En cada caso, si no fuera posible, qué condición debe cumplirse para que lo tenga, y dé un ejemplo; (ii) Defina ciclo y ciclo simple, y trace un ejemplo de cada uno en el grafo G_1 (Fig. 1, izq.).
   b) En el grafo G_2 (Fig. 1, centr.): (i) Encuentre un árbol de expansión T_2 mediante búsqueda *a lo ancho*, usando el orden alfabético e indicando el orden en que se van agregando las aristas; (ii) Dibuje T_2 aparte indicando: raíz, hojas, niveles, altura, antecesores, y hermanos del vértice E, y recórralo en posorden.
   c) En el grafo G_3 (Fig. 1, der.): (i) Trace la *componente* que contiene al vértice A; (ii) Use el algoritmo de Dijkstra para hallar una ruta de peso mínimo desde el vértice A hacia el D, trácela e indique su longitud; (iii) Use el algoritmo de *Kruskal* para hallar un árbol de expansión mínimo T_3, e indicar su peso.

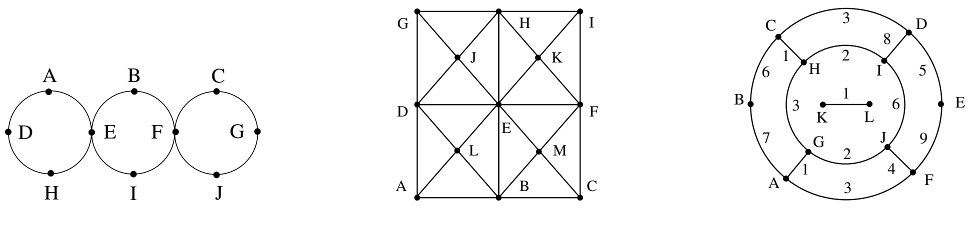

Figura 1: Grafos G_1 (izq.), G_2 (centro) y G_3 (der.) para los incisos $4a$-$4c$.