Apellido y Nombres: ______________________

Carrera: ________ DNI: ______________________

[Llenar con letra mayúscula de imprenta GRANDE]

Universidad Nacional del Litoral
Facultad de Ingeniería y Ciencias Hídricas
Departamento de Informática

Teoría de la Computación

Parcial 1, tema 1 [Miércoles 6 de Mayo de 2015]

La evaluación dura 3 (tres) horas. Cada ejercicio debe sumar algún puntaje. Entregar en hojas separadas por ejercicio, numeradas, cada una con el Apellido en el margen superior derecho. Entregar este enunciado. Respuestas incompletas reciben puntajes incompletos incluso cero si no justifica. No usar libros ni apuntes.

1) a) Defina los conceptos de tautología y contingencia para la lógica de proposiciones. Determine si $\neg(q \to r) \to p$ es lógicamente equivalente a $q \to (p \vee r)$ usando equivalencias lógicas. Puede intentar usar tablas de verdad, pero no será suficiente.

   b) Muestra que $\exists x\ P(x) \wedge \exists x\ Q(x)$ y $\exists x[P(x) \wedge Q(x)]$ no son lógicamente equivalentes. Explique brevemente el significado de cada proposición y dé un ejemplo.

   c) Justifique si:

$$\begin{array}{l} p \vee (\neg q \to r) \\ r \to q \\ r \vee \neg p \\ \hline \therefore q \end{array}$$

   es un argumento válido, donde p, q, r son proposiciones.

2) a) Defina y simbolice función f de un conjunto X a un conjunto Y. Dé un ejemplo de función indicando dominio, codominio e imagen.

   b) Sea la función $f : X \to Y$. A partir de $\neg(\forall y\ \exists x(f(x) = y))$, deducir la condición equivalente $\exists y\ \forall x(f(x) \neq y)$, para todo $x \in X$, $y \in Y$ ¿Qué expresan estas condiciones con respecto a si f es inyectiva, sobreyectiva o biyectiva?

   c) Escriba un algoritmo que devuelva *True* cuando $\forall x \forall y\ P(x, y)$ lo es, y *False* en caso contrario, con x en un dado dominio de discurso X y y en un dado dominio de discurso Y.

3) a) Demuestre que si a y b son números reales, a es menor que b si, y sólo si, el valor medio de a y b es mayor que a. (*Indicación: Considere la expresión del valor medio de a y b.*).

   b) Defina el conjunto de partes (o conjunto potencia) $\mathcal{P}(A)$ de un conjunto A. Determine $|\mathcal{P}(A)|$ si $|A| = n$ y muestre este resultado en un ejemplo.

   c) Demuestre usando inducción que si A_1, A_2, A_3, ..., A_n y B son conjuntos, entonces $B \cap \bigcup_{k=1}^{n} A_k = \bigcup_{k=1}^{n}(B \cap A_k)$.

4) a) Enuncie y simbolice el principio de inducción matemática y demuestre usando inducción que $f_2 + f_4 + ... + f_{2n} = f_{2n+1} - 1$ para todo entero positivo n, donde f_n es el n-ésimo número de Fibonacci (recuerde que $f_0 = 0$ y $f_1 = 1$).

   b) Defina y simbolice cota inferior de una función $f(n)$ con n en los enteros no negativos, y dé un ejemplo.

   c) Calcule el mcd$(-66, 15)$ utilizando el algoritmo de Euclides, mostrando los cálculos realizados en cada paso.