

MODELADO TERMO-MECANICO DEL PROCESO DE COLADA CONTINUA DE PLANCHONES DE ACERO

Rita G. Toscano* y Eduardo N. Dvorkin**

* Centro de Investigación Industrial, FUDETEC
Av. Córdoba 320, 1054, Buenos Aires, Argentina
e-mail: sidrto@siderca.com

** Centro de Investigación Industrial, FUDETEC
Av. Córdoba 320, 1054, Buenos Aires, Argentina
e-mail: dvk@siderca.com

Key words: Colada continua, Modelos, Elementos Finitos.

Abstract. *Durante la colada continua de planchones de acero, el enfriamiento y por lo tanto la solidificación de dichos planchones progresa desde el exterior de los mismos hacia su interior. Esto produce estados de inhomogeneidad térmica y por lo tanto dilataciones diferenciales que pueden dar lugar a eventos de fisuración. En el presente trabajo se desarrolla un modelo termo-mecánico de la solidificación del material durante el proceso estacionario de la colada continua de planchones de aceros. Se utiliza un modelo de material rígido-viscoplástico (formulación de flujo), que se implementa mediante la técnica de las pseudoconcentraciones. Para lograr el objetivo planteado se desarrolla una formulación que incluye en el modelo de material rígido-viscoplástico la acción de las deformaciones térmicas. Se desarrolla también un acoplamiento entre los modelos que describen la evolución térmica del planchón de acero y su evolución mecánica. El objetivo de este trabajo es describir el modelo acoplado desarrollado para simular la colada continua de SIDERAR (San Nicolás, Argentina).*

1 INTRODUCCION

Actualmente casi el 90% de la producción mundial de acero se realiza mediante el proceso de la colada continua, por lo tanto el impacto económico de esta tecnología es muy importante¹. La tecnología de la colada continua está en constante desarrollo, puesto que cada vez son mayores los requerimientos de calidad del producto y de eficiencia de la producción. Estos desarrollos abarcan mejoras en los equipos, en las instalaciones y en los procesos de control.

La Fig. 1 muestra el esquema de una instalación de colada continua. Se identifican básicamente dos etapas, la primera en el molde y la segunda luego de salir del mismo.

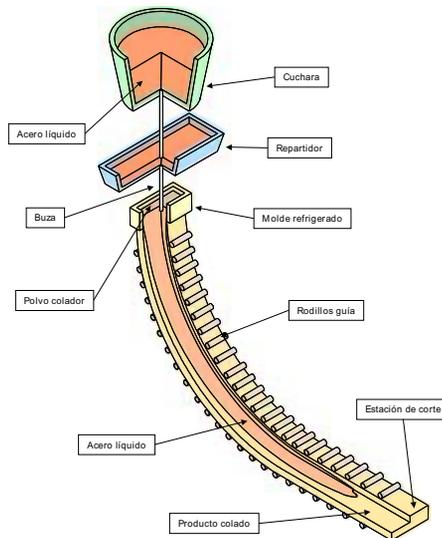


Figura 1: Esquema de una instalación de colada continua de planchones

1. El acero líquido es vertido dentro de un molde refrigerado por medio de una camisa de agua externa. El enfriamiento del acero y su solidificación dentro del molde avanza desde afuera hacia adentro; por lo tanto el espesor de la capa de acero solidificado aumenta a medida que el planchón transita el molde.

El proceso físico dentro del molde es muy complejo, ya que la capa de acero solidificado y el molde sufren deformaciones causadas por las cargas térmicas y las mecánicas (ferrostáticas). Mientras en el menisco el acero está en contacto con el intrados del molde, aguas abajo se abre un espacio entre el planchón y el molde (gap). En algunos casos se le da al molde la forma necesaria como para que nuevamente entre en contacto con el planchón en sus

secciones más bajas².

Generalmente los moldes son equipados con termocuplas ubicadas a través del espesor de la placa de cobre; las indicaciones de las termocuplas constituyen la entrada de datos de un algoritmo heurístico que provee alarmas de perforación.

La descripción matemática de la transferencia de calor entre el planchón y el molde requiere de un modelo que acople las ecuaciones de transferencia de calor con la descripción de las deformaciones termomecánicas³.

Un procedimiento alternativo es usar una ley empírica que describa el flujo de calor entre el planchón de acero y el molde, por ejemplo la ecuación de Savage-Pritchard⁴ y las modificaciones propuestas por Brimacombe y co-autores⁵. Pero esta aproximación puede introducir importantes desviaciones entre las predicciones del modelo y la real distribución de temperaturas. Otra alternativa⁶ es usar las indicaciones de las termocuplas del molde para evaluar, mediante un procedimiento de análisis inverso, los coeficientes de transferencia de calor que gobiernan el proceso térmico en el molde; de esta manera se puede desarrollar un análisis desacoplado de transferencia de calor.

2. El planchón de acero sale del molde y continúa su solidificación. La distancia medida según la línea central del planchón, entre el menisco y la sección del planchón dónde la solidificación es completa se llama "longitud metalúrgica".

Luego de salir del molde el planchón es enfriado mediante jets de agua e intercambiadores de calor que enfrían los rodillos.

El objetivo de modelar los procesos de producción es la investigación de las ventanas tecnológicas de estos procesos⁷, es decir, el lugar en el espacio de las variables de proceso dónde el producto alcanza las especificaciones requeridas y es económicamente viable. Actualmente muchas decisiones tecnológicas se toman en base a los resultados de modelos numéricos. Ya que estas decisiones afectan no sólo los beneficios industriales sino también las condiciones de trabajo y el impacto ecológico, la confiabilidad de los modelos numéricos es de fundamental importancia.

En el caso de la colada continua el enfriamiento del exterior del planchón es más rápido que el del interior, induciendo por lo tanto deformaciones térmicas diferenciales. Estas deformaciones térmicas son incrementadas por las transformaciones de fase líquido-sólido y por las transformaciones de fase en estado sólido. Las deformaciones térmicas diferenciales pueden inducir la formación de fisuras dentro del planchón⁸; en otros procesos tales como conformado de metales, temple, etc. también hay una evolución no homogénea de temperaturas que inducen altas tensiones que pueden dañar el material. Por ello es necesario controlar adecuadamente las deformaciones térmicas durante el proceso de conformado y por lo mismo es necesario que el modelo numérico que simule el proceso incluya dichas deformaciones térmicas y su efecto.

El modelado del acoplamiento termo-mecánico del proceso de conformado de metales ha sido discutido en varias publicaciones, entre ellas⁹⁻¹⁴.

Los desarrollos disponibles en la literatura de modelos de conformado de metales que utilizan la formulación de flujo¹⁵ (modelos de materiales rígido-viscoplásticos¹⁶) sólo incluyen para el acoplamiento termomecánico el calor generado por disipación viscoplástica en el

balance de energía y la variación de las propiedades mecánicas con la temperatura en el balance de momentos.

En el Centro de Investigación Industrial, CINI⁷, se ha desarrollado el código CCAST para modelar la evolución térmica de la solidificación de planchones en la colada continua. Este programa CCAST está compuesto de dos módulos, CCAST-D y CCAST-I. El primero es un programa de elementos finitos que tomando como dato el flujo de calor entre planchón y molde resuelve el problema térmico en el planchón. En cambio el segundo evalúa la transferencia de calor entre planchón y molde a partir de las indicaciones de las termocuplas ubicadas en las paredes del molde (cálculo inverso).

En el presente trabajo se desarrolla el acoplamiento entre CCAST y un modelo basado en la formulación de flujo, para calcular el estado de deformaciones y tensiones en el planchón durante la solidificación en el proceso de la colada continua. En la segunda sección se desarrolla la inclusión de las deformaciones térmicas en la formulación de flujo, concentrando la discusión en el análisis del régimen estacionario. La formulación se ha implementado mediante la técnica de las pseudo-concentraciones^{13, 17 - 24}. En la sección 3 se describe el acoplamiento entre los modelos mecánico (METFOR) y térmico (CCAST). El programa que incluye las deformaciones térmicas y el acople se ha denominado METFOR-TH-M; en la cuarta sección se analiza un ejemplo industrial utilizando dicho programa.

2 FORMULACION DE FLUJO CON DILATACIONES TERMICAS

2.1 Introducción de las dilataciones térmicas en la formulación de flujo

En el caso del modelo de material rígido-viscoplástico utilizado en la formulación de flujo la tasa de deformaciones totales resulta de la suma de sus componentes viscoplástica y térmica,

$$\dot{\epsilon}_{ij} = \dot{\epsilon}_{ij}^{VP} + \dot{\epsilon}_{ij}^{TH} \quad (1.a)$$

$$\dot{\epsilon}_{ij}^{TH} = \frac{D(\alpha T)}{Dt} \delta_{ij} \quad (1.b)$$

En Eqn.(1.b) la notación $\frac{D(\cdot)}{Dt}$ indica la derivada temporal material, es decir, permanece constante la partícula material cuando se calcula la derivada temporal²⁵. El coeficiente de expansión térmica total α depende de la temperatura, T.

La derivada material se calcula como²⁵,

$$\frac{D(\alpha T)}{Dt} = \frac{\partial(\alpha T)}{\partial t} + \underline{u} \cdot \nabla(\alpha T) \quad (2)$$

dónde \underline{u} es la velocidad del material.

Por lo tanto, en el caso de problemas estacionarios la ecuación (1.a) se puede escribir como,

$$\dot{\epsilon}_{ij} = \dot{\epsilon}_{ij}^{VP} + \underline{u} \cdot \underline{\nabla}(\alpha T) \delta_{ij} \quad (3)$$

En el caso de procesos de conformado de metales se usa la relación constitutiva viscoplástica asociada de von Mises. La incompresibilidad del flujo viscoplástico asociado de von Mises se expresa como¹⁶,

$$\dot{\epsilon}_{ij}^{VP} = \dot{\epsilon}_{ij}^{VP} \delta_{ij} = 0 \quad (4)$$

En ese caso la tasa de deformación viscoplástica efectiva es¹⁶,

$$\dot{\epsilon}^{VP} = \left(\frac{2}{3} \dot{\epsilon}_{ij}^{VP} \dot{\epsilon}_{ij}^{VP} \right)^{\frac{1}{2}}. \quad (5)$$

Para describir el endurecimiento del material se usa el modelo de Fields-Backofen^{26,27},

$$\sigma_y = \sigma_0(T) (\dot{\epsilon}^{VP})^n (\dot{\epsilon}^{VP})^m \quad (6)$$

dónde la deformación viscoplástica equivalente $(\dot{\epsilon}^{VP})$ se obtiene de¹⁹,

$$\dot{\epsilon}^{VP} = \frac{\partial \dot{\epsilon}^{VP}}{\partial t} + \underline{u} \cdot \underline{\nabla} \dot{\epsilon}^{VP}. \quad (7)$$

De lo anterior obtenemos¹⁵,

$$s_{ij} = 2\mu [\dot{\epsilon}_{ij}^{VP}]' \quad (8)$$

$$\mu = \frac{1}{3} \frac{\sigma_0(T) (\dot{\epsilon}^{VP})^n}{(\dot{\epsilon}^{VP})^{(1-m)}}. \quad (9)$$

En estas ecuaciones s_{ij} son las componentes desviadoras del tensor de Cauchy (σ_{ij}) y $[\dot{\epsilon}_{ij}^{VP}]'$ son las componentes desviadoras del tensor tasa de deformación viscoplástica.

En definitiva, se trata de modelar la deformación del material como si fuese un fluido con viscosidad dependiente de la tasa de deformaciones efectiva.

Es importante considerar que durante la transformación de fase sólida la tensión de fluencia debe determinarse mediante un promedio ponderado de la tensión de fluencia de cada fase, teniendo también en cuenta el fenómeno de plasticidad de transformación^{28,29}.

Para resolver el problema estacionario se comienza asumiendo una configuración de equilibrio y se calcula el correspondiente campo de velocidades aplicando el Principio de las Potencias Virtuales. El campo de velocidades debe satisfacer la condición de incompresibilidad de la ecuación (4), que se impone mediante la técnica del Lagrangeano aumentado^{20,30}. Una vez calculado el campo de velocidades se modifica la configuración de equilibrio utilizando una técnica de iteraciones alternadas.

La solución de las no-linealidades del material junto con la técnica del Lagrangeano

aumentado forman un sistema de ecuaciones iterativo.

Para la iteración "k+1" se tiene,

$$\int_V s_{ij}^{(k+1)} \delta \dot{\epsilon}_{ij}^{(k+1)} dv + \int_V p^{(k+1)} \delta \dot{\epsilon}_v^{(k+1)} dv = R \quad (10)$$

Dónde R es la potencia virtual de las cargas exteriores.

2.2 Discretización de las ecuaciones de equilibrio mediante el Método de los Elementos Finitos

Se utiliza el elemento hexaédrico H1-P0 de 8 nodos²⁰ con:

- Ocho nodos para la interpolación de velocidades.
- El tensor tasa de deformaciones desviadoras $[\dot{\epsilon}_{ij}]'$ directamente calculado de la interpolación de velocidades.
- La interpolación de la tasa de deformación volumétrica constante en el interior del elemento,

$$\dot{\epsilon}_v = \frac{1}{V_e} \int_e [\dot{\epsilon}_v]^{DI} dv \quad (11)$$

dónde V_e es el volumen del elemento y $[\dot{\epsilon}_v]^{DI}$ es la tasa de deformación volumétrica directamente calculado de la interpolación de velocidades.

- La interpolación de presiones también es constante en el interior del elemento.

En la discretización de las ecuaciones de equilibrio (10) se incluyen las siguientes expresiones,

$$\underline{U}^{(k+1)} = \underline{U}^{(k)} + \Delta \underline{U}^{(k+1)} \quad (12a)$$

$$\delta \underline{U} = \delta \Delta \underline{U}^{(k+1)} \quad (12b)$$

$$\dot{\epsilon}_{ij}^{(k+1)} = \dot{\epsilon}_{ij}^{(k)} + \Delta \dot{\epsilon}_{ij}^{(k+1)} \quad (12c)$$

$$s_{ij}^{(k+1)} = 2[\mu \dot{\epsilon}_{ij}']^{(k+1)} = s_{ij}^{(k)} + 2[\mu \Delta \dot{\epsilon}_{ij}']^{(k+1)} \quad (12d)$$

$$\delta \dot{\epsilon}_{ij} = \delta \Delta \dot{\epsilon}_{ij}^{(k+1)} \quad (12e)$$

siendo $\underline{U}^{(k+1)}$ el vector de las velocidades nodales.

En la ecuación (12d) se usa el último valor de viscosidad conocido: $\mu^{(k)}$.

Operando resulta,

$$[\underline{K}_D + \underline{K}_V - \Delta \underline{K}] \Delta \underline{U}^{(k+1)} = \underline{R} - \underline{F}_D - \int_V \underline{B}_v^T (\underline{P}^{(k)} + \kappa [\dot{\epsilon}_v^{VP}]^{(k)}) dv \quad (13)$$

El término $[-\Delta \underline{K}]$ agrega una componente no simétrica a la matriz de rigidez.

En la ecuación anterior \underline{R} es el vector de fuerzas nodales equivalentes (en el sentido de los trabajos virtuales) a las fuerzas exteriores actuantes sobre el cuerpo.

Eliminando los términos de origen térmico en el sistema de ecuaciones de equilibrio el sistema resultante es:

$$[\underline{K}_D + \underline{K}_V] \Delta \underline{U}^{(k+1)} = \underline{R} - \underline{F}_D - \int_V \underline{B}_V^T (\underline{P}^{(k)} + \kappa [\dot{\underline{\epsilon}}_V]^{(k)}) dV \quad (14)$$

El coeficiente de penalización κ es usado en la técnica del Lagrangeano aumentado para imponer la incompresibilidad²⁰.

Los términos $[-\Delta \underline{K}]$ y $[\int_V \underline{B}_V^T \kappa [\dot{\underline{\epsilon}}_V^{TH}]^{(k)} dV]$ son agregados al código METFOR de modelado de conformado de metales para tener en cuenta las deformaciones inducidas térmicamente, dando origen así al código METFOR-TH-M.

El término,

$$\Delta \underline{K} = 3 \int_V \underline{B}_V^T \kappa \underline{C} dV \quad (15)$$

agrega una componente una componente no simétrica a la matriz de rigidez.

Para facilitar la incorporación de las dilataciones térmicas en el programa de elementos finitos METFOR-TH-M, se simetriza el término $\Delta \underline{K}$ agregado a la matriz de rigidez, aún cuando la convergencia sea más lenta.

En lugar del término no simétrico $\Delta \underline{K}$ se tomó, en la parte izquierda de la ecuación (13), el término simétrico,

$$\Delta \underline{K} = \int_V \underline{B}_V^T \kappa \frac{[\dot{\underline{\epsilon}}_V^{TH}]^{(k)}}{[\dot{\underline{\epsilon}}_V]^{(k)}} \underline{B}_V dV \quad (16)$$

Los ejemplos numéricos analizados con este procedimiento han convergido en un razonable número de iteraciones.

En trabajos previos se implementó la formulación de flujo usando una descripción Euleriana del movimiento y aplicando la técnica de pseudoconcentraciones de Thompson^{17-24, 13}.

2.3 Resultados numéricos

Se presentan algunos resultados numéricos obtenidos mediante la formulación termo-mecánica, implementada en el código METFOR-TH-M.

2.3.1 Estado plano de deformaciones

En este caso se considera una placa cuadrada libre de expandirse en su plano pero sometida a un estado plano de deformaciones, bajo un gradiente de temperatura constante a lo largo de uno de sus lados ($\frac{\partial T}{\partial x} = 500$).

Se comparan dos soluciones, la primera Euleriana obtenida mediante la formulación termo-

mecánica desarrollada en este trabajo y la segunda Lagrangeana, obtenida usando una formulación de grandes deformaciones termo-elástica en la cual,

$${}^t_0 H_{ij}^{TH} = \alpha({}^tT - {}^0T)\delta_{ij}$$

dónde ${}^t_0 H_{ij}^{TH}$ son las deformaciones térmicas de Hencky (logarítmicas) calculadas para una distribución de temperatura ${}^tT(x, y)$ y referida a un estado con temperatura constante 0T .

Para el problema Euleriano se consideran las siguientes propiedades del material,

$$\begin{aligned}\sigma_0 &= 3.00 \\ n &= 0 \\ m &= 1 \\ \alpha &= 0.0002.\end{aligned}$$

Calculando el valor de la viscosidad a partir de (9) resulta $\mu=1$ y por lo tanto, particularizando la ecuación (8), se obtiene,

$$s_{ij} = 2[\dot{\epsilon}_{ij}^{VP}]' \quad (17)$$

En tanto para el problema Lagrangeano se consideró Estado plano de Deformaciones y un material casi incompresible ($\nu = 0.49999$), eligiéndose el valor del módulo de elasticidad

$E = 3$ de forma tal que el módulo de elasticidad transversal resulte $G = \frac{E}{2(1+\nu)} = 1$ y por lo tanto las tensiones resultan equivalentes a las dadas por la ecuación (17). El coeficiente de dilatación térmica es el mismo para ambos problemas.

La Fig. 2 muestra la distribución de pseudoconcentraciones obtenida con la formulación Euleriana.

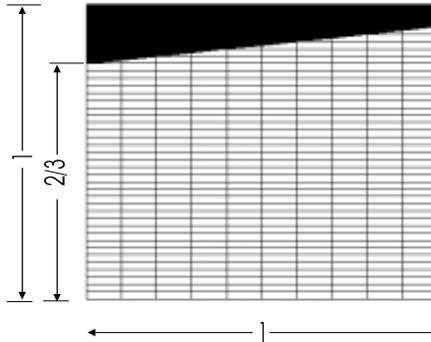


Figura 2: Estado Plano de Deformaciones. Distribución de pseudoconcentraciones (superficie libre). Formulación Euleriana

El análisis se repitió tres veces para diferentes refinamientos de malla en dirección vertical y se compara la solución numérica Euleriana, obtenida con METFOR-TH-M con la solución analítica, en términos de caudal medio en cada sección (Fig.3), y con la solución Lagrangeana (Fig.4). Ambas comparaciones dan muy buenos resultados.

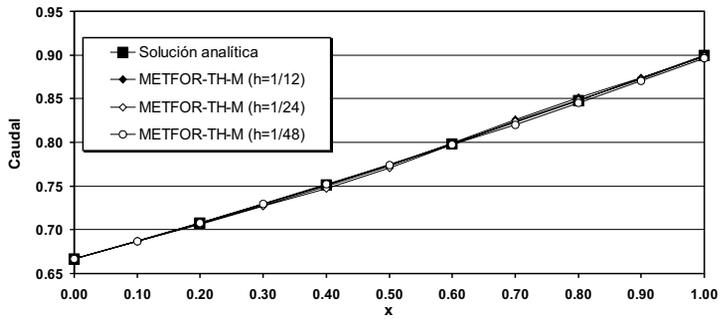


Figura 3: Estado plano de deformaciones. Caudal promedio en cada sección. Comparación de la solución euleriana (METFOR-TH-M) con la analítica

En la Fig. 4 se observa mejor aproximación cuando se aumenta el refinamiento de la malla, debido a que se reduce el efecto de la difusión numérica que se introduce al integrar la ecuación de transporte de las pseudoconcentraciones¹³.

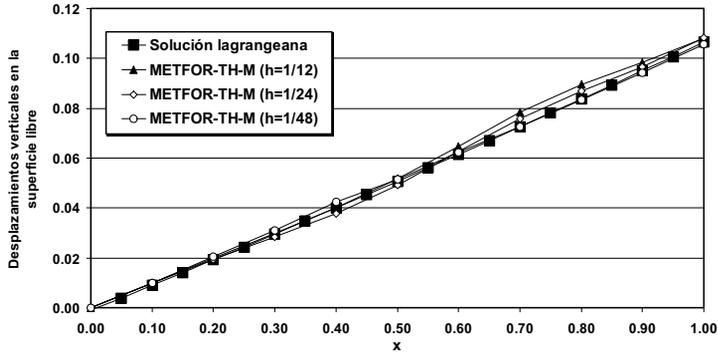


Figura 4: Estado plano de Deformaciones. Desplazamientos verticales de la superficie libre. Comparación de la solución Euleriana (METFOR-TH-M) con la Lagrangeana

2.3.2 Expansión tridimensional

En este caso se analiza el flujo de material con un gradiente térmico axial constante, y libre de expandirse en todas direcciones. Las características del material son las mismas que las del ejemplo anterior. Se tomó un modelo con 2 planos de simetría, es decir, se modeló un cuarto del volumen.

En la figura Fig. 5 se observa la superficie libre. La zona oscura representa la región con pseudoconcentraciones negativas, es decir, dónde no hay material.

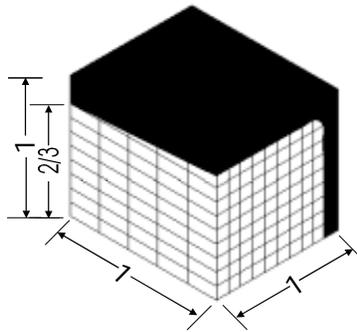


Figura 5: Expansión tridimensional. Superficie libre

La Fig. 6 compara el flujo volumétrico medio en cada sección obtenido numérica y analíticamente.

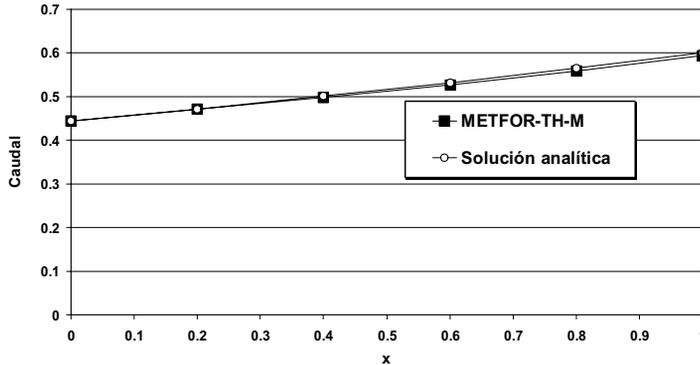


Figura 6: Expansión tridimensional. Caudal promedio en cada sección. Solución numérica de METFOR-TH-M vs. solución analítica

3 ACOPLAMIENTO ENTRE LOS MODELOS TÉRMICO Y MECÁNICO

El acoplamiento entre los modelos térmico y mecánico que se utilizan para simular la solidificación de los planchones en una colada continua de acero requiere^{13, 32, 33}

- Incorporar en el modelo térmico el calor generado por disipación viscoplástica.
- Incorporar en el modelo mecánico la dependencia de las propiedades del material con la temperatura e incorporar las dilataciones térmicas del material.
- Considerar la no linealidad geométrica en ambos modelos, es decir, resolver las ecuaciones térmicas y de equilibrio en la configuración deformada.

Un modelo exacto, desde el punto de vista teórico de la Mecánica del Continuo, incorpora el cumplimiento riguroso de los tres puntos arriba enumerados. Sin embargo, el modelo numérico no lineal resultante involucraría un alto nivel de complejidad y una posible falta de robustez para obtener consistentemente soluciones convergidas.

Para simplificar el modelo y su consiguiente tratamiento numérico, se introducen en el presente trabajo las siguientes simplificaciones,

- Se desprecia el calor generado por la disipación viscoplástica ya que resulta mucho menor que los flujos de calor que se desarrollan con motivo del proceso de solidificación del acero.
- Se simplifica el tratamiento de la no linealidad geométrica según lo que se expondrá en la próxima sección.

3.1 No linealidad geométrica

Para simplificar la complejidad numérica del problema sin perder la apropiada representación del fenómeno físico analizado, en el modelo térmico se usa la geometría de la malla indeformada del planchón. Por lo tanto, teniendo además en cuenta que se desprecia el calor generado por la disipación viscoplástica, se llega a un problema térmico completamente desacoplado del mecánico.

Se tienen entonces dos mallas de elementos finitos, una para resolver el problema térmico y la segunda para resolver el problema mecánico. En este último caso se trata de una malla fija, con el material moviéndose dentro de ella, y en la cual se han definido las pseudoconcentraciones tal como se ha explicado en el capítulo anterior.

En la malla del modelo térmico cada nodo tiene asociado un valor de temperatura. En la del problema mecánico, es necesario definir la temperatura para cada punto en el cual exista una partícula de material (P), es decir, para cada punto dónde $c \geq 0$.

De lo que se trata entonces es de desarrollar un algoritmo de mapeo entre ambas mallas (Fig. 7).

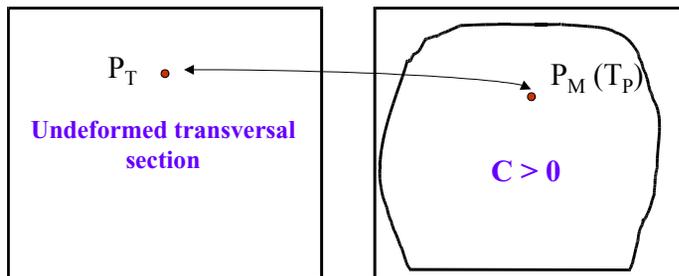


Figura 7: Algoritmo de mapeo entre los modelos térmico y mecánico

3.2 Algoritmo de mapeo

Tanto la malla del modelo térmico como la del mecánico son definidas de modo de tener los nodos en secciones rectangulares transversales a la dirección de colada. Ambas mallas se construyen con el mismo número de secciones transversales.

Para cada par de secciones transversales que contienen a la partícula P se define un sistema de coordenadas naturales $-1 \leq (r, s) \leq 1$. En la malla del modelo térmico los valores extremos $(r, s) = \pm 1$ corresponden a los bordes de la misma, mientras que en la malla del modelo mecánico corresponden a los límites del material definidos por $c = 0$.

3.3 Cálculos en las secciones transversales del modelo mecánico

Se buscan los puntos para los cuales la pseudoconcentración es nula. Se determina un total

de NC puntos. Se identifican los puntos para los cuales las coordenadas del plano de la sección (y,z) toman valores máximo y mínimo. Los cuatro puntos son $N_L(y_{min})$, $N_R(y_{max})$, $N_T(z_{max})$ y $N_B(z_{min})$.

Obtenidos estos puntos se calcula,

$$\Delta y = y(N_R) - y(N_L)$$

$$\Delta z = z(N_T) - z(N_B)$$

Se determina el baricentro de la zona de pseudoconcentraciones $c \geq 0$ (punto O).

Del conjunto de los puntos frontera NC se tomarán 4 subconjuntos de puntos NCT, NCB, NCL y NCR, que cumplirán las siguientes condiciones,

$$\text{NCT: } [(y_0 - \frac{h_y}{2}) \leq y_i \leq (y_0 + \frac{h_y}{2}); z_i > z_0]$$

$$\text{NCB: } [(y_0 - \frac{h_y}{2}) \leq y_i \leq (y_0 + \frac{h_y}{2}); z_i < z_0]$$

$$\text{NCR: } [(z_0 - \frac{h_z}{2}) \leq z_i \leq (z_0 + \frac{h_z}{2}); y_i > y_0]$$

$$\text{NCL: } [(z_0 - \frac{h_z}{2}) \leq z_i \leq (z_0 + \frac{h_z}{2}); y_i < y_0]$$

El cálculo se hace en función de un parámetro positivo $\beta < 1$. Se define $h_y = \beta \cdot \Delta y$ y $h_z = \beta \cdot \Delta z$. La determinación de los subconjuntos será un proceso iterativo, disminuyendo β de modo de asegurarse que ningún punto pertenezca a 2 subconjuntos.

Se interpola cada uno de los cuatro subconjuntos mediante cuadrados mínimos, con una ecuación de segundo grado de la forma $z = ay^2 + by + c$.

Se consideran 9 puntos para delimitar la zona dónde las pseudoconcentraciones $c \geq 0$. Los cuatro nodos de esquina P1 a P4 surgen de la intersección de las curvas límites determinadas anteriormente. Sobre las curvas que interpolan a los puntos NCT, NCL, NCB y NCR se determinan los puntos $P_5(\frac{y_1 + y_2}{2})$, $P_6(\frac{z_2 + z_3}{2})$, $P_7(\frac{y_3 + y_4}{2})$ y $P_8(\frac{z_4 + z_1}{2})$ respectivamente. Finalmente el punto P9 coincide con el baricentro "O" definido anteriormente.

Para un punto cualquiera en el interior de la zona pseudoconcentraciones $c \geq 0$ se verifica,

$$y(r, s) = \sum_{k=1}^9 h_k(r, s) \cdot y_{P_k}$$

$$z(r, s) = \sum_{k=1}^9 h_k(r, s) \cdot z_{P_k}$$

siendo h_k las funciones de interpolación del elemento isoparamétrico de 9 nodos.

Partiendo de estas ecuaciones y aplicando el método iterativo de Newton se determinan para cualquier punto dentro del dominio $c \geq 0$ las coordenadas naturales como función de las coordenadas cartesianas $(y, z) \rightarrow (r, s)$.

3.4 Cálculos en las secciones transversales del modelo térmico

A partir de las coordenadas naturales (r, s) del punto P halladas en el apartado anterior se determinan las correspondientes coordenadas cartesianas (y_T, z_T) en la malla del modelo térmico. En este caso las funciones de interpolación son las que corresponden al elemento isoparamétrico de 4 nodos,

$$y_T(r, s) = \sum_{k=1}^4 h_k(r, s) \cdot y_{P_k^T}$$

$$z_T(r, s) = \sum_{k=1}^4 h_k(r, s) \cdot z_{P_k^T}$$

Dónde P_k^T son las 4 esquinas del rectángulo que conforma la malla del modelo térmico.

Al conocer las coordenadas (y_T, z_T) se puede determinar el elemento al cual pertenece el punto 'mapeado' P. A partir de la ubicación del punto en el elemento y de las ecuaciones de interpolación y aplicando nuevamente el método iterativo de Newton se hallan las correspondientes coordenadas naturales (r_e, s_e) dentro del elemento.

Interpolando se determina la temperatura de la partícula P.

$$T(r, s) = \sum_{k=1}^4 h_k(r_e, s_e) \cdot T_{P_k^{T,e}}$$

dónde $P_k^{T,e}$ son los nodos del elemento en la malla del modelo térmico.

3.5 Elementos de borde en el modelo mecánico

En el caso que los cuatro nodos de un elemento tengan pseudoconcentración negativa se le asigna un valor de temperatura constante, denominado temperatura de corte T_c , a cada punto dentro del elemento. Pero si el elemento tiene nodos con pseudoconcentración positiva y otros con pseudoconcentración negativa se le asigna valores de temperatura a los nodos sin material de forma de conservar, en la malla del modelo mecánico, el gradiente de temperatura predicho por el modelo térmico.

4 ANALISIS DE UN CASO INDUSTRIAL

En esta sección se presenta un ejemplo industrial en el que la distribución de temperaturas se obtiene del programa CCAST, descrito en la Introducción de este trabajo.

Las propiedades del material considerado en estado sólido son¹¹,

$$\sigma_0(T) = 229.41e^{-0.0029T}$$

$$n = 0.2520$$

$$m = 0.1430$$

$$\alpha = 0.00002.$$

Para el estado líquido se consideró una viscosidad $\mu_{\text{líquido}} = \mu_{\text{sólido}} \cdot 10^{-3}$.

Se analiza la distribución de pseudoconcentraciones en la zona del molde exclusivamente. La distribución de temperaturas se muestra en la Fig. 8.

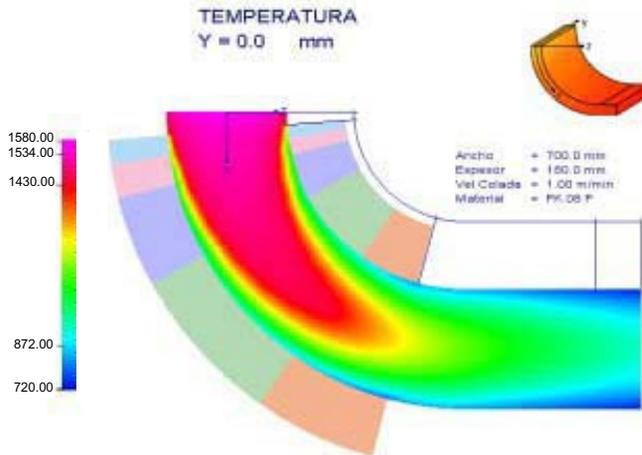


Figura 8: Distribución de temperatura en el plano de simetría

A la entrada del molde la temperatura es uniforme e igual a 1550°. Se observan los valores máximos de temperatura en el centro, disminuyendo hacia los bordes. El acero se enfría a medida que circula, por lo tanto en la solución se debe observar una contracción del material.

Las Figs. 9 y 10 muestran la malla de elementos finitos en el dominio mecánico, observándose la mayor densificación en los bordes. Las dimensiones transversales del molde son 700 x 180 mm. Se considera mitad del molde y además se agregó una fila de elementos sin material en los bordes (ancho 3 mm), por lo que las dimensiones de la sección analizada son: 353 x 186 mm.

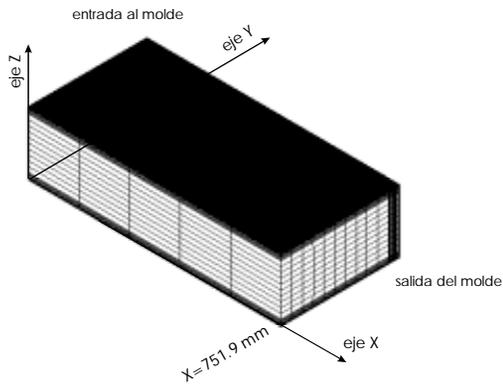


Figura 9: Malla de elementos finitos en el dominio mecánico (zona del molde)

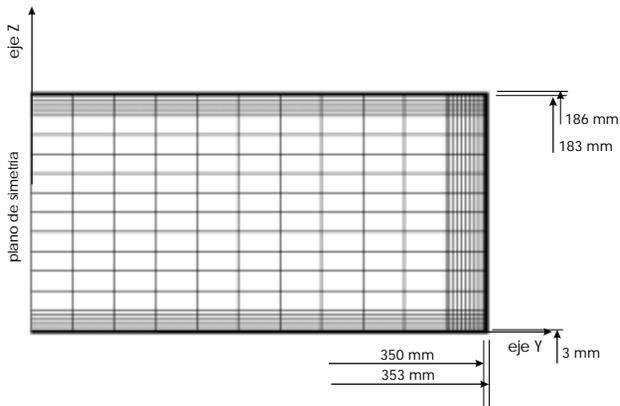


Figura 10: Vista de la entrada al molde

En las Figs. 11, 12 y 13 se presentan los resultados obtenidos en una sección cercana a la salida del molde ($X = 751.9$ mm). Se graficaron las líneas de borde dónde la pseudoconcentración se anula (borde del material). Efectivamente se observa la contracción del material.

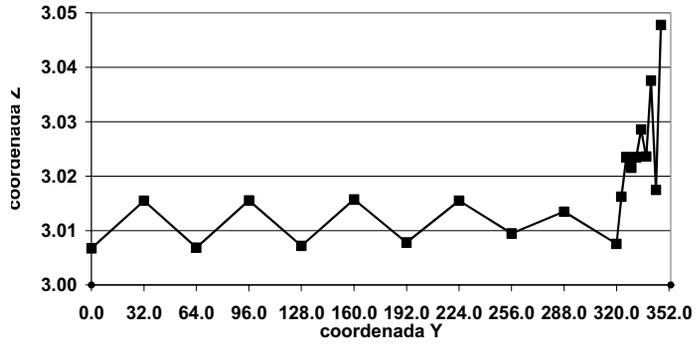


Figura 11: Borde del material. Posición inicial Z = 3.00 mm

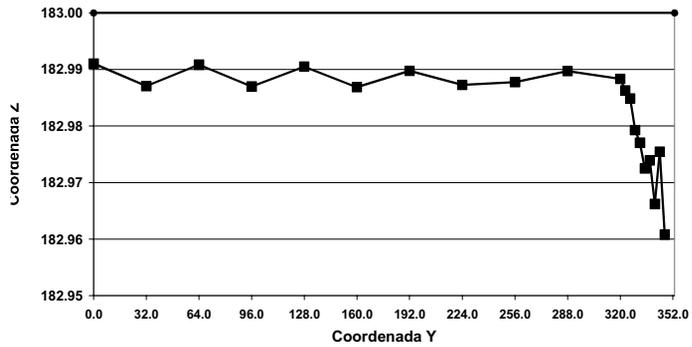


Figura 12: Borde del material. Posición inicial Z = 183.00 mm

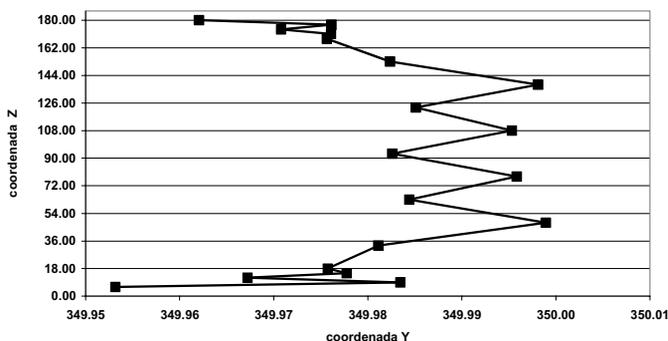


Figura 13: Borde derecho del material. Posición inicial Y = 350.00 mm

De la observación de las Figs. 11 a 13 surge que el modelo desarrollado describe el espacio entre el borde del planchón solidificado ($c=0$ en la distribución de pseudoconcentraciones) y el molde ("gap") con una oscilación numérica superpuesta. El "gap" es una variable tecnológica muy importante en el diseño de moldes de colada continua. Debe notarse que esta oscilación se debe a la pequeña difusión numérica que presenta el método de integración de las ecuaciones de transporte de pseudoconcentraciones (SUPG); esta oscilación es en todos los casos mucho menor que el tamaño de un elemento.

Un punto importante es que la superficie libre del planchón es prácticamente paralela a la dirección principal del flujo de material (las velocidades transversales debidas a la contracción del planchón son mucho menores que las velocidades axiales); aún con estas condiciones desfavorables el método de las pseudoconcentraciones ha podido proveer un resultado adecuado.

5 CONCLUSIONS

Se desarrolló un modelo termo-mecánico de la solidificación del material durante el proceso estacionario de la colada continua de planchones de aceros. Se utilizó un modelo de material rígido-viscoplastico (formulación de flujo) implementado mediante la técnica de las pseudoconcentraciones, previamente utilizada para modelar procesos de conformado de metales. Para lograr el objetivo planteado se ha desarrollado una formulación que incluye en el modelo de material rígido-viscoplastico la acción de las deformaciones térmicas. Se ha desarrollado también un acoplamiento entre los modelos que describen la evolución térmica del planchón de acero y su evolución mecánica.

En este trabajo se describe el modelo acoplado desarrollado para simular la colada

continua de SIDERAR (San Nicolás, Argentina).

6 REFERENCIAS

- [1] M.M. Wolf, "Historical aspects and key technologies", *The Making, Shaping and Treating of Steel* (Ironmaking Volume, 11th. Edition), AISE Steel Foundation, (in press).
- [2] M.R. Ridolfi and B.G.Thomas, "The optimization of mold taper for the Ilva-Dalmine round bloom caster", *La Revue de Métallurgie - CIT*, pp.609-620, 1994.
- [3] J.E. Kelly, K.P. Michalek KP, T.G. O'Connor, B.G. Thomas and J.A. Dantzig, "Initial development of thermal and stress fields in continuously cast steel billets", *Metallurgical Transactions A*, **19A**, pp.2589-2602, 1988.
- [4] J.Savage and W.H. Pritchard, "The problem of rupture of the billet in the continuous casting of steel", *J. Iron and Steel Inst.*, pp.269-277, 1954.
- [5] J.E. Lait, J.K. Brimacombe and F. Weinberg, "Mathematical modelling of heat flow in the continuous casting of steel", *Ironmaking and Steelmaking* (Quarterly), 2, pp.90-97,
- [6] M.Gonzalez, M.B.Goldschmit, A.P.Assanelli, Elena Fernández Berdaguer y E.N.Dvorkin, "Modeling of the solidification process in a continuous casting installation for steel slabs", (submitted).
- [7] E.N. Dvorkin, "Computer modelling for the steel industry at CINI", IACM-Expressions, N°10, January 2001.
- [8] J.K.Brimacombe and K.Sorimachi, "Crack formation in the continuous casting of steel", *Metallurgical Transactions B*, **8B**, pp.489 - 505, 1977.
- [9] N.Rebelo and S.Kobayashi, "A coupled analysis of viscoplastic deformation and heat transfer - I", *Int. J. Mech. Sci.*, **22**, pp.699-705, 1980.
- [10] O.C.Zienkiewicz, E.Oñate and J.C.Heinrich, "A general formulation for coupled thermal flow of metals using finite elements", *Int. J. for Num. Methods in Engng.*, **17**, pp.1497-1514, 1981.
- [11] S.Kobayashi, "Thermoviscoplastic analysis of metal forming problems by the finite element method", *Numerical Analysis of Forming Processes*, (Ed. J.F.T.Pittman et al), John Wiley & Sons, 1984.
- [12] S.Kobayashi, S.-I.Oh and T.Altan, *Metal Forming and the Finite Element Method*, Oxford University Press, 1989.
- [13] M.A.Cavaliere, M.B.Goldschmit and E.N.Dvorkin, "On the solution of coupled thermo-mechanical problems via the pseudo-concentrations technique", *Proceedings ECCOMAS 2000 (European Congress on Computational Methods in Applied Sciences and Engineering) - COMPLAS VI (Sixth Int. Conf. on Computational Plasticity)*, CIMNE, Barcelona, 2000.
- [14] R.H.Wagoner and J.L.Chenot, *Metal Forming Analysis*, Cambridge University Press, 2001.
- [15] O.C.Zienkiewicz, P.C.Jain and E.Oñate, "Flow of solids during forming and extrusion: some aspects of numerical solutions", *Int.J.Solid Struct.*, 14, pp.15-28, 1977.
- [16] P.Perzyna, "Fundamental problems in viscoplasticity", *Advances in Applied Mechanics*,

9, Academic Press, 1966.

[17] E.Thompson, "Use of the pseudo-concentrations to follow creeping viscous flows during transient analysis", *Int.J.Num.Meth.Fluids*, **6**, pp.749-761, 1986.

[18] E.Thompson and R.E.Smelser, "Transient analysis of forging operations by the pseudo-concentrations method", *Int.J.Num.Meth.Engrg.*, **25**, pp.177-189, 1988.

[19] E.N.Dvorkin and E.G.Petöcz, "An effective technique for modelling 2D metal forming processes using an Eulerian formulation", *Engrg. Comput.*, **10**, pp.323-336, 1993.

[20] E.N.Dvorkin, M.A.Cavaliere and M.B.Goldschmit, "A three field element via augmented Lagrangian for modelling bulk metal forming processes", *Comput. Mechs.*, **17**, pp.2-9, 1995.

[21] E.N.Dvorkin, M.B.Goldschmit, M.A.Cavaliere, P.M.Amenta, O.Marini and W.Stroppiana, "2D finite element parametric studies of the flat rolling process", *J. of Materials Processing Technology*, **68**, pp.99-107, 1997.

[22] E.N.Dvorkin, M.A.Cavaliere, M.B.Goldschmit and P.M.Amenta, "On the modeling of steel product rolling processes", *Int.J.Forming Processes (ESAFORM)*, **1**, pp.211-242, 1998.

[23] M.A.Cavaliere, M.B.Goldschmit and E.N.Dvorkin, "Finite element analysis of steel rolling processes", *Computers & Structures*, **79**, pp.2075-2089, 2001.

[24] M.A.Cavaliere, M.B.Goldschmit and E.N.Dvorkin, "Finite element simulation of the steel plates hot rolling process", *Int. J. Numerical Methods in Engng.*, **52**, pp.1411-1430, 2001.

[25] L.E.Malvern, *Introduction to the Mechanics of a Continuous Medium*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1969.

[26] D.S.Fields and W.A.Backofen, "Determination of strain hardening characteristics by torsion testing", *Proc. ASTM*, **57**, pp.1259-1271, 1957.

[27] W.A.Backofen, *Deformation Processing*, Addison-Wesley, Reading MA, 1972.

[28] F.G.Rammerstorfer, D.F.Fischer, W.Mitter, K.J.Bathe and M.D.Snyder, "On thermo-elastic-plastic analysis of heat-treatment processes including creep and phase changes", *Computers & Structures*, **13**, pp.771-779, 1981.

[29] A.J.Fletcher, *Thermal Stresses and Strain Generation in Heat Treatment*, Elsevier Applied Science, 1989.

[30] D.G. Luenberger, *Linear and Nonlinear Programming*, Addison Wesley, 1984.

[31] T.J.R.Hughes, *The Finite Element Method*, Prentice-Hall, 1987.

[32] E.N. Dvorkin y R. G. Toscano, "Modeling thermal expansions in the flow formulation", (submitted).

[33] E. N. Dvorkin y R. G. Toscano, "Thermo-mechanical modeling of the continuous casting of steel slabs", *Proceedings Fifth World Congress on Computational Mechanics*, Vienna, July 2002.