Apellido y Nombres: ______________________________

Carrera: ________ DNI: ______________________________

[Llenar con letra mayúscula de imprenta GRANDE]

Universidad Nacional del Litoral
Facultad de Ingeniería y Ciencias Hídricas
Departamento de Informática
Teoría de la Computación

Parcial 1, tema 2 [Miércoles 2 de Mayo de 2018]

La evaluación dura 3 (tres) horas. Entregar en hojas separadas por ejercicio, numeradas, cada una con el Apellido y Tema en el Margen Superior Derecho. Entregar este enunciado. Respuestas incompletas reciben puntajes incompletos y 0 si no justifica. No usar celulares, libros, ni apuntes.

1) a) Defina y simbolice equivalencia lógica. Luego, determine el Valor de Verdad (VV) de $(\neg p \wedge q \wedge r) \vee (\neg q \wedge r \wedge p) \vee (\neg r \wedge p \wedge q)$ cuando exactamente dos cualesquiera de las proposiciones dadas p, q, y r son *True*. Finalmente, justifique si $(\neg p \vee \neg q) \wedge ((p \vee q) \wedge \neg q) \equiv \neg q \wedge p$, para todas las proposiciones p, q, y r, en donde el empleo de una Tabla de Verdad (TV) no será suficiente.

   b) Demuestre que $A \times \emptyset = \emptyset$, para todo conjunto A. Luego, justifique si puede concluirse que los conjuntos A y B son iguales cuando $\mathcal{P}(A) = \mathcal{P}(B)$, en donde $\mathcal{P}(X)$ es el conjunto potencia (o de partes) del conjunto X.

2) a) Defina y simbolice con un Diagrama de Venn (DV) la *diferencia* $A - B$ y la *diferencia simétrica* $A \oplus B$ de los conjuntos A y B. Luego demuestre para todo A y B, con y sin DV, que $A \oplus B = (A \cup B) - (A \cap B)$.

   b) Enuncie y simbolice el Principio de Inducción Matemática (PIM). Luego, utilice el PIM para demostrar que para todo entero n positivo se cumple la Ec.(1):

$$1 \cdot 2^0 + 2 \cdot 2^1 + 3 \cdot 2^2 + ... + n \cdot 2^{n-1} = (n-1)2^n + 1 \tag{1}$$

3) a) Sea la función $f : X \to Y$. A partir de $\neg(\forall x \forall y \ ((f(x) = f(y)) \to (x = y))$, deducir la condición equivalente $\exists x \exists y((f(x) = f(y) \wedge (x \neq y))$, para todo $x, y \in X$, ¿Qué expresan estas condiciones con respecto a si f es inyectiva, sobreyectiva o biyectiva?

   b) Sean los conjuntos A, B, y C, la función $g : A \to B$, y la función $f : B \to C$. Si f y $(f \circ g)$ son sobreyectivas ¿es g sobreyectiva?

4) a) Defina y simbolice el cuantificador existencial, e indique cuándo es *True* y cuándo es *False*. Luego, demuestre que las proposiciones $\neg \forall x(P(x) \to \neg Q(x))$ y $\exists x(P(x) \wedge Q(x))$ son lógicamente equivalentes.

   b) Probar usando reducción al absurdo que los únicos enteros *no-negativos* **consecutivos** a, b, y c que satisfacen $a^2 + b^2 = c^2$ son 3, 4, y 5.

5) a) Enuncie la ley de De Morgan de la negación de la proposición cuantificada $\forall x : P(x)$, y demuéstrela.

   b) Defina conjunto de partes $\mathcal{P}(A)$ de un conjunto finito A de n elementos. Luego, demuestre usando el Principio de Inducción Matemática (PIM) que $|\mathcal{P}(A)| = 2^n$ para todo entero n no-negativo.