

SIMULACION NUMERICA DEL COMPORTAMIENTO DINAMICO DE RUEDAS CON DIFERENTES FALLAS EN EL ENGRANE

Pedro Saavedra G. ^{*}, Fernando Letelier B. [†]

^{*} Departamento de Ingeniería Mecánica Universidad de Concepción.
Casilla 160-c Concepción - Chile.
e-mail: psaavedr@udec.cl , web page: <http://www.dim.udec.cl/lvm>

[†] Departamento de Ingeniería Mecánica Universidad de Concepción.
Casilla 160-c Concepción - Chile.
e-mail: usocl@yahoo.com

Key words: Engranajes, Vibraciones, Mantenimiento.

Abstract. *Las vibraciones de las máquinas son utilizadas generalmente para diagnosticar el estado mecánico de los elementos que las componen. Es por esto que es necesario conocer las vibraciones generadas por los elementos mecánicos tanto en condiciones mecánicas buenas como bajo funcionamiento con fallas a la hora de realizar diagnósticos. El objetivo de este trabajo es presentar un modelo del comportamiento dinámico del engrane y enfocar las conclusiones al análisis de vibraciones que se realiza en forma práctica en las industrias. En el modelo se considera la variación en el tiempo de la rigidez del engrane como una fuente de excitación inherentes a estos elementos, los errores a lo largo de la línea de contacto y la pérdida de contacto. Finalmente se analiza la influencia de la potencia transmitida por el sistema sobre el espectro de las fuerzas que se transmiten a los descansos y el efecto de tener ruedas dentadas con un factor común en sus números de dientes. Los resultados obtenidos en las simulaciones numéricas utilizando el modelo propuesto coinciden cualitativamente con resultados obtenidos experimentalmente en diferentes publicaciones.*

1 INTRODUCCION

La tendencia mundial en cuanto al desarrollo de los mercados es la globalización, por lo tanto, empresas de cualquier parte del mundo pueden estar compitiendo con un mismo producto. Esto hace que la productividad sea un factor clave a la hora de evaluar la competitividad. Para ello las maquinarias deberán responder a esta exigencia y estar en pleno funcionamiento la mayor cantidad de tiempo posible. Por otra parte el desarrollo de los computadores como herramientas de diseño ha permitido disminuir cada vez mas la cantidad de material en la fabricación de estas, obteniéndose así máquinas mucho más flexibles destinadas a realizar trabajos más pesados y por más tiempo. Estos factores convierten al análisis de vibraciones en una muy buena herramienta para el diagnostico de la condición mecánica de las máquinas. El mantenimiento predictivo mediante el análisis de vibraciones tiene la ventaja respecto a otras técnicas en que para diagnosticar la condición mecánica de las máquinas no es necesario intervenir la máquina y así no se interrumpe el proceso de producción.

Para diagnosticar la condición mecánica de las maquinarias en las industrias es necesario tener un conocimiento pleno de las vibraciones producidos por los elementos mecánicos más comunes como son engranajes, rodamientos, poleas, rotores, etc. tanto en condiciones de buen funcionamiento como con fallas. En el campo de los engranajes el desarrollo del análisis de las vibraciones que generan se ha realizado básicamente en forma empírica, lo que ha conducido que al analizar casos particulares se llegue a conclusiones distintas de aquí, nace la necesidad de desarrollar un modelo que explique el comportamiento dinámico del engrane. En la literatura existen múltiples trabajos sobre el tema pero estos no han sido enfocados al análisis de vibraciones que se realiza en las industrias. Se han realizado trabajos para determinar las regiones de estabilidad¹ (pérdida de contacto), para determinar la rigidez de los dientes en contacto², para determinar las frecuencias naturales y modos de vibrar del sistema^{3,4}, para determinar el efecto del desgaste en las fuerza de contacto entre los dientes⁵, el efecto de la razón de contacto en las cargas dinámicas de los dientes⁶, el efecto de modificaciones en el perfil de los dientes para minimizar las vibraciones a una determinada carga de diseño⁷.

El objetivo de este trabajo es obtener un modelo del comportamiento dinámico del engrane tanto en buenas condiciones mecánicas, como bajo las fallas más comunes que ellos presentan. Esto servirá de base al ingeniero de mantenimiento para diagnosticar en forma más confiable la condición mecánica de un engrane.

2 CARACTERISTICAS DEL SISTEMA A MODELAR.

El sistema a modelar consta de un par de engranajes (rueda y piñón) montados cada uno sobre su respectivo árbol como lo muestra la figura 1. Las hipótesis utilizadas para su modelación se indican a continuación .

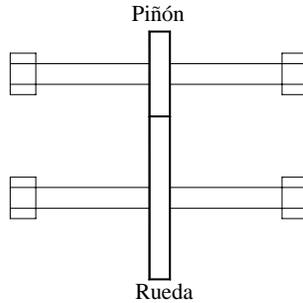


Figura 1: Esquema del sistema modelado, consiste en una rueda y un piñón sobre sus respectivos ejes.

2.1 Rigidez de los dientes en contacto

Mediante el método de elementos finitos se realizó un análisis de la rigidez de un diente en flexión, para distintas posiciones de la fuerza, obteniéndose una rigidez por unidad de ancho de cara del diente cómo lo muestra la figura 2a). Para una rueda con 35 dientes, modulo 4, diámetro primitivo de 140 mm, ángulo de presión 20°. Con el grafico de la rigidez en flexión de un solo diente se obtiene la rigidez de la flexión de dos dientes en contacto (figura 3). Luego considerando la razón de contacto de la rueda se superponen las rigideces de las distintas parejas de dientes que entran en contacto para así obtener la rigidez total del engrane (figura 4). El tiempo t_1 dependerá de la razón de contacto y corresponde al lapso de tiempo durante el cual solo existe una pareja de dientes en contacto.

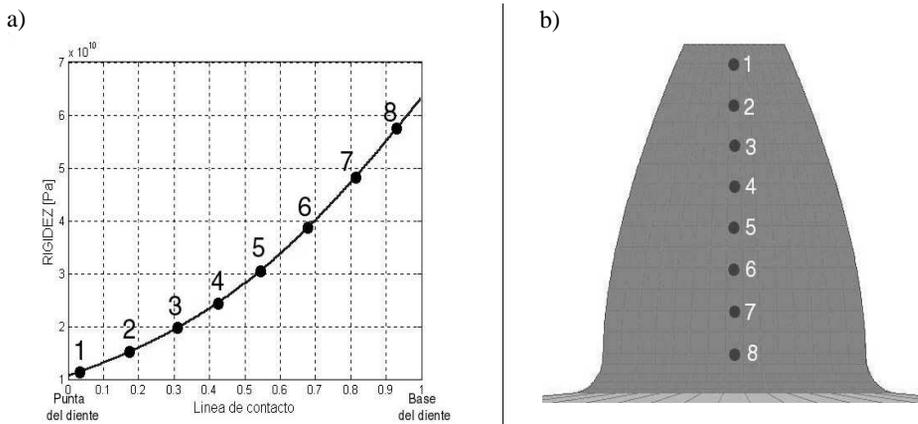


Figura 2: a) Resultados de la rigidez de un diente obtenidos mediante elementos finitos. b) diferentes alturas donde se determino la rigidez del diente.

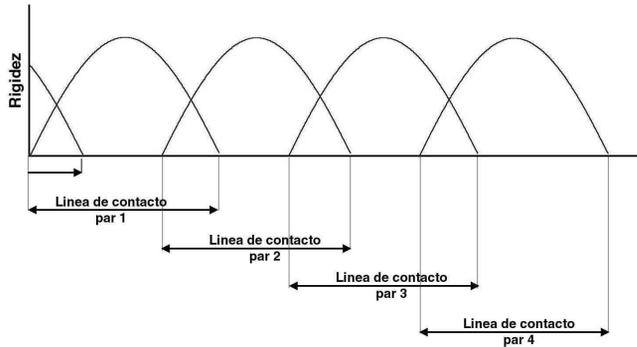
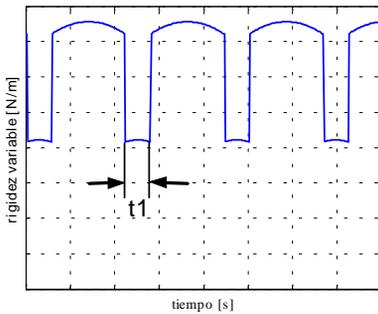


Figura 3: Superposición de la curva de rigidez de múltiples pares de dientes.

a)



b)

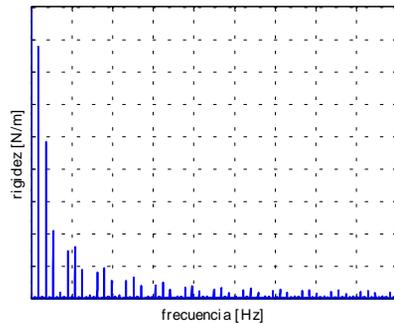


Figura 4: Variación de la rigidez de los dientes
a) en el dominio tiempo b) en el dominio frecuencia.

En la figura 4b se aprecian múltiplos de la frecuencia de engrane. Esta frecuencia corresponde al número de dientes de una rueda multiplicada por su velocidad de rotación. El roce entre los dientes el cual constituye un elemento disipador de energía, es representado por un amortiguamiento viscoso equivalente el cual es constante en el tiempo. Considerando la figura 5 se pueden definir las ecuaciones de movimiento tanto de la rueda como del piñón:

$$\ddot{\theta}_p J_p + r_{bp} Cm \left(\dot{\theta}_p r_{pp} + \dot{\theta}_g r_{pg} \right) + r_{bp} Km \left(\theta_p r_{pp} + \theta_g r_{pg} + E_{total} \right) = Mp \quad (1)$$

$$\ddot{\theta}_g J_g + r_{bg} Cm \left(\dot{\theta}_p r_{pp} + \dot{\theta}_g r_{pg} \right) + r_{bg} Km \left(\theta_p r_{pp} + \theta_g r_{pg} + E_{total} \right) = Mg \quad (2)$$

y de aquí se desprende que la fuerza de engrane es:

$$Fm = Cm \left(\dot{\theta}_p r_{pp} + \dot{\theta}_g r_{pg} \right) + Km \left(\theta_p r_{pp} + \theta_g r_{pg} + E_{total} \right) \quad (3)$$

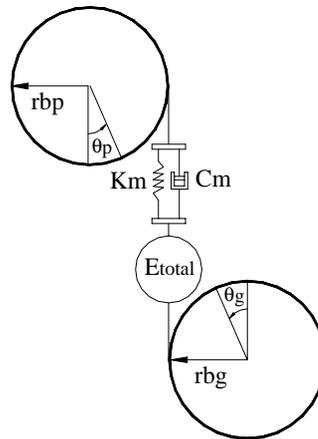


Figura 5: modelación del engrane entre dos ruedas

2.2 Errores en la dirección de la línea de acción.

Los problemas en el engrane como imperfecciones de construcción, montaje y desgaste de los dientes pueden ser representados mediante una función error en la dirección de la línea de acción que es donde ocurre el contacto (Fig. 3). Estos errores influirán en la deformación del elemento elástico equivalente que representa a los dientes engranados, y por lo tanto, en la fuerza de engrane \$F_m\$. En este trabajo se consideran solo los errores de perfil (\$E_p\$), que corresponde a la diferencia que existe en la dirección perpendicular a la superficie del diente entre el perfil de evolvente real y el perfil de evolvente perfecto. Estas diferencias se deben a problemas de construcción, mala calidad, desgaste o modificaciones de diseño. La suma entre los errores de cada diente constituye el valor total del error. Este valor será positivo si su efecto es análogo a un punto alto, y será negativo si su efecto es análogo a un agujero. Los valores positivos aumentan la fuerza de engrane y valores negativos la disminuyen.

$$E_{total} = E_p \quad (4)$$

2.3 Pérdida de contacto entre los dientes

La pérdida de contacto ocurrirá cuando :

$$\theta_p r_{pp} + \theta_g r_{pg} + E_{total} < 0 \quad (5)$$

que representa la magnitud en que están deformados los dientes debido a la fuerza de engrane. Cuando la suma indicada en ecuación (5) es cero significa que la pérdida de contacto se ha producido y de esta forma la rigidez K_m y el amortiguamiento C_m son cero. Es así como se evita que la modelación exista una fuerza de contacto negativa entre dos superficies. Sin embargo es posible introducir en el modelo una fuerza de contacto negativa cuando se analiza el caso de engranajes con excesivo juego o backlash y el contacto se produce entre las caras posteriores de los dientes. Esto, sin embargo queda fuera de los objetivos de este trabajo.

3 VIBRACIONES MEDIDAS EN LOS DESCANSOS

Para el diagnostico de la condición mecánica del engrane se analiza las vibraciones medidas en los descansos de los ejes que contienen a las ruedas dentadas. Para calcular dichas vibraciones se determinará a través de la función de transferencia en frecuencia las fuerzas transmitidas desde el engranaje a los descansos. Para el análisis cualitativo del problema es suficiente utilizar un modelo de sistema de un grado de libertad como el indicado en la figura 6.

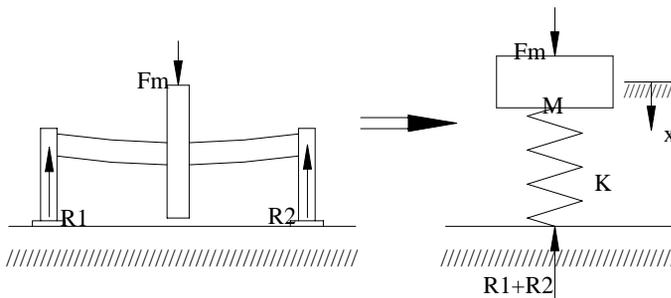


Figura 6. Eje engranaje y su sistema equivalente de un grado de libertad.

La figura 7 muestra la relación de transmisión T_r , entre la fuerza $R1+R2$ actuando en los descansos y la fuerza F_m en el engrane, es decir, entre el punto donde se aplica la fuerza de engrane y donde se realiza la medición.

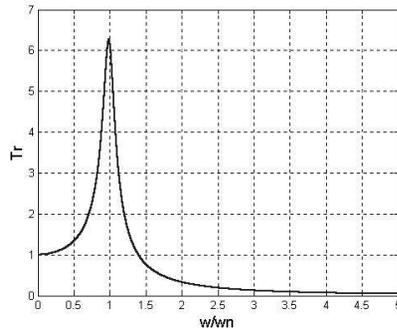


Figura 7. Relación de transmisión en función de la razón entre la frecuencia de la fuerza excitadora y la frecuencia natural del sistema.

4 PROBLEMAS SIMULADOS NUMÉRICAMENTE

4.1 Efectos de la potencia transmitida por los engranajes sobre las mediciones de vibraciones.

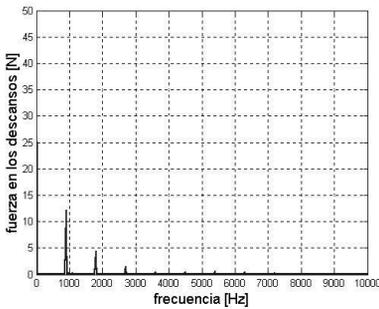
En este punto se determinarán las vibraciones normales para un engranaje, es decir un engranaje sin problemas. (con perfil de evolvente perfecto). Para esto se resuelven las ecuaciones 1 y 2 con los datos del sistema indicados en la tabla N° 1.

Tabla 1 : Datos de los engranajes simulados

DATOS	UNIDAD	PIÑÓN	RUEDA
número dientes		18	35
Módulo	[mm]	4	4
diámetro primitivo	[mm]	72.00	140.00
ángulo de presión	[rad]	0.35 (20°)	0.35 (20°)
Diámetro base (generación)	[mm]	67.66	131.15
distancia entre centros	[mm]	106.00	106.00
relación transmisión		1.94	1.94
ancho engranes	[mm]	20.00	20.00

relación de contacto		1.61	1.61
Velocidad de rotación	[rpm]	3000	1542
Potencia transmitida	[w]	3000	3000
Torque	[Nm]	9.55	19.10
Largo eje	[mm]	150	150
Diámetro de eje	[mm]	25	25

a)



b)

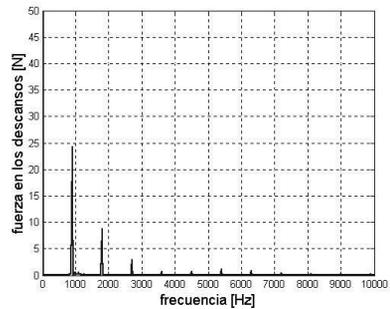


Figura 8. Espectro de la fuerza transmitida a los descansos. a) potencia de 3000 watts b) 6000 watts

En la figura 8 se muestra los resultados de las fuerzas en los descansos para dos potencias transmitidas 3000 y 6000 w. En esta figura se observa en el espectro de las fuerzas los tres primeros armónicos de la frecuencia de engrane. Si los descansos tienen un comportamiento lineal, las vibraciones medidas en ellos tendrán en forma distintiva los primeros tres armónicos de la frecuencia de engrane. Este resultado es coincidente con lo obtenido experimentalmente. Al comparar figura 8a) y 8b) se observa que al aumentar la carga en los dientes aumenta la fuerza en los descansos y por ende las vibraciones. De aquí se desprende la importancia en los programas de mantenimiento predictivo mediante análisis de vibraciones de realizar las mediciones con el sistema funcionando bajo las mismas condiciones de carga y así poder comparar los espectros. Al aumentar la potencia transmitida aumenta las componentes espectrales, debido al aumento de las fuerzas involucradas. Esto se puede confundir con el aumento de las fuerzas debido a otro problema.

4.2 Factor común entre el número e dientes Z_p y Z_g de las ruedas que engranan

Se dice que dos ruedas tienen factor común cuando es posible factorizar por un número en común el número de dientes que las componen. Por ejemplo, una rueda con 57 dientes y un piñón con 21, el factor común entre estas dos ruedas es 3, lo que significa que cada 3 dientes

se repetirá el contacto. Cuando el número de dientes de las ruedas tienen un factor común y no son de buena calidad de fabricación, cualquier error en uno de sus dientes como ser un punto alto repercute siempre sobre los mismos dientes generando un desgaste no uniforme de una frecuencia:

$$f_c = \frac{f_e}{N_c} \quad (6)$$

En el presente punto se considera un par de ruedas dentadas de mala calidad cuyos números de dientes tienen un factor común 3. Esto genera con el tiempo una función error como la mostrada en la figura 9, donde se aprecia que cada 3 dientes existe una amplificación en la función error.

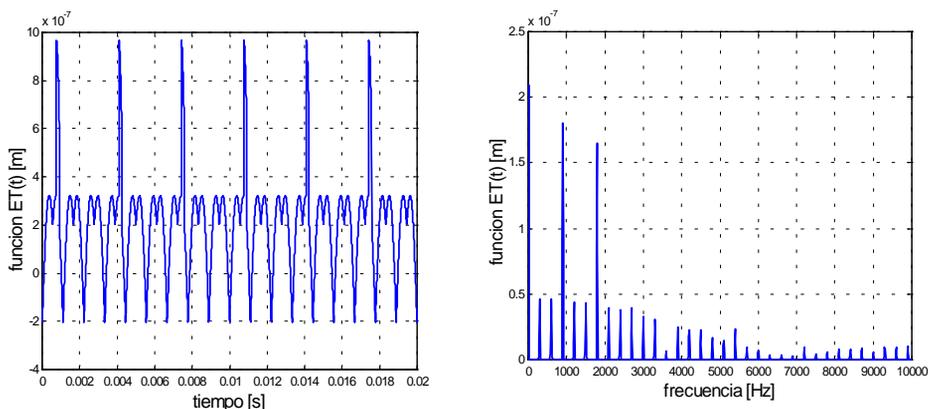


Figura 9. Espectro de la función error debido a desgaste en ruedas con factor común 3. a) en el dominio tiempo b) espectro de la función error, con múltiplos de f_c

Utilizando esta función de error en las ecuaciones (1) y (2) se obtiene el espectro indicado en figura 9. En esta figura se ve que en el espectro de la fuerza en los descansos aparecen componentes correspondientes a múltiplos de la frecuencia de engrane (900 Hz) y a múltiplos de la frecuencia de engrane dividida por el factor común 3 (300 Hz). Estos resultados son coincidentes con los obtenidos en mediciones experimentales.

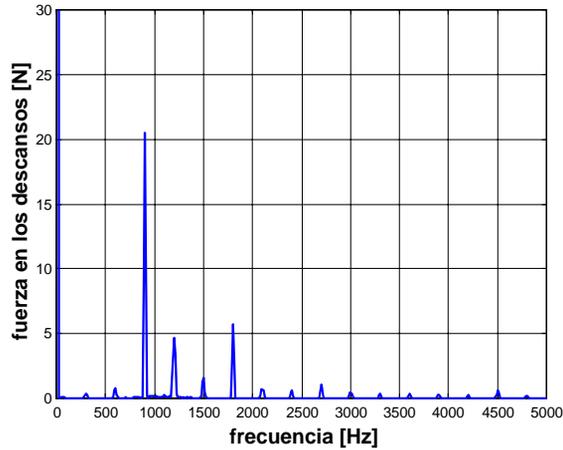


Figura 9. Espectro de la fuerza transmitida a los descansos en un par de ruedas con factor común 3.

5 CONCLUSIONES

El principal factor que determina el comportamiento dinámico del engrane es la variación de su rigidez variable en el tiempo, la cual bajo momentos en el piñón M_p y en la rueda M_g constantes provocará fuerzas de engrane F_m variables en el tiempo que se transmiten a los descansos y finalmente generan las vibraciones. La frecuencia de las vibraciones generadas corresponde a múltiplos de la frecuencia de engrane.

Es posible introducir en el modelo problemas en las superficies de los dientes mediante funciones de error las cuales representan la diferencia entre el perfil sin problemas y el perfil dañado

La magnitud de las componentes a la frecuencia de engrane dependen del torque aplicado a los engranajes, a mayor torque aplicado mayores serán las vibraciones. Se hace absolutamente necesario en el análisis de vibraciones conformar una base de datos para guardar espectros base los cuales serán utilizados como espectros patrones y se compararan las mediciones con la maquinaria nueva bajo ciertas condiciones de carga con las mediciones realizadas para el diagnostico bajo las mismas condiciones de carga.

6 NOMENCLATURA

t_1 : tiempo durante el cual existe una pareja de diente en contacto

J_p : ángulo de giro del piñón

J_g : ángulo de giro de la rueda

θ_g : ángulo de giro de la rueda

θ_p : ángulo de giro del piñón

F_m : fuerza de engrane

K_m : rigidez del engrane

C_m : amortiguamiento del engrane

r_{bp} : radio base del piñón

r_{bg} : radio base de la rueda

r_{pp} : radio base del piñón

r_{pg} : radio base de la rueda

M_p : ángulo de giro del piñón

M_g : ángulo de giro de la rueda

E_{total} : Error total en la dirección de la línea de acción

E_p : Error del perfil de los dientes

R_1 : reacción en el descanso 1.

R_2 : reacción en el descanso 2.

w_n : frecuencia natural

w : frecuencia de la excitación

N_c : factor común

f_e : frecuencia de engrane

f_c : frecuencia del factor común

Z_p : número de dientes del piñón.

Z_g : número de dientes de la rueda.

$\left(\overset{\cdot}{} \right)$: primera derivada con respecto al tiempo.

$\left(\overset{\cdot\cdot}{} \right)$: segunda derivada con respecto al tiempo.

7 REFERENCIAS

- [1] Anette Andersson, "An analytical study of the effect of the contact ratio on the spur gear dynamic response", *ASME Journal of Mechanical Design*, Vol. 122, 508-514 (2000).
- [2] R. G. Munro, D. Palmer and L. Morrish, "An experimental method to measure gear tooth stiffness throughout and beyond the path of contact", *Proc. Instn. Mech. Engrs.*, Vol. 215, 793-803 (2001).
- [3] A. Kahraman H. N. Ozguven D. R. Houser and J. J. Zakrajsek, "Dynamic Analysis of geared rotors by finite elements", *ASME Journal of Mechanical Design*, Vol. 114, 507-514 (1992).
- [4] Siu-Tong Choi and Sheng-Yang Mau, "Dynamic Analysis of geared rotor-bearing system by the transfer matrix method", *ASME Journal of Mechanical Design*, Vol. 123, 562-568 (2001).
- [5] J. H. Kuang A. D. Lin, "The effect of tooth wear on the vibration spectrum of a spur gear pair", *ASME Journal of Vibration and Acoustics*, Vol. 123, 311-317 (2001).
- [6] A. Kahraman and G.W. Blankenship, "Effect of involute contact ratio on spur gear dynamics", *ASME Journal of Mechanical Design*, Vol. 121, 112-118 (1999).
- [7] A. Kahraman and G.W. Blankenship, "Effect of the tip relief on Dynamic response of spur gear pairs", *ASME Journal of Mechanical Design*, Vol. 121, 313-315 (1999).