

Parcial 1, tema 2 [Sábado 23 de Abril de 2016]

La evaluación dura 3 (tres) horas. Cada ejercicio debe sumar algún puntaje. Entregar en hojas separadas por ejercicio, numeradas, cada una con el Apellido en el Margen Superior Derecho. Entregar este enunciado. Respuestas incompletas reciben puntajes incompletos y cero si no justifica. No usar celulares, libros, ni apuntes.

- 1)
 - a) Defina los conceptos de contradicción y contingencia para la lógica de proposiciones. Demuestre que $\neg(p \rightarrow p \vee q)$ es una contradicción usando equivalencias lógicas. Puede intentar usar tablas de verdad pero no se considera suficiente.
 - b) Encuentre un contraejemplo que demuestre que $\forall x P(x) \vee \forall x Q(x)$, y $\forall x [P(x) \vee Q(x)]$ no son lógicamente equivalentes (Justifique). Explique brevemente el significado de cada proposición.
 - c) Justifique si:

$$\begin{array}{l}
 r \vee p \\
 (\neg q \wedge r) \rightarrow p \\
 \hline
 \neg p \wedge \neg q \\
 \hline
 \therefore q
 \end{array}$$
 es un argumento válido, donde p, q, r son proposiciones.
- 2)
 - a) Defina y simbolice función f de un conjunto X a un conjunto Y . Determine si $f(x) = 1/(x - 2)$ es (o no) una función de \mathbb{R} en \mathbb{R} . Justifique.
 - b) Defina y simbolice función sobreyectiva. Obtenga una función que sea sobreyectiva pero no inyectiva definida de \mathbb{R} en \mathbb{R}^+ .
 - c) Sean, a, b, c y d enteros. Demuestre que si $a|c$ y $b|d$, entonces $ab|cd$.
- 3)
 - a) Demuestre que si a y b son números enteros, a y b son impares si, y sólo si, ab es impar.
 - b) Enuncie y simbolice el principio de inducción matemática.
 - c) Demuestre usando inducción que si $A_1, A_2, A_3, \dots, A_n$ y B son conjuntos, entonces $B \cup (\bigcap_{k=1}^n A_k) = \bigcap_{k=1}^n (B \cup A_k)$.
- 4)
 - a) Obtenga una definición recursiva para la sucesión $\{a_n\}$ con $n \in \mathbb{Z}_0^+$ definida como $a_n = 4n - 3$.
 - b) Calcule el $\text{mcd}(20, -26)$ utilizando el algoritmo de Euclides, mostrando los cálculos realizados en cada paso.
 - c) Defina conjunto de partes (o conjunto potencia) de un conjunto. Determine $\mathcal{P}(A)$ si $A = \{\{\emptyset\}, \emptyset\}$ y calcule la cardinalidad de $\mathcal{P}(A)$.