Apellido y Nombres: ______________________________

Carrera: ________ DNI: ______________________________

[Llenar con letra mayúscula de imprenta GRANDE]

Universidad Nacional del Litoral
Facultad de Ingeniería y Ciencias Hídricas
Departamento de Informática
Teoría de la Computación

Coloquio Final Integrador, tema 1 [Jueves 4 de Julio de 2013]

La evaluación dura 3 (tres) horas. Cada ejercicio debe sumar algún puntaje. Entregar en hojas separadas por ejercicio, numeradas, cada una con apellido y tema en el margen superior derecho. Entregar este enunciado. Respuestas incompletas reciben puntajes incompletos incluso cero si no justifica. No usar libros ni apuntes.

1) a) Defina cuantificador universal y dé un ejemplo. Luego demuestre que $\neg(\exists x P(x)) \equiv \forall x \neg P(x)$ con $x \in D$, $P(x)$ es una func. proposic., y D es un Dominio de Discurso (DD).
   b) Defina y simbolice función, y función inyectiva. Luego, justifique un ejemplo de una función inyectiva pero no-sobreyectiva.
   c) Defina la composición de dos funciones f y g cuando $g : A \to B$ y $f : B \to C$. Luego, si f y g son sobreyectivas, ¿también lo es $f(g(x))$? Demostrar o dar un contraejemplo.

2) a) Enuncie el principio de inducción matemática y expresarlo simbólicamente. Luego demuestre usando inducción que $n! > 3^n$ para todo entero $n > 6$.
   b) Describa cuándo un argumento (o razonamiento) es correcto (o válido). Luego, justifique: **si** $(q \to (r \vee p))$ **y** $(q \vee \neg r)$ **y** $(r \vee p)$ / $\therefore r$, es un razonamiento (o argumento) válido.
   c) Defina el conjunto de partes $\mathcal{P}(A)$ de un conjunto A de $n = |A|$ elementos, y dé un ejemplo. Luego, demuestre que $|\mathcal{P}(A)| = 2^n$.

3) a) Enuncie diez leyes (identidades o propiedades) de conjuntos, y demuestre una.
   b) Triángulo e identidad de Pascal: enunciado, representación simbólica, y ejemplo.
   c) Defina grafo, árbol, de un ejemplo distinto de cada uno, e indique dos propiedades que distingue a un árbol de un grafo. Luego, demuestre que en todo grafo existe un número par de vértices de grado impar.

4) *Nota: Tiene que mostrar todos los pasos intermedios. Si bien puede hacer una tabla, es preferible que dibuje cada grafo intermedio que resulte en cada etapa de cada algoritmo.*
   a) Defina vértice de articulación (VA) y arista puente (AP). Analice si el grafo G_1 (Fig. 1, izq.) tiene un VA y una AP, sino modifíquelo para que los tenga pero conservando los vértices.
   b) En el grafo G_2 (Fig. 1, cen.): (i) Encuentre un árbol de expansión T_2 mediante búsqueda *en profundidad*, usando el orden alfabético e indicando el orden en que se van agregando las aristas; (ii) Dibuje T_2 aparte indicando: raíz, hojas, niveles, altura, antecesores, y hermanos del vértice N, y recórralo en posorden.
   c) En el grafo G_3 (Fig. 1, der.): (i) Use el algoritmo de Dijkstra para hallar una ruta de peso mínimo desde el vértice E hacia H, trácela e indique su longitud. (ii) Use el algoritmo de *Kruskal* para hallar un árbol de expansión mínimo T_3, e indicar su peso; (iii) En cada caso, explique si, en general, existe unicidad. Justificar si con otros algoritmos no descubiertos aún se podrían encontrar otros caminos cuyos pesos fueran menores a los obtenidos con ambos algoritmos.

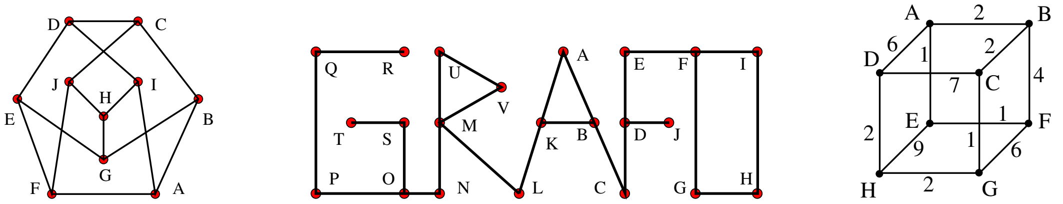

Figura 1: Grafos G_1 (izq.), G_2 (centro) y G_3 (der.) para los incisos $4a$-$4c$.