Apellido y Nombres: ____________________

Carrera: ________ DNI: ____________________

*[Llenar con letra mayúscula de imprenta GRANDE]*

**Universidad Nacional del Litoral**
**Facultad de Ingeniería y Ciencias Hídricas**
**Departamento de Informática**

**Teoría de la Computación**

# Parcial 1, tema 1 [Sábado 23 de Abril de 2016]

**La evaluación dura 3 (tres) horas. Cada ejercicio debe sumar algún puntaje. Entregar en hojas separadas por ejercicio, numeradas, cada una con el Apellido en el Margen Superior Derecho. Entregar este enunciado. Respuestas incompletas reciben puntajes incompletos y cero si no justifica. No usar celulares, libros, ni apuntes**.

1) a) Defina los conceptos de tautología y contingencia para la lógica de proposiciones. Demuestre que $(\neg q \wedge (p \rightarrow q)) \rightarrow \neg p$ es una tautología usando equivalencias lógicas. Puede intentar usar tablas de verdad pero no se considera suficiente.

   b) Encuentre un contraejemplo que demuestre que $\exists x\, P(x) \wedge \exists x\, Q(x)$, y $\exists x[P(x) \wedge Q(x)]$, no son lógicamente equivalentes (justifique). Explique brevemente el significado de cada proposición.

   c) Justifique si:

$$\begin{array}{l} \neg r \rightarrow p \\ (q \wedge r) \rightarrow p \\ q \wedge \neg p \\ \hline \therefore \neg q \end{array}$$

   es un argumento válido, donde $p, q, r$ son proposiciones.

2) a) Defina y simbolice función $f$ de un conjunto $X$ a un conjunto $Y$. Determine si $f(x) = \sqrt{x-2}$ es (o no) una función de $\mathbb{R}^+$ en $\mathbb{R}^+$. Justifique.

   b) Defina y simbolice función inyectiva. Obtenga una función que sea inyectiva pero no sobreyectiva definida de $\mathbb{R}$ en $\mathbb{R}^+$.

   c) Sean, $a$, $b$ y $c$ enteros. Demuestre que si $a|b$ y $b|c$, entonces $a|c$.

3) a) Demuestre que si $a$ y $b$ son números enteros, $a$ y $b$ son impares si, y sólo si, $ab$ es impar.

   b) Enuncie y simbolice el principio de inducción matemática.

   c) Demuestre usando inducción que si $A_1$, $A_2$, $A_3$, ..., $A_n$, y $B$ son conjuntos, entonces $B \cap (\bigcup_{k=1}^{n} A_k) = \bigcup_{k=1}^{n} (B \cap A_k)$.

4) a) Obtenga una definición recursiva para la sucesión $\{a_n\}$ con $n \in \mathbb{Z}_0^+$ definida como $a_n = 3n - 4$.

   b) Calcule el mcd$(-66, 15)$ utilizando el algoritmo de Euclides, mostrando los cálculos realizados en cada paso.

   c) Defina cardinalidad de un conjunto. Determine $|A|$ si $A = \{\{\emptyset\}, \emptyset\}$ y calcule su conjunto de partes (o conjunto potencia) $\mathcal{P}(A)$.