

Parcial 1, tema 1 [Martes 30 de Abril de 2013]

La evaluación dura 3 (tres) horas. Cada ejercicio debe sumar algún puntaje. Entregar en hojas separadas por ejercicio, numeradas, cada una con el Apellido en el margen superior derecho. Entregar este enunciado. Respuestas incompletas reciben puntajes incompletos incluso cero si no justifica. No usar libros ni apuntes.

- 1) a) Defina recíproca, contrarrecíproca (o contrapositiva), e inversa, de una implicación y dé un ejemplo.
b) Determine si $q \rightarrow (r \vee p) \equiv (q \rightarrow r) \vee (q \rightarrow p)$, donde p, q, r son proposiciones.
c) Determine la validez del siguiente razonamiento: $\neg p$ y $q \rightarrow p$, $\therefore \neg q$.
- 2) a) Demuestre que $\neg(\exists x P(x)) \equiv \forall x \neg P(x)$ con $x \in D$, donde $P(x)$ es una función proposicional, y D es un Dominio de Discurso (DD).
b) Determine el valor de verdad de $\exists n \exists m (n + m = 4 \wedge n - m = 1)$, donde $m, n \in \mathbb{Z}$.
c) Demuestre: si $a|b$ y $a|c$, entonces $a|(b + c)$, para todos los enteros a, b y c . Luego convierta $(DEF1)_{16}$ a binario.
- 3) a) (i) Calcule $|\{\emptyset, \{\emptyset\}\}|$; (ii) Justifique si $\{\emptyset\} \subset \{\emptyset, \{\emptyset\}\}$ es verdadera o falsa.
b) Justifique una fórmula para calcular $|A \cup B|$ cuando A y B son conjuntos finitos, y dé un ejemplo de su uso.
c) (i) Demuestre que $\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$, para todo conjunto A y B ; (ii) Demuestre que $A \cap \emptyset = \emptyset$, para todo conjunto A .
- 4) a) Utilice una demostración **indirecta** para probar: si $n^3 + 5$ es impar, entonces n es par, para todo entero positivo n .
b) Defina y simbolice función, y función inyectiva. Luego, justifique un ejemplo de una función inyectiva pero no-sobreyectiva.
c) Si f y g son sobreyectivas, ¿también lo es $f \circ g$? en donde $g : A \rightarrow B$ y $f : B \rightarrow C$. Si es verdadera dé una demostración sino un contraejemplo.
- 5) a) Demuestre usando inducción que $n! > 3^n$, para todo entero $n > 6$.
b) Escriba un algoritmo **iterativo** `maxval(L)` que retorne el mayor valor en la lista L de n números enteros.
c) Escriba un algoritmo **recursivo** `suma_gauss(n)` que retorne el valor de la suma de Gauss para un entero positivo n .