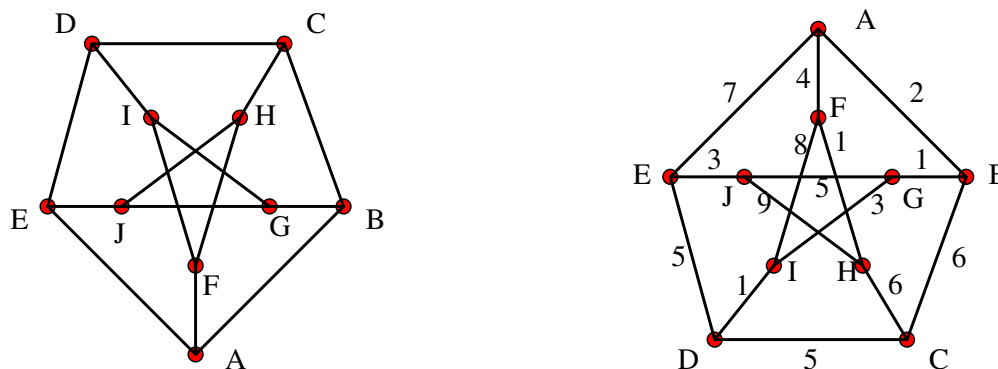


## Parcial 2, tema 1 [Viernes 22 de Junio de 2018]

- La evaluación dura 3 (tres) horas. No use celulares, libros, ni apuntes.
  - Entregue en hojas separadas por ejercicio, numeradas, cada una con el Apellido y Tema en el Margen Superior Derecho, además de este enunciado completado.
  - En los algoritmos de grafos:
    - Si bien se admiten tablas se prefiere el dibujo de cada grafo iterado o un único grafo que precise el orden en que se van eligiendo las aristas o vértices;
    - Use orden alfabético cada vez que se pueda.
  - Respuestas incompletas reciben puntajes incompletos, y 0 si no justifica.
- 1) a) Utilizando los principios de conteo justifique: ¿cuántas cadenas distintas de longitud 4 se pueden formar con las letras de la palabra STATT ?  
b) Enuncie el teorema del binomio y demuéstrela utilizando un argumento combinatorio.
  - 2) a) Defina y simbolice relación reflexiva y relación simétrica en un conjunto  $X$ , y dé un ejemplo de cada una.  
b) Defina y simbolice Relación de Equivalencia (RE) en un conjunto  $X$  y partición  $\mathcal{P}$  de  $X$  inducida por la RE.
  - 3) a) Defina y simbolice Relación de Recurrencia Homogénea, Lineal, de Coeficientes Constantes (RRHLCC) y de orden  $k$ . Luego, enuncie el teorema acerca de la forma que tiene la solución de una RRHLCC de segundo orden cuando las dos raíces de la ecuación característica asociada son reales e iguales.  
b) Dado un grafo simple  $G = (V, E)$  de  $v = |V|$  vértices y  $e = |E|$  aristas ¿de qué manera utiliza la potencia  $r$ -ésima de la matriz de adyacencia  $\mathbf{A}$  (i.e.  $\mathbf{A}^r$  con entero  $r > 0$ ) para determinar la longitud del camino más corto (i.e. con menor número de aristas) entre dos vértices cualesquiera de  $G$  ?
  - 4) Dados los grafos  $G_1 = (V, E)$  y el ponderado  $G_2 = (V, E, W)$  mostrados en la Fig. 1 (izq. y der.):
    - a) ¿Contiene  $G_1$  un circuito euleriano? ¿Y un camino euleriano? Si lo tiene dé uno en cada caso, sino justifique.
    - b) Determine y trace un camino de costo mínimo en  $G_2$  desde el vértice  $A$  hasta el vértice  $D$  utilizando el algoritmo de Dijkstra. Sin hacer nuevas cuentas ¿es único?
  - 5) Dado el grafo ponderado  $G_2 = (V, E, W)$  mostrado en la Fig. 1 (der.):
    - a) Encuentre en  $G_2$  un árbol de expansión  $T$  de peso mínimo mediante el algoritmo de Prim ¿Es único? Justifique.
    - b) Seleccione el vértice  $A$  como raíz del árbol  $T$  obtenido en el inciso anterior. Grafíquelo y liste: vértices por niveles, hojas, vértices interiores, vértices listados en postorden, además indique la altura de  $T$ .

Figura 1: Grafos  $G_1 = (V, E)$  (izq.) y grafo ponderado  $G_2 = (V, E, W)$  (der.) para los incisos 4a-5b.