

## ESTUDIO DE LA PROPAGACIÓN DE UNA ONDA ULTRASÓNICA A TRAVÉS DE UN SÓLIDO ELASTOPLÁSTICO

Ing. Edgardo Urtubey\*, Ing. M.S. Ricardo Loréfica\*, Dr. Ing. Guillermo Etse<sup>†</sup>

(\*) F.C.E.yT. - Universidad Nacional de Santiago del Estero  
Avda. Belgrano (S) 1912 - 4200 - Santiago del Estero  
e-mail: [urtubey@unse.edu.ar](mailto:urtubey@unse.edu.ar), [lorefice@unse.edu.ar](mailto:lorefice@unse.edu.ar)

(<sup>†</sup>) F.C.E.yT. - Universidad Nacional de Tucumán  
Avda. Roca 1800 - 4300. S. M. de Tucumán  
e-mail: [getse@herrera.unt.edu.ar](mailto:getse@herrera.unt.edu.ar)

**Palabras clave:** Ondas ultrasónicas, propagación, modelos materiales, simulación numérica

**Resumen.** *En este trabajo se presenta un análisis del comportamiento de un medio elastoplástico cuando es atravesado por una onda ultrasónica. En particular, la atención se centra en el estudio de la propagación de la onda a través del hormigón, con el propósito de estudiar la influencia de la formulación constitutiva adoptada en la modelación numérica de la respuesta del material al tránsito de la onda. Se consideran distintos modelos elastoplásticos y se comparan sus performances con el caso elástico lineal. Las simulaciones numéricas, se llevan a cabo mediante elementos finitos, suponiendo un estado de tensiones planas y se analizan situaciones previas y posteriores al instante de alcanzar la carga máxima.*

## 1 INTRODUCCIÓN

Los ensayos no destructivos son relativamente recientes en el hormigón debido a que se trata de un material heterogéneo. B.G. Long, H. J. Kurtz y J. R. Leslie propusieron considerar la velocidad de una onda ultrasónica para la evaluación no destructiva de hormigón e introdujeron el aparato y las técnicas conocidas como "método de velocidad de pulso", que mide el tiempo de paso de una onda ultrasónica a través de un espesor conocido, y que constituye hoy en día una de las técnicas no destructivas más populares<sup>1</sup>. La evaluación de estructuras existentes, con el propósito de repararlas, reforzarlas y/o reciclarlas, requiere el conocimiento de parámetros que permitan caracterizar su estado actual. Considerando que las estructuras de hormigón armado son las más frecuentes en nuestro medio, resulta de particular interés la estimación de su resistencia<sup>2</sup>.

### 1.1 Ondas ultrasónicas

Las ondas sonoras son ondas mecánicas longitudinales que se propagan en medios sólidos, líquidos y gaseosos. Las partículas materiales que transmiten tales ondas oscilan en la dirección de propagación. Las ondas sonoras (que pueden estimular el oído), están entre 20 Hz y 20 kHz. Frecuencias menores se dicen *infrasónicas*, son generadas por grandes fuentes emisoras como los terremotos. Las frecuencias mayores o *ultrasónicas* se producen mediante vibraciones elásticas de un cristal de cuarzo inducidas por resonancia con un campo eléctrico alterno aplicado, fenómeno conocido como efecto piezoeléctrico: si se presiona un cristal de cuarzo, los extremos se cargan o viceversa, si se aplica un campo eléctrico, el cristal cambia de longitud. Aplicando un voltaje alterno, el cristal oscila, produciendo una onda sonora de frecuencia constante. El efecto piezoeléctrico se usa en transductores, que convierten ondas acústicas (sonido) en campos eléctricos o viceversa. El sonido de una frecuencia en particular produce una deformación en un material piezoeléctrico. Los cambios dimensionales polarizan el cristal creando un campo eléctrico. A su vez, ese campo eléctrico puede ser transmitido a un segundo cristal piezoeléctrico al cual le produce cambios dimensionales y se genera una onda acústica que es amplificada (teléfono, grabadoras y en general, dispositivos electroacústicos).

Con materiales ferroeléctricos se pueden obtener efectos semejantes pero mas intensos. Hay diferencias entre estos fenómenos: en la piezoelectricidad (caso del cuarzo) se requiere un cristal sencillo; los materiales ferroeléctricos contienen dominios que crecen en respuesta al campo aplicado y esto tiene dos consecuencias importantes, la primera, el almacenamiento de carga es mayor, la segunda, no se requiere un cristal sencillo. La posibilidad de usar un material policristalino en vez de un solo cristal tiene grandes ventajas comerciales<sup>3,4</sup>.

### 1.2 Aparato de ultrasonidos

El aparato de ultrasonidos mide tiempos de propagación de la onda a través del hormigón u otro material. Se usa para detectar daños generados por heladas o por fuego, estimar profundidades de grietas y fisuras, localizar inclusiones de materiales extraños, evaluar resistencia a compresión, tiempos de desencofrado y de pretensado, determinar módulo de

elasticidad, controlar la homogeneidad del hormigón proyectado. La velocidad de la onda ultrasónica es función de la calidad del hormigón y se obtiene con la fórmula:

$$V = \frac{S}{T} \cdot 10^6 \quad (1)$$

donde: V = Velocidad de la onda ultrasónica, en m / seg

S = Distancia entre las cabezas, en metros

T = Tiempo registrado por la unidad ultrasónica, en  $\mu$ seg

Usualmente la velocidad ultrasónica para hormigones varía entre 4.000 y 4.800 m / seg, la distancia entre las cabezas debe evaluarse con una aproximación de  $\pm 1,0$  %. Puesto que la velocidad de la onda ultrasónica depende de la densidad del medio es deseable conocer tipo de cemento, relación agua-cemento, contenido de humedad, condiciones de maduración<sup>5</sup>.

### 1.2.1 Estimación del módulo elástico dinámico

A partir de mediciones de la velocidad de las ondas ultrasónicas es posible calcular el módulo elástico dinámico como sigue<sup>6</sup>:

$$E_D = V^2 \rho \frac{(1+\nu)(1-2\nu)}{1-\nu} \quad (2)$$

donde: V = Velocidad en km / seg

$\rho$  = Densidad del hormigón en kg / m<sup>3</sup>

$\nu$  = Relación de Poisson (0,15 para alta resistencia; 0,30 para baja resistencia)

$E_D$  = Módulo elástico dinámico en MN / m<sup>2</sup>

### 1.2.2 Estimación de la resistencia a compresión

La resistencia a compresión del hormigón puede determinarse a partir de la velocidad de pulso mediante<sup>7</sup>:

a) Correlaciones gráficas entre V y R obtenidas ensayando probetas.

Se requiere un mínimo de 30 probetas ensayadas. El valor promedio de la velocidad de pulso se obtiene a partir de tres probetas sometidas a idénticas condiciones de ensayo. Las variaciones de resistencia y velocidad de pulso requeridas para la correlación se logran modificando la relación agua-cemento, el grado de compactación, etc. Con los resultados se construye la curva de correlación gráfica entre V y R, usando cualquier procedimiento de ajuste de curva a una nube de puntos.

b) Correlaciones analíticas conocidas entre V y R

Se han empleado las siguientes expresiones<sup>7</sup>:

$$\begin{aligned} R &= a V^b \\ R &= a e^{bV} \\ R &= a + b V + c \end{aligned} \quad (3)$$

En las cuales V= es la velocidad d propagación de onda medida

a, b, y c son constantes que se determinan mediante ensayos

La precisión de la estimación varía según los datos que se dispongan (composición del hormigón y resultados de las probetas ensayadas).

### 1.2.3 Inconvenientes del método

a) *Precisión en las mediciones*: Dado que la velocidad de propagación de la onda se obtiene como  $V = S / T$ , midiendo la longitud de camino (S) con una precisión de  $\pm 1,0 \%$  y el tiempo (T) de tránsito con una precisión del  $\pm 2,0 \%$  resultará que la velocidad de pulso (V) se puede obtener con una precisión del  $\pm 3,0 \%$ . Dado que el módulo elástico E varía con al cuadrado de la velocidad de pulso, la precisión en su medición será alrededor de  $\pm 6,0 \%$ . Aunque no está claro que la velocidad de pulso resulte influida por la longitud del camino recorrido, se sugieren los siguientes valores mínimos en función del tamaño máximo del agregado grueso (TMAG)<sup>7,8</sup>

100 mm para hormigones con TMAG < 30 mm

150 mm para hormigones con TMAG < 45 mm

b) *Influencia de las condiciones de ensayo*: Debe establecerse un adecuado contacto entre la superficie del concreto y el transductor, usando si es necesario, una sustancia para mejorar el acoplamiento. Variaciones de la temperatura ambiente de 5°C a 30°C no ocasionan cambios significativos en la velocidad de pulso en el hormigón. Para temperaturas mayores y menores se han observado cambios en la velocidad de pulso en concretos secos y saturados por lo cual las mediciones efectuadas deberán corregirse.

c) *Efectos varios*: la velocidad del pulso es afectada por la composición del hormigón, la frecuencia de la emisión ultrasónica (los pulsos de alta frecuencia atenúan más), la edad y la heterogeneidad del hormigón, la cantidad y disposición de la armadura<sup>7,8</sup>.

## 2 SIMULACIÓN NUMÉRICA

Deben realizarse una apreciable cantidad de ensayos para obtener fórmulas de correlación confiables que permitan estimar la resistencia del hormigón a partir de la medición de velocidades de onda ultrasónica. Para disminuir la incertidumbre de los resultados, hay que recurrir a correlaciones múltiples, por ejemplo, ultrasonido y esclerometría y aun agregar el pull-out test. Esto significa contar con un laboratorio muy completo y enfatiza la importancia de la simulación numérica. Por cierto, habrá que calibrar el modelo con resultados experimentales pero incluso esto puede hacerse en base a datos obtenidos por otros investigadores.

### 2.1 Material

En un material heterogéneo como es el hormigón, la simulación admite varias etapas en cuanto al comportamiento considerado. En este trabajo se presentan resultados correspondientes a probeta descargada, probeta cargada elásticamente y probeta cargada elastoplásticamente, usando un modelo Drucker-Prager extendido.

## 2.2 Malla

La probeta es de forma prismática, de 10 cm x 20 cm, tamaño que se corresponde con las dimensiones de los especímenes que se ensayarán en laboratorio. Los transductores del aparato de ultrasonido miden 2,5 cm de diámetro, dimensión que se tiene en cuenta para determinar el número de nodos sobre los que se aplicará la historia de carga que simula el ingreso de la onda ultrasónica.

La geometría del espécimen ha sido representada por 1.749 elementos con 3.672 grados de libertad. La malla estructurada está compuesta por 33 elementos en el ancho del espécimen y 53 elementos en su altura. En la parte media se ha densificado la malla para visualizar mejor el avance de la onda. Todas las simulaciones numéricas involucran elementos cuadriláteros de cuatro nodos.

## 2.3 Condiciones de borde

Se fijan todos los nodos de la base en el sentido vertical. Los nodos medios de la base y de la cara superior, se fijan también en dirección horizontal. (Figura 1)

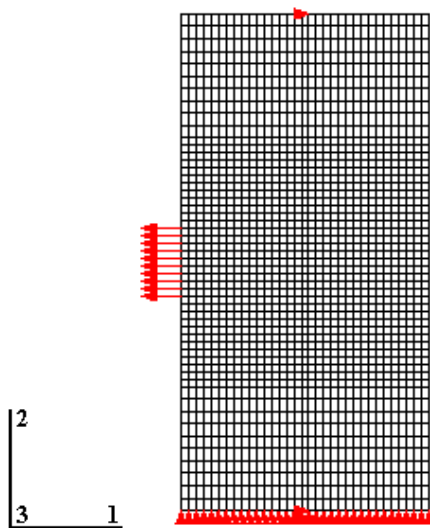


Figura 1- Malla indeformada y condiciones de vínculos

## 2.4 Cargas

La carga vertical se simula aplicando un desplazamiento uniforme en todos los nodos de la cara superior.

La entrada de la onda ultrasónica se representa prescribiendo una historia de velocidades aplicada a diez nodos ubicados a media altura del borde izquierdo del espécimen. La duración

del paso se ha determinado considerando una velocidad de onda de 4.800 m/seg que a través de los 10 cm de ancho de la probeta arroja un tiempo de tránsito de  $2,0 \times 10^{-5}$  segundos. Los parámetros del hormigón considerados son, módulo de Young  $E = 24.000$  MPa, relación de Poisson  $\nu = 0,2$ , densidad  $\rho = 2.400$  kg/m<sup>3</sup>. La onda ultrasónica se simula prescribiendo velocidades con una variación sinusoidal que se logra usando la expresión de Fourier con las constantes correspondientes.

## 2.5 Probeta descargada

En Figura 2 se muestra la malla deformada por el paso de la onda para el primer caso, esto es, probeta descargada.

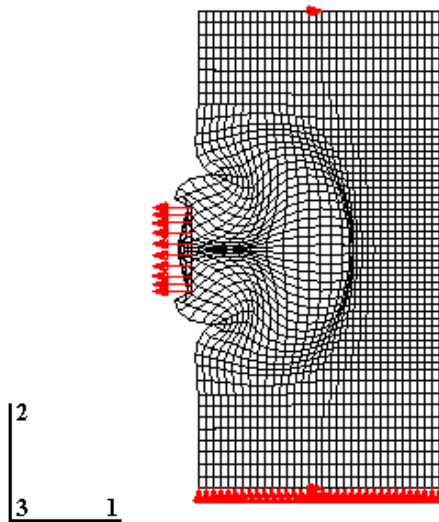


Figura 2 - Malla deformada

En la Figura 3 se muestra un gráfico de contorno de componentes horizontales de tensiones que ilustra la propagación del frente de onda para  $t = 1,0 \times 10^{-5}$

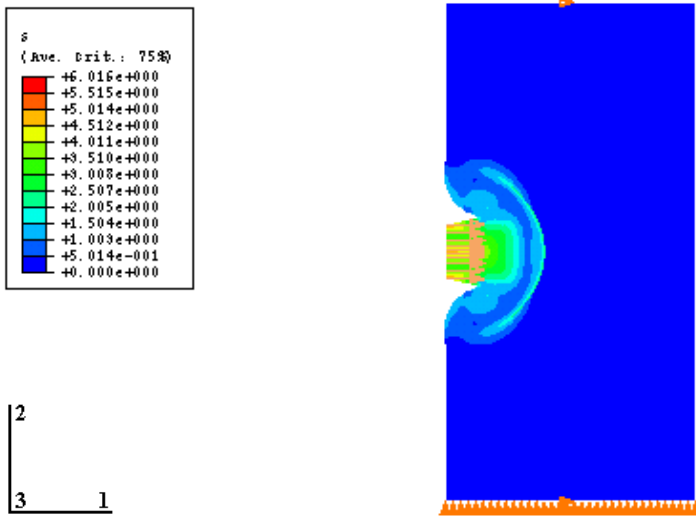


Figura 3 - Contorno de tensiones para  $t = 1.0 \times 10^{-5}$

La Figura 4 presenta un gráfico de contorno de componentes horizontales de tensiones que ilustra la propagación del frente de onda para  $t = 2.0 \times 10^{-5}$

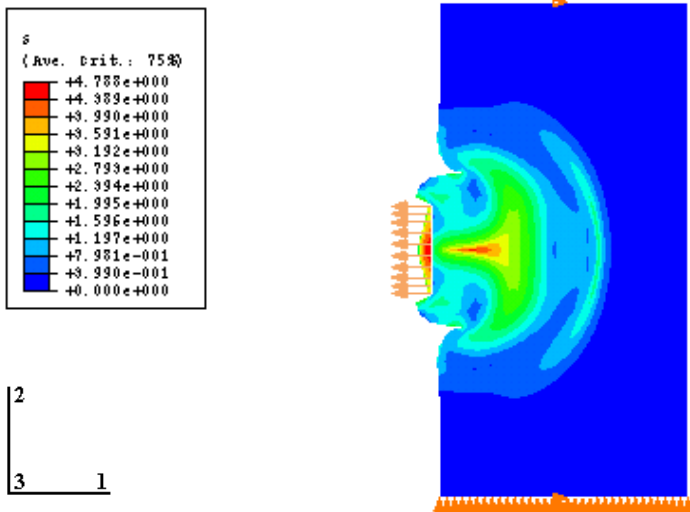


Figura 4 - Contorno de tensiones para  $t = 2.0 \times 10^{-5}$

## 2.6 Probeta cargada elásticamente

Considerando al hormigón como material elástico hookeano, lo cual es válido dentro de cierto rango de cargas, se aplica primero una deformación vertical uniforme y luego se dispara la onda ultrasónica. La Figura (5) muestra el gráfico Carga / Desplazamiento para un nodo del borde superior. La Figura (6), corresponde a la velocidad V1 en el quinto nodo a partir del borde izquierdo y muestra la deformación que sufre la onda, que arranca con forma perfectamente sinusoidal. Esta forma es sensiblemente igual a la que se obtiene para probeta descargada.

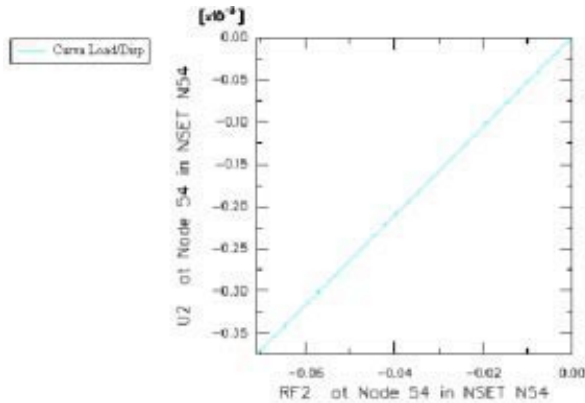


Figura 5 – Gráfico Carga / Desplazamiento - Elástico

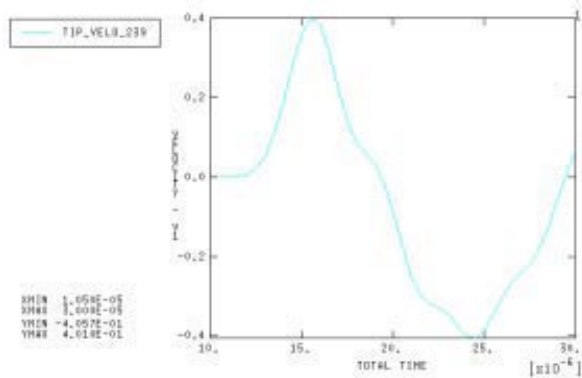


Figura 6 – Velocidad V1 en el quinto nodo a partir del borde izquierdo, elástico



El contorno de tensiones para la probeta cargada elásticamente es el de la Figura (7)

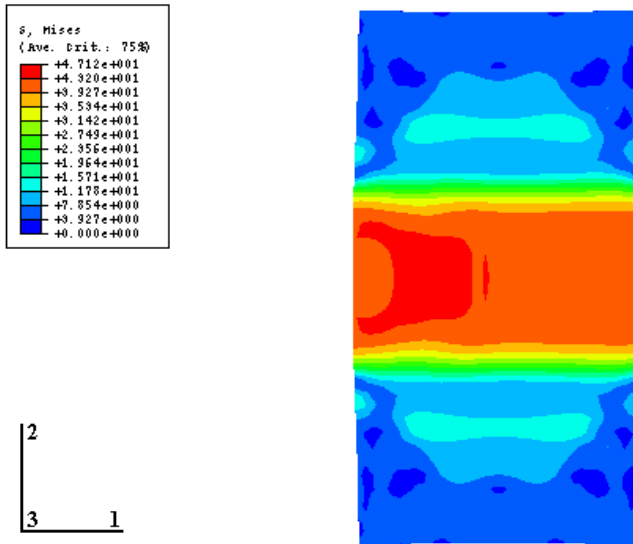


Figura 7 – Contorno de tensiones para condición elástica

## 2.7 Plasticidad

### 2.7.1 Modelos Drucker-Prager extendidos

Los modelos Drucker-Prager extendidos:

- Se usan para materiales friccionales tales como suelos granulares y rocas que exhiben fluencia dependiente de la presión (el material incrementa resistencia cuando aumenta la presión).
- Se usan para modelar materiales en los cuales las resistencias de fluencia a tracción y a compresión son significativamente diferentes.
- Permiten a un material endurecer y/o ablandar isotrópicamente.
- Generalmente permiten cambio de volumen con comportamiento inelástico: la regla de flujo, definiendo deformaciones inelásticas, permite simultáneamente dilatación inelástica (incremento de volumen) y corte inelástico.
- Pueden incluir *creep* si el material exhibe deformaciones inelásticas *long-term*.
- Pueden definirse como sensitivos a la tasa de deformación.
- Pueden ser usados en conjunción con modelos materiales elásticos, ó, si el *creep* no está definido, con el modelo material elástico poroso.

- Intentan simular la respuesta material bajo carga esencialmente monotónica.

### 2.7.2 Criterios de fluencia

Para estos modelos hay tres criterios de fluencia que se diferencian en la forma de la superficie de fluencia en el plano meridional que puede ser lineal, hiperbólica o exponencial. Los invariantes de tensión y otros términos de cada uno de los tres criterios se definirán mas adelante.

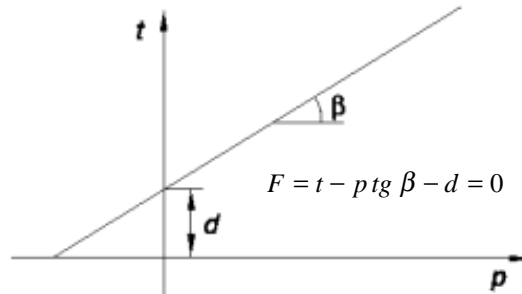


Figura 8 - Superficie de fluencia en plano meridional, Drucker -Prager lineal

El modelo lineal, Figura (8), presenta una superficie de fluencia posiblemente no circular en el plano deviatorico (plano  $\pi$ ) debida a los diferentes valores de fluencia en tracción y compresión triaxial, flujo inelástico asociado en el plano deviatorico y ángulos de dilatación y de fricción separados. Parámetros en los datos de ingreso definen las formas de las superficies de fluencia y de flujo en los planos meridional y deviatorico así como otras características del comportamiento inelástico. Los modelos hiperbólico, Figura (9) y exponencial, Figura (10), proveen sección von Mises circular en el plano de deviatorico de tensión. En el plano meridional se usa un potencial de flujo hiperbólico para ambos modelos, el cual en general significa flujo no asociado. La elección del modelo a usar depende del tipo de material, de los datos experimentales disponibles para la calibración de los parámetros del modelo y del rango de valores de tensión de presión que el material experimentará. Es usual contar con datos de ensayos triaxiales con distintos niveles de presión de confinamiento o con datos que ya están calibrados en términos de cohesión y ángulo de fricción y, a veces, el valor de la resistencia de tracción triaxial.

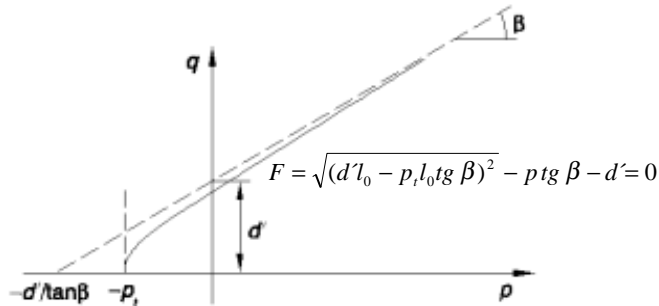


Figura 9 - Superficie de fluencia en plano meridional, Drucker-Prager hiperbólico

Los parámetros materiales pueden calibrarse si hay datos disponibles de ensayos triaxiales. La precisión con que el modelo lineal puede ajustarse a estos datos está limitada por el hecho de que asume dependencia lineal de la tensión deviatorica sobre la tensión de presión. Aunque el modelo hiperbólico hace una asunción similar para alta presión de confinamiento, provee una relación no lineal entre tensiones de presión y deviatorica a baja presión de confinamiento, lo cual debe proporcionar mejor ajuste de los datos experimentales triaxiales. El modelo hiperbólico es útil para materiales frágiles, tales como las rocas, para los cuales estén disponibles datos experimentales de tracción y compresión triaxial.

El mas general de los tres criterios es el exponencial, que provee la mayor flexibilidad en el ajuste de datos de ensayos triaxiales. Cuando los datos experimentales están calibrados en términos de cohesión y ángulo de fricción, puede usarse el modelo lineal. Si estos parámetros son los correspondientes al modelo Mohr-Coulomb, es necesario convertirlos a parámetros Drucker-Prager. El modelo lineal se aplica principalmente cuando las tensiones son en su mayor parte de compresión. Si las tensiones de tracción son significativas, debe haber disponibles datos de tracción hidrostática, junto con cohesión y ángulo de fricción y debe usarse el modelo hiperbólico.

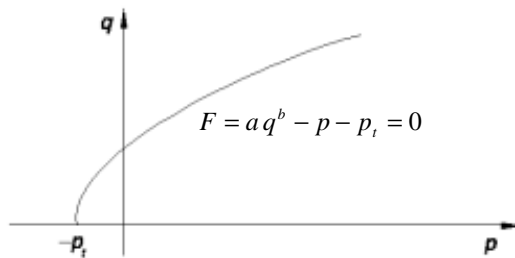


Figura 10 - Superficie de fluencia en plano meridional, Drucker-Prager exponencial

### 2.7.3 Endurecimiento y tasa-dependencia

Para materiales granulares, estos modelos se usan a menudo como superficie de falla, en el sentido que el material puede exhibir flujo ilimitado cuando se alcanza la tensión de fluencia, comportamiento que se llama perfectamente plástico. Estos modelos también se proveen con endurecimiento isótropo. En este caso el flujo plástico causa que la superficie de fluencia cambie de tamaño uniformemente con respecto a todas las direcciones de tensión. Este modelo de endurecimiento es útil para casos que involucren groseras deformaciones plásticas o en los que la deformación en cada punto sea esencialmente en la misma dirección en el análisis a lo largo del espacio de las deformaciones. Aunque el modelo se conoce como modelo de endurecimiento isótropo, se pueden definir ablandamiento o endurecimiento seguido de ablandamiento. Muchos materiales muestran un aumento en su resistencia de fluencia según se incrementa la tasa de deformación. Estos efectos devienen importantes en muchos polímeros cuando el rango de la tasa de deformación está entre 0,1 y 1 por segundo y puede ser *muy* importantes para rangos de tasas de deformación entre 10 y 100 por segundo, características de eventos de alta energía dinámica o procesos de manufactura. El efecto generalmente no es importante en materiales granulares. La evolución de la superficie de fluencia con la deformación plástica se describe en términos de tensión equivalente  $\bar{\sigma}$ , la que puede elegirse como tensión de fluencia de compresión uniaxial, tensión de fluencia de tracción uniaxial o tensión de fluencia de corte (cohesión), con

$\bar{\sigma} = \sigma_c(\bar{\epsilon}^{pl}, \dot{\bar{\epsilon}}^{pl}, \theta, f_i)$  si el endurecimiento se define mediante tensión de fluencia de compresión uniaxial

$\bar{\sigma} = \sigma_t(\bar{\epsilon}^{pl}, \dot{\bar{\epsilon}}^{pl}, \theta, f_i)$  si el endurecimiento se define mediante tensión de fluencia de tracción uniaxial

$\bar{\sigma} = d(\bar{\epsilon}^{pl}, \dot{\bar{\epsilon}}^{pl}, \theta, f_i)$  si el endurecimiento se define mediante cohesión

donde  $\dot{\bar{\epsilon}}^{pl}$  es la tasa de deformación plástica equivalente, definida para el modelo Drucker-Prager lineal como

$\dot{\bar{\epsilon}} = \left| \dot{\epsilon}_{11}^{pl} \right|$  si el endurecimiento se define en compresión uniaxial

$\dot{\bar{\epsilon}} = \dot{\epsilon}_{11}^{pl}$  si el endurecimiento se define en tracción uniaxial

$\dot{\bar{\epsilon}} = \dot{\gamma}^{pl}$  si el endurecimiento se define en corte puro

con

$$\dot{\bar{\epsilon}}^{pl} = \frac{\sigma : \dot{\epsilon}^{pl}}{\bar{\sigma}}, \text{ siendo}$$

$\bar{\epsilon}^{pl} = \int_0^t \dot{\bar{\epsilon}}^{pl} dt$  la deformación plástica equivalente definida tal que  $\bar{\epsilon}^{pl} = \left| \epsilon_{11}^{pl} \right|$  en

compresión uniaxial,  $\bar{\epsilon}^{pl} = \epsilon_{11}^{pl}$  en tracción uniaxial y  $\bar{\epsilon}^{pl} = \frac{\gamma^{pl}}{\sqrt{3}}$  en corte puro

( $\gamma^{pl}$  es la deformación plástica de corte ingenieril);  
 $\theta$  es temperatura, y  
 $f_i$ ,  $i= 1, 2, ..$ son otras variables de campo predefinidas.

La cohesión  $d$  está relacionada con la tensión de fluencia en corte,  $\tau$ , mediante

$$d = \frac{\sqrt{3}}{2} \tau \left(1 + \frac{1}{K}\right) \quad (4)$$

dónde  $K(\theta, f_i)$  es la relación entre la tensión de fluencia en tracción triaxial y la tensión de fluencia en compresión triaxial (definida mas tarde para el modelo Drucker-Prager lineal; de otro modo  $K = 1$ ).

Cuando se usa el modelo material Drucker -Prager, se puede prescribir endurecimiento inicial definiendo valores de deformación plástica equivalente. La dependencia funcional  $\bar{\sigma}(\bar{\epsilon}^{pl}, \dot{\bar{\epsilon}}^{pl}, \theta, f_i)$  incluye endurecimiento así como efectos tasa-dependientes. Los datos materiales pueden ingresarse directamente en formato tabular o correlacionándolos con relaciones estáticas basadas en relaciones de tensiones de fluencia.

#### 2.7.4 Invariantes de tensión

Las superficies de fluencia usan dos invariantes de tensión, definidos como tensión de presión equivalente,  $p = -\frac{1}{3} \text{trace}(\sigma)$  y tensión equivalente de Mises,  $q = \sqrt{\frac{3}{2} (S : S)}$  donde  $S$  es la tensión deviatorica,  $S = \sigma + pl$ . Además, el modelo lineal usa el tercer invariante de tensión deviatorica,  $r = \left(\frac{9}{2} S \cdot S : S\right)^{1/3}$ .

#### 2.7.5 Modelo Drucker-Prager lineal

El modelo lineal se expresa en función de los tres invariantes. Proporciona una superficie de fluencia posiblemente no circular en el plano deviatorico para ajustar los diferentes valores de fluencia en tracción y en compresión triaxial, flujo inelástico asociado en el plano deviatorico y ángulos de dilatación y fricción separados.

El criterio de fluencia para el modelo lineal se escribe en función de tres invariantes.

$$F = t - p \tan \beta - d = 0 \quad (5)$$

con

$$t = \frac{1}{2} q \left[ 1 + \frac{1}{K} - \left(1 - \frac{1}{K}\right) \left(\frac{\tau}{q}\right)^3 \right] \quad (6)$$

$\beta(\theta, f_i)$  es la inclinación de la superficie lineal de fluencia en el plano  $p-t$ , comúnmente, ángulo de fricción del material

$d$  es la cohesión del material

$K(\theta, f_i)$  es la relación entre la tensión de fluencia en tracción triaxial y la tensión de fluencia en compresión triaxial, controla la dependencia de la superficie de fluencia de los valores de la tensión principal intermedia

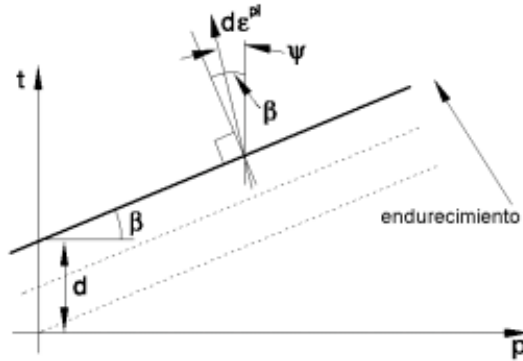


Figura 11 - Típicas superficies de fluencia/flujo del modelo lineal en plano deviatorico

En caso de endurecimiento definido en compresión triaxial, el criterio de fluencia lineal excluye ángulos de fricción  $\beta > 71,5^\circ$  ( $\text{tg } \beta > 3$ ) lo cual es una improbable limitación para materiales reales.

Si  $K = 1$ ,  $t = q$ , lo cual implica que la superficie de fluencia es el círculo de von Mises en el plano de tensiones principales deviatorico (plano  $\pi$ ), en cuyo caso las tensiones de fluencia en tracción y compresión triaxial son las mismas. Para asegurar que la superficie de fluencia permanezca convexa se requiere que  $0,778 \leq K \leq 1,0$ . La cohesión  $d$ , del material está relacionada al ingreso de datos como

$$\begin{aligned}
 d &= \left(1 - \frac{1}{3} \text{tg } \beta\right) \sigma_c && \text{endurecimiento definido por tensión uniaxial de compresión, } \sigma_{ci} \\
 &= \left(\frac{1}{K} + \frac{1}{3} \text{tg } \beta\right) \sigma_t && \text{endurecimiento definido por tensión uniaxial de tracción, } \sigma_{ti} \\
 &= d && \text{endurecimiento definido por cohesión, con } d = \frac{\sqrt{3}}{2} r \left(1 + \frac{1}{K}\right)
 \end{aligned}$$

### 2.7.6 Flujo plástico

$G$  es potencial de flujo, elegido en este modelo como

$$G = t - p \text{tg } \psi \tag{7}$$

donde  $\psi(\theta, f_i)$  es el ángulo de dilatación en el plano  $\pi$ . Una interpretación geométrica de  $\psi(\theta, f_i)$  se muestra en Figura (11). En el caso de endurecimiento definido en compresión

uniaxial, esta definición de la regla de flujo excluye ángulos de dilatación  $\psi > 71,5^\circ$  ( $\text{tg } \psi > 3$ ). Esta restricción no se considera una limitación porque es un caso bastante improbable para materiales reales. Para materiales granulares el modelo lineal es normalmente usado con flujo no asociado en el plano  $p-t$ , en el sentido que el flujo se asume normal a la superficie de fluencia en el plano  $\pi$  pero en un ángulo  $\psi$  al eje  $t$  en el plano  $p-t$ , donde usualmente  $\psi < \beta$ , como se ilustra en Figura (11). Flujo asociado resulta de  $\psi = \beta$ . El modelo Drucker-Prager original está disponible haciendo  $\psi = \beta$  y  $K = 1$ . Si  $\psi = 0$ , la deformación inelástica es incompresible; si,  $\psi \geq 0$ , el material dilata. Por lo tanto es referido como ángulo de dilatación.

Flujo no asociado implica que la matriz de rigidez material no es simétrica; por lo tanto debería usarse almacenamiento de matriz no simétrica. Si la diferencia entre  $\beta$  y  $\psi$  no es grande y la región del modelo en la cual ocurre deformación inelástica está confinada, es posible que una aproximación simétrica a la matriz de rigidez material proporcione una tasa de convergencia aceptable y no sea necesario el esquema de matriz no simétrica<sup>9,10</sup>.

### 2.7.7 Probeta cargada elastoplásticamente

Usando el modelo Drucker-Prager lineal, el gráfico Carga / Desplazamiento para un nodo del borde superior es el de la Figura (12), en el cual se aprecia que se ha superado el valor pico. La velocidad V1 en el quinto nodo a partir del borde izquierdo, se representa en la Figura (13) y como consecuencia de la microfisuración muestra sensible diferencia con la correspondiente a la probeta cargada elásticamente.

El contorno de tensiones, Figura (14) se obtiene, cargando primero elastoplásticamente la probeta y disparando después la onda ultrasónica en el borde izquierdo.

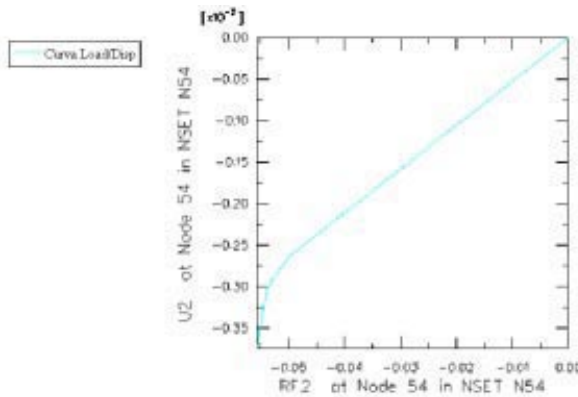


Figura 12 - Gráfico Carga / Desplazamiento, elastoplástico

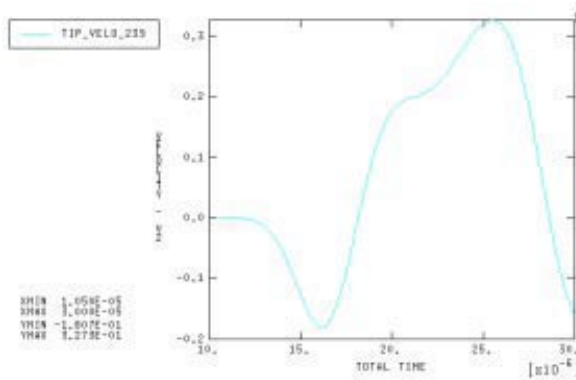


Figura 13 – Velocidad V1 en el quinto nodo a partir del borde izquierdo, elastoplástico

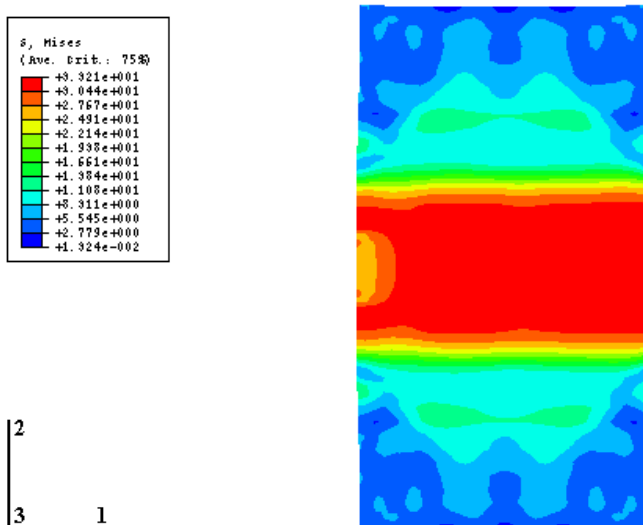


Figura 14 – Contorno de tensiones para condición elastoplástica

Finalmente, las variaciones de las velocidades V1, a través de la probeta, se comparan en la Figura (15) para la situación elástica y elastoplástica. Los valores son cercanos pero diferentes lo cual se puede apreciar en la Figura (16) en la cual se han graficado los diez primeros nodos en una escala mayor.



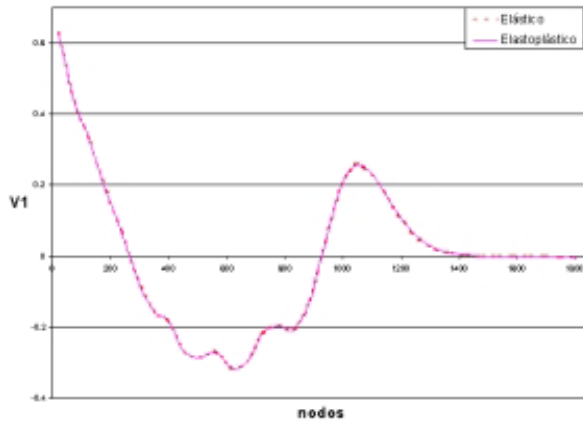


Figura 15 – Velocidades según eje 1 a través de toda la probeta

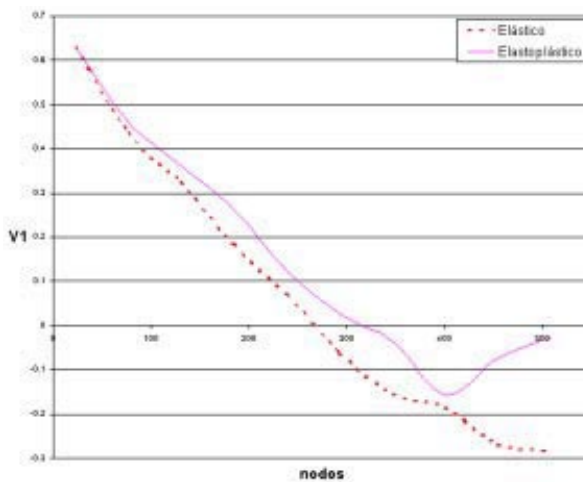


Figura 16 – Velocidades según eje 1 para los primeros diez nodos

Las Figuras 17 y 18 muestran las variaciones de la velocidad según el eje 2 para toda la probeta y para los primeros diez nodos comparando las condiciones elásticas y elastoplásticas.

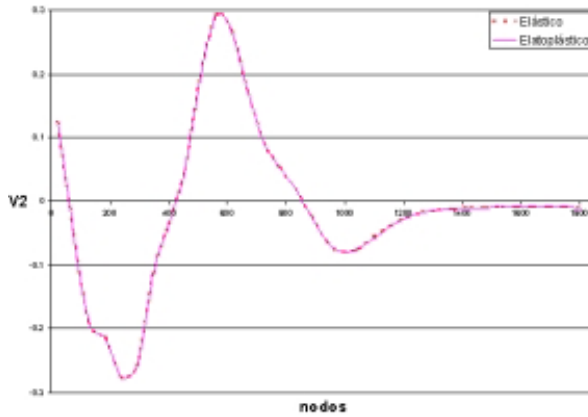


Figura 17 – Velocidades según eje 2 a través de toda la probeta

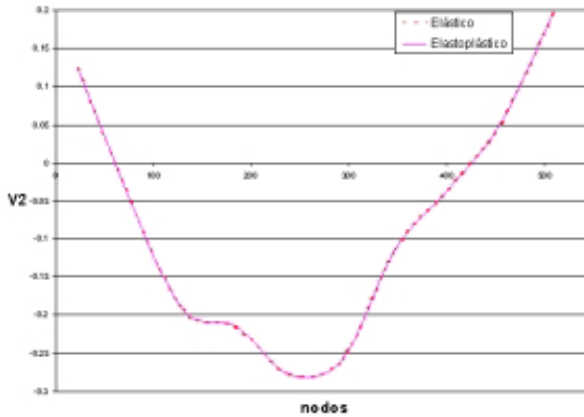


Figura 18 – Velocidades según eje 2 para los primero diez nodos

### 3 CONCLUSIONES

Aunque por razones de espacio no se han incluido los gráficos de las velocidades correspondientes al paso de la onda ultrasónica en la probeta descargada, como era de esperar, no se advierten diferencias con las velocidades que corresponden al caso de la probeta cargada elásticamente. Estas diferencias, en cambio, aparecen claramente cuando se considera

un comportamiento elastoplástico del material aplicando en este caso el modelo Drucker-Prager extendido lineal lo que demuestra que para reproducir en forma realista el tránsito del pulso ultrasónico en el régimen de post-pico, que es cuando se produce la mayor degradación de las propiedades mecánicas del hormigón, es aconsejable el empleo de formulaciones que incluyan plasticidad o alguna otra teoría capaz de tener en cuenta la irreversibilidad del proceso de daño que sufre el hormigón.

#### 4 REFERENCIAS

- [1] **Radakovic, Z., Willam, K., Bond, L. J.** *Ultrasonic Assessment Of Concrete In Uniaxial Compression*, Thesis for the Doctor of Philosophy, University of Colorado
- [2] **Amin, D. L.**, *Estimación de la Resistencia del Hormigón mediante Ensayos no Destructivos*, Tesis de Magister, U.N.T.
- [3] **Flinn, R., Trojan, P.**, *Materiales de Ingeniería y sus Aplicaciones*, Mc Graw Hill, 3ª Edición.
- [4] **Askeland, D.**, *La Ciencia e Ingeniería de los Materiales*, Grupo Editorial Iberoamérica
- [5] **Manual CONTROLS** del equipo de ultrasonido
- [6] **Rocha, C.**, *Ensayos Sobre Hormigones Endurecidos*, F.C.E.F.yN., U.N.C.
- [7] **Jones, R., Facaoaru, I.**, *Recommendations For Testing Concrete By The Ultrasonic Pulse Method*
- [8] **Popovics, S., Rose, J. L., Popovics, J. S.**, *The Behavior Of Ultrasonic Pulses In Concrete*
- [9] **Desai, Ch. S., Siriwardane, H. J.**, *Constitutive Laws for Engineering Materials*, Prentice –Hall
- [10] **Chen, W. F., Zhang, H.**, *Structural Plasticity*, Springer-Verlag