

## APLICACIÓN DE MÉTODOS DE OPTIMIZACIÓN DE FORMA EN EL DISEÑO ESTRUCTURAL

Laura Battaglia<sup>†</sup> y Alberto Cardona<sup>\*</sup>

<sup>†</sup> Grupo GIAMEF  
Facultad Regional Santa Fe - Universidad Tecnológica Nacional  
Lavaise 610  
3000 Santa Fe, Argentina

<sup>\*</sup> Centro Internacional de Métodos Computacionales en Ingeniería (CIMEC)  
Universidad Nacional del Litoral  
Güemes 3450  
3000 Santa Fe, Argentina  
e-mail: [acardona@intec.unl.edu.ar](mailto:acardona@intec.unl.edu.ar)

**Keywords:** optimización de forma, diseño estructural, presa en arco, llave fija.

**Resumen.** *Se exponen conceptos básicos de métodos de optimización de forma aplicables a casos de diseño de estructuras de geometría compleja. Se incluyen reseñas acerca del empleo de estos métodos de optimización, en el diseño de dos estructuras de configuración geométrica inusual: una llave fija tipo “U” y una presa en arco. El desarrollo del estudio de la llave “U” se orientó a lograr para la herramienta un perfil tal que cumpliera con requisitos de buena maniobrabilidad en zonas de trabajo respetando las tensiones admisibles, a lo que hubo que agregar consideraciones ergonómicas. En el caso de la presa se planteó conseguir una estructura con la mínima cantidad de material, pero con valores de tensiones de tracción controlados. La mayor dificultad en este ejemplo está dada por la cantidad de variables involucradas. En estos ejemplos, tanto los objetivos a cumplir como las restricciones que controlan los problemas y la forma de los elementos son diferentes, dando la posibilidad de obtener conclusiones acerca de varios aspectos de la aplicación de estas herramientas de diseño.*

## 1 INTRODUCCIÓN

El objetivo de este trabajo es el de resumir y ejemplificar aspectos de la aplicación de métodos de optimización en el diseño de estructuras.

En primer término, se desarrollan algunos conceptos básicos de la resolución de problemas de optimización, en especial en cuanto a optimización de forma.

A continuación, se describe a grandes rasgos el desarrollo de la optimización en el caso de dos elementos estructurales: una llave fija tipo "U" y una presa en arco de hormigón.

Ambos ejemplos son de características especiales, de geometría compleja que dificulta la evaluación la elección de cambios a fin de introducir mejoras específicas en su forma y desempeño. Para ambos casos se empleó un programa comercial para optimización, obteniéndose bueno resultados.

## 2 CONCEPTOS BÁSICOS DE OPTIMIZACIÓN

### 2.1 El problema de optimización

El objetivo es resolver el problema:

$$x = \arg \min f(x) \quad (1)$$

verificando las condiciones:

$$\begin{aligned} c_j(x) &\leq \overline{c_j} \quad \text{con } j = 1, \dots, m \\ \underline{x_i} &\leq x_i \leq \overline{x_i} \quad \text{con } i = 1, \dots, n \end{aligned} \quad (2)$$

donde  $f(x)$  es la función objetivo,  $x_i$  son las variables de diseño, y  $c_j(x)$  las funciones de restricción.

Por otro lado, en los problemas denominados "min-max", se propone minimizar el máximo valor de un grupo de funciones, como en el caso de las tensiones en todos los elementos de una estructura. En estas situaciones, los algoritmos no pueden ser empleados en forma directa y se recurre a una variable auxiliar  $\delta$ , pasando a ser un planteo del tipo:

$$\begin{aligned} \min_x \quad &\delta \\ &c_j(x) \leq \delta \\ &c_k(x) \leq \overline{c_j(x)} \end{aligned} \quad (3)$$

El problema es similar al anterior, y tiene  $j+k$  restricciones.

Generalmente, las funciones objetivo o de restricción son valores de respuesta tales como desplazamientos o tensiones de análisis estáticos, frecuencias naturales de vibración, o cargas críticas de pandeo.

## 2.2 Variables de diseño

Las variables son los parámetros cuyos valores modifican el diseño. Dejando de lado las que controlan las propiedades de los materiales, se distinguen algunos tipos de variables de acuerdo a la forma en que condicionan la geometría del problema, y que pueden agruparse según el tipo de optimización:

- Optimización para dimensionamiento directo*: involucra dimensiones transversales de elementos estructurales, como espesores de placas o secciones de barras.
- Optimización de forma*: las variables describen las fronteras del dominio, modificando la geometría del modelo, que debe definirse cuidadosamente.
- Optimización de la topología*: se modifican la geometría y la topología. Busca la distribución óptima de materia en un dominio dado; permite determinar bordes distintos o perforar la estructura.

Además, las variables pueden estar condicionadas a tomar valores discretos o continuos, lo cual influye a la hora de elegir el algoritmo de optimización a emplear. Usualmente, las primeras están asociadas al tipo a) del párrafo anterior.

## 2.3 Espacio de diseño

En la figura 1 se aprecia una representación del espacio de diseño para un problema con dos variables,  $x_1$  y  $x_2$ , en el que cada punto  $(x_1, x_2)$  representa una alternativa de diseño.

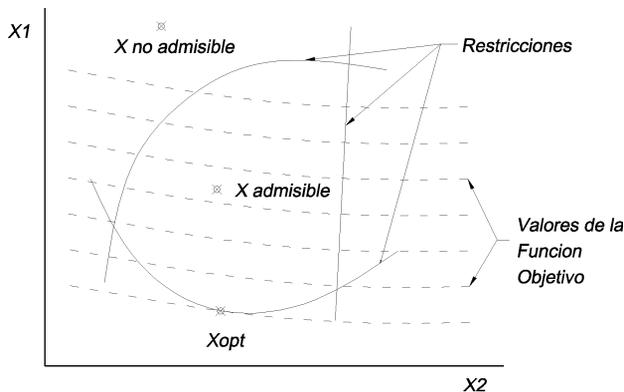


Figura 1: Espacio de diseño: restricciones y puntos admisibles.

Si se representan las curvas de restricciones, se delimita la región en la cual los pares  $(x_1, x_2)$  son diseños admisibles, es decir, no violan las restricciones impuestas tanto por las funciones de restricción como por los límites de las variables. El resto de los puntos del plano corresponde a diseños no aceptables, pues no respetan una o más restricciones.

## 2.4 Resolución de problemas de optimización

La resolución de problemas de optimización se realiza mediante un proceso iterativo de dos etapas bien definidas:

1. Cálculo de la respuesta de la estructura y de las *sensibilidades* en la respuesta
2. Proceso interno del algoritmo de optimización

que se suceden hasta cumplir un criterio de convergencia o hasta que la solución se considere satisfactoria, y que se detallan a continuación.

En el primer paso, el cálculo de la respuesta no constituye en sí un inconveniente, pero la evaluación de las *sensibilidades*, como se denomina a las derivadas de la función objetivo y de las restricciones respecto de las variables de diseño, requiere análisis adicionales sobre el modelo, ya que la respuesta es función implícita de las variables de diseño.

Para el caso de un análisis de la respuesta estática por elementos finitos, hay que resolver:

$$\mathbf{K} \mathbf{q} = \mathbf{g} \quad (4)$$

siendo  $\mathbf{g}$  el vector de cargas,  $\mathbf{q}$  el de los desplazamientos y  $\mathbf{K}$  la matriz de rigidez.

Conocidos los desplazamientos, las restantes componentes de la respuesta se escriben como combinación lineal de las componentes de  $\mathbf{q}$ :

$$\mathbf{c} = \mathbf{b} \mathbf{q} \quad (5)$$

donde  $\mathbf{b}$  es el vector de coeficientes que define la combinación lineal.

La derivada de los desplazamientos respecto de las variables de diseño es:

$$\frac{d\mathbf{q}}{dx} = \mathbf{K}^{-1} \left( \frac{d\mathbf{g}}{dx} - \frac{d\mathbf{K}}{dx} \mathbf{q} \right) \quad (6)$$

Al derivar el valor de la respuesta se obtiene:

$$\frac{d\mathbf{c}}{dx} = \frac{\partial \mathbf{b}}{\partial x} \mathbf{q} + \mathbf{b} \frac{d\mathbf{q}}{dx} = \frac{\partial \mathbf{b}}{\partial x} \mathbf{q} + \mathbf{K}^{-1} \left( \frac{d\mathbf{g}}{dx} - \frac{d\mathbf{K}}{dx} \mathbf{q} \right) \quad (7)$$

La ecuación (7) indica que también es preciso calcular las derivadas de las matrices elementales, cosa que se logra mediante la perturbación de las variables. Por ejemplo:

$$\frac{d\mathbf{K}_e}{dx} = \frac{\mathbf{K}_e(\mathbf{x} + \delta \mathbf{x}) - \mathbf{K}_e(\mathbf{x})}{\delta \mathbf{x}} \quad (8)$$

en la cual  $\mathbf{K}_e(\mathbf{x})$  es la matriz de rigidez elemental evaluada para el diseño de referencia,  $\mathbf{K}_e(\mathbf{x} + \delta \mathbf{x})$  la correspondiente al diseño perturbado, calculada tras una nueva generación de los elementos, y  $\delta \mathbf{x}$  la perturbación del vector de las variables de diseño.

En el caso de optimización para dimensionamiento directo, no se producen inconvenientes al modificar o perturbar las variables de diseño, ya que los cambios no afectan la topología.

En cambio, para optimización de forma, las modificaciones en los valores de las variables implican regenerar el modelo, y la topología de la malla puede verse alterada, por ejemplo,

con la generación de un número distinto de elementos.

Como la evaluación de la derivada aproximada (8) se hace elemento a elemento, la malla no debe sufrir alteraciones notorias, razón por la cual no conviene usar un remallado en forma directa para el caso de optimización de forma. En lugar de esto, se introducen pequeños cambios en algunos parámetros de forma y se adapta la malla inicial a la nueva forma de la estructura. Este recurso se utiliza sólo en problemas de optimización de forma, y para el cálculo de sensibilidades: de una iteración a otra se puede usar una malla nueva.

Para la segunda etapa, y con el fin de disminuir el número de análisis, se emplean subproblemas más fáciles de resolver que el inicial, sobre los cuales trabaja el algoritmo de optimización elegido para el caso.

Los subproblemas consisten en remplazar las funciones  $f(x)$  y  $c_i(x)$ , de dependencia implícita de las variables, por un problema de optimización con la forma de un desarrollo en series de Taylor. De esta forma, el subproblema es explícito, y permite calcular los valores que se darán a las variables en la siguiente iteración.

El subproblema se puede elaborar por medio de una linealización, desarrollando la función objetivo y las de restricción con series de Taylor en las cercanías de un punto de diseño dado. Los datos son los valores de las funciones del análisis por elementos finitos y las sensibilidades calculadas en el mismo paso 1 del proceso iterativo.

Para remplazar la función  $g(x)$  mediante linealización, se presentan las siguientes alternativas:

1. Linealización directa:

$$g_D(x) = g(x^0) + \sum_i \left. \frac{\partial g}{\partial x_i} \right|_{x^0} (x_i - x_i^0) \quad (9)$$

2. Linealización inversa:

$$g_I(x) = g(x^0) + \sum_i \left. \frac{\partial g}{\partial x_i} \right|_{x^0} (x_i^0)^2 \left( \frac{1}{x_i} - \frac{1}{x_i^0} \right) \quad (10)$$

3. Linealización convexa:

$$g_I(x) = g(x^0) + \sum_{(1)} \left. \frac{\partial g}{\partial x_i} \right|_{x^0} (x_i - x_i^0) - \sum_{(2)} \left. \frac{\partial g}{\partial x_i} \right|_{x^0} (x_i^0)^2 \left( \frac{1}{x_i} - \frac{1}{x_i^0} \right) \quad (11)$$

donde el grupo (1) incluye las variables para las cuales  $\left. \frac{\partial g}{\partial x_i} \right|_{x^0} > 0$  y se adopta una linealización

directa, y en el grupo (2)  $\left. \frac{\partial g}{\partial x_i} \right|_{x^0} < 0$ , en las que se adopta una linealización inversa.

De las aproximaciones de primer orden (sensibilidades de orden 1) la linealización convexa es la más conservativa.

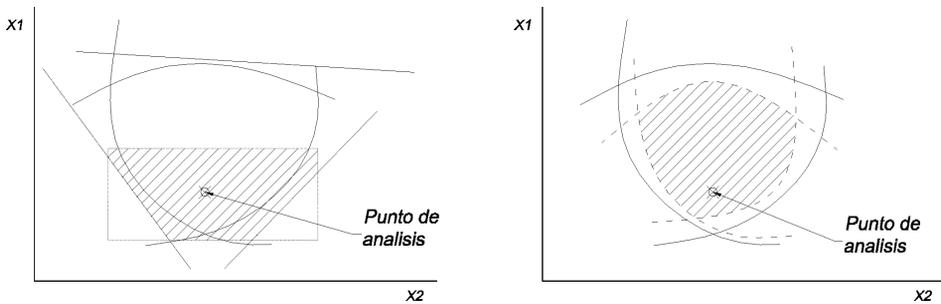


Figura 2: Comparación entre aproximación lineal clásica y linealización convexa.

Esta propiedad se esquematiza en la figura 2, donde se puede ver el espacio de diseño de un problema de dos variables en el que se representan las superficies de restricción, que en realidad no se conocen. El dominio admisible es el delimitado por éstas, y el punto señalado representa el par de variables para el punto de análisis. Finalmente, las líneas de trazos son las superficies de restricción aproximadas.

En el primer caso, se esquematiza una aproximación lineal clásica, y en el segundo una linealización convexa, donde puede verse que el dominio de pares admisibles se encuentra dentro del dominio real.

En pocas palabras, el proceso de optimización es una sucesión de ciclos de cálculo de la respuesta y sensibilidades, y de resolución de los subproblemas por medio de determinado algoritmo, hasta que se verifique algún criterio de convergencia y se obtenga un resultado, o bien que se produzca algún tipo de error y el estudio quede incompleto.

Como criterio de convergencia pueden proponerse:

- a) Cambios en los valores de las funciones o de las variables por debajo de determinado porcentaje relativo a la magnitud del parámetro.
- b) Cumplimiento de determinado objetivo, como por ejemplo llevar el valor de las tensiones hasta un mínimo requerido.

## 2.5 Algoritmos de optimización

La selección del algoritmo de optimización que debe emplear un usuario está asociada, en un primer paso, a la clase de variables involucradas, esto es, al tipo de optimización. Luego, se tienen en cuenta otros factores, asociados principalmente al problema en estudio.

De los algoritmos disponibles en el programa usado para realizar la optimización, se enumeran algunas características del empleado en los casos de ejemplo, denominado *CONLIN*. Éste es usado para casos de optimización de forma. Se basa en una aproximación lineal convexa de primer orden de la función objetivo y de las restricciones.

Dado que *CONLIN* no usa información de iteraciones anteriores, es aceptable que se genere una nueva malla de una iteración a otra, pero aún así es necesario usar el perturbador de malla para el cálculo de las sensibilidades. Posee algunas limitaciones, por ejemplo el no poder resolver problemas que presentan más de un mínimo, y el requisito de empleo de

variables positivas y continuas. Sin embargo, además de lo ya expresado en cuanto a linealización convexa, resulta un algoritmo que aporta resultados rápidamente, ya que usualmente en las primeras 10 iteraciones las funciones y variables adquieren valores cercanos a los que finalmente resultan óptimos.

### 3 DISEÑO DE UNA LLAVE FIJA TIPO “U”

#### 3.1 Descripción del problema

Para el diseño de la llave fija se plantean requisitos orientados especialmente a lograr buenas características de accesibilidad y maniobrabilidad de la herramienta, pero restringidas por tensiones máximas admisibles para el material.

Concretamente, se pretende obtener una llave de cabeza más reducida en todas las dimensiones posibles, con la intención de:

- Disminuir el espacio necesario para introducir la herramienta, en cuanto a su ancho.
- Conseguir una amplitud de giro mayor.
- Facilitar la introducción en lugares estrechos, con un menor espesor o reducción gradual de éste hacia los extremos.

#### 3.2 Datos iniciales

El desarrollo del trabajo comienza al proponer una forma tentativa (figura 3), que se designará *UI*, para una llave de 17 mm de abertura, respetando siempre valores mínimos y máximos especificados por norma para dimensiones y solicitaciones en este tipo de herramientas; el valor de torque mínimo que la herramienta debe resistir es de 110 Nm.

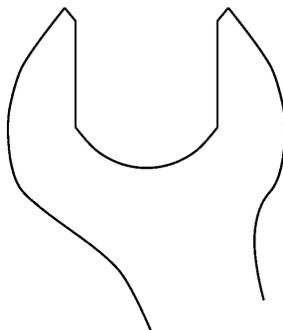


Figura 3: Punto de partida para la optimización.

Como puede verse en la figura 3, la pieza es asimétrica, especialmente en la zona de empalme de la cabeza con el mango. Al evaluar la influencia de esta circunstancia en la respuesta de la llave, los análisis indican que el torque en sentido horario (negativo) es el que produce tensiones de mayor intensidad, razón por la cual en todo el desarrollo posterior se trabaja con las cargas de ese signo y sólo se analizan con torque positivo los perfiles finales, a

manera de control.

Por otro lado, se necesita contar con datos de tensiones admisibles en la herramienta a fin de proponer las restricciones apropiadas en la optimización. Para ello, se calculan mediante análisis lineales las tensiones equivalentes de Von Mises producidas por el torque de norma en el modelo *UI*, que resultan ser del orden de  $260 \text{ kg/mm}^2$  en la zona inferior de la boca de la herramienta. Al seleccionar este valor no se tienen en cuenta las concentraciones de tensiones en los puntos de contacto de la llave con la tuerca, en los cuales se aplican las fuerzas que simulan la acción del torque de norma, en el caso de análisis lineales.

Si bien el proceso de optimización se realiza con datos de análisis lineales, sobre los modelos finales se hacen análisis no lineales para determinar la magnitud y extensión de las deformaciones plásticas, las que indican en última instancia las condiciones en que la pieza queda tras el proceso de carga. Es preciso acotar que la llave debe verificar requisitos dimensionales en cuanto a la abertura tras al retirar la carga estipulada por norma. (verificación con calibre tras el ensayo)

Por diversos motivos, para este problema fue preciso realizar varias series de optimización, que se pueden agrupar en dos etapas, diferenciadas por los criterios de óptimo empleados.

Para la optimización, las cargas se aplican en la misma forma que en el análisis lineal de *UI*, pero debido a que en los puntos de aplicación de las fuerzas las tensiones resultan concentradas y muy superiores a las que se adoptarán como admisibles en el estudio, impiden una evaluación correcta de las tensiones máximas por parte del optimizador. Para evitar este inconveniente, la función de restricción sobre las tensiones se aplica sobre un grupo de elementos que no incluye los adyacentes a los nodos en los cuales están definidas las cargas.

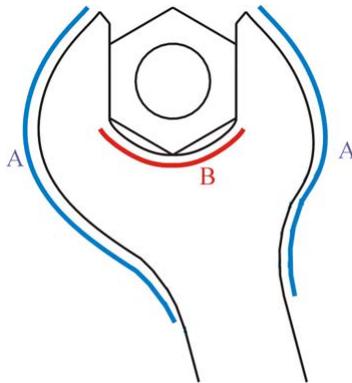


Figura 4: Sectores de la llave "U" a modificar.

### 3.3 Parametrización

Las consideraciones mencionadas en el punto 3.1 inducen a modificar los bordes de la pieza señalados en la figura 4, en la parte exterior y de empalme con el mango (A), y en la

inferior de la boca (B). Por ello, los cambios a introducir mediante optimización se planifican sobre estas curvas, para lo cual hay que parametrizar la forma en que se las define, resultando:

- a) En la línea indicada con B y en la parte superior de la cabeza de la herramienta, las curvas son dibujadas sobre puntos ubicados mediante un sistema polar de coordenadas con centro en el eje de giro de la tuerca y radiaciones de ángulos fijos, con los radios como variables. Se propone simetría en la parte exterior superior y en la línea B.
- b) En los empalmes con el mango se emplean:
  - en la primera etapa, curvas sobre puntos referidos a sistemas radiales de centros A y B;
  - en la segunda, dos arcos de círculo con centros en A y B, en los cuales los parámetros son los valores de los respectivos radios.

De esta manera, se obtuvo un modelo parametrizado, esquematizado en la figura 5, y que sufrió algunos cambios durante las sucesivas optimizaciones, atendiendo a circunstancias tales como la simetría de la cabeza, los ángulos de las radiaciones y la definición del empalme con el mango.

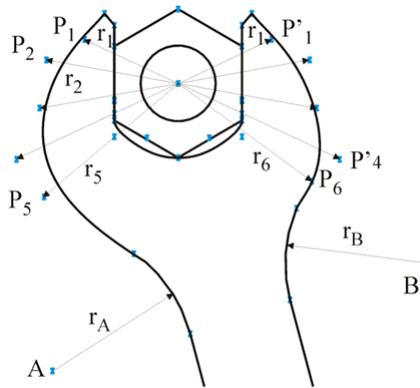


Figura 5: Esquema de la parametrización de la pieza.

### 3.4 Primera etapa

En los primeros estudios se planteó la minimización de la masa del elemento con restricciones sobre las tensiones en  $260 \text{ kg/mm}^2$ , pero los resultados obtenidos no fueron satisfactorios, especialmente debido a los aspectos funcionales y ergonómicos.

El perfil obtenido, designado *U2*, se obtuvo a través de estudios sucesivos, esto es, varias optimizaciones concatenadas. La evolución de la llave durante el último estudio de la serie puede verse en la serie de la figura 6, en la que se muestra la forma del modelo en distintas iteraciones de la optimización.

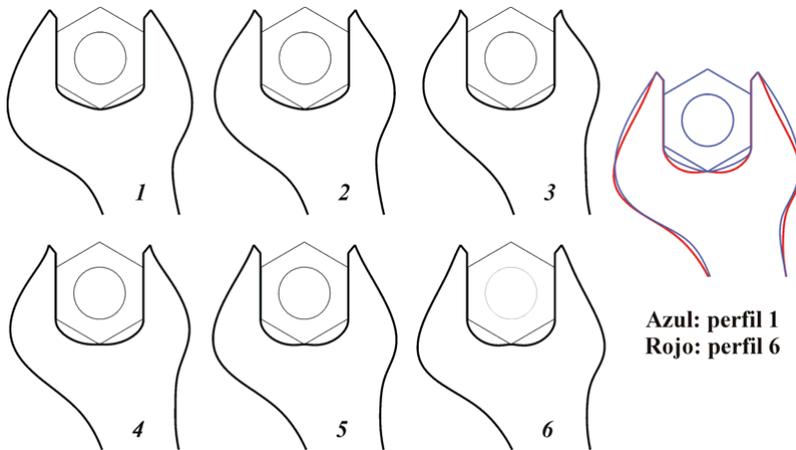


Figura 6: Evolución de la forma de la pieza durante un estudio de optimización.

Como puede verse en la figura, la forma *U2* no resulta agradable estéticamente. Por otro lado, las zonas en que la pieza no ha disminuido su tamaño son justamente aquellas que se esperaba reducir para mejorar la maniobrabilidad.

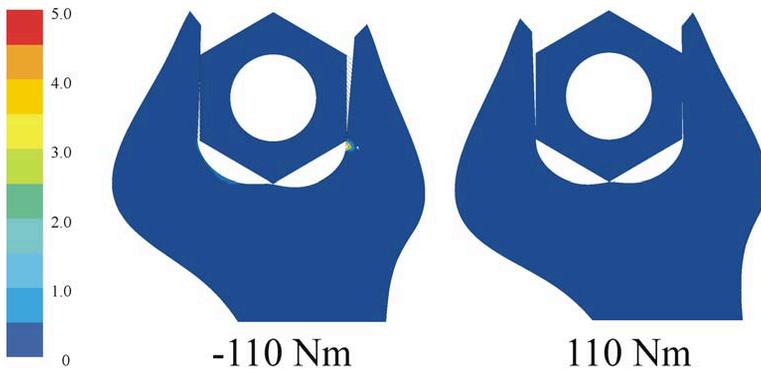


Figura 7: Deformaciones plásticas en *U2*.

Para evaluar el comportamiento real de la herramienta, se realizan análisis no lineales para determinar la magnitud de las deformaciones plásticas, indicadoras de la falla de la pieza. La figura 7 muestra las deformaciones plásticas que se desarrollan en *U2*, para torque en ambos sentidos, donde se aprecia claramente que sólo se producen deformaciones de más de un 5% en una zona localizada de contacto llave-tuerca para el caso más desfavorable, pero prácticamente no se aprecian en la parte inferior de la boca.

Los análisis no lineales sobre este modelo no indican una falla en la optimización en sí, sino en la forma en que ésta ha sido planteada, es decir, la suposición de que una disminución en la cantidad de material de la llave implica que ésta cuente con mayor maniobrabilidad o accesibilidad es errónea, ya que en estos aspectos no se aprecian mejoras. Esta conclusión es el punto de partida de la segunda etapa de procesos de optimización.

### 3.5 Segunda etapa

La accesibilidad de la herramienta depende directamente de sus dimensiones externas y no de la masa, con lo cual se replantearon los criterios de la optimización. Para resumir las nuevas premisas para el diseño, puede decirse que el objetivo fue minimizar el tamaño de la herramienta verificando las condiciones de resistencia establecidas por norma.

Entonces, se aplicó una función definida como una norma ponderada de las variables  $r_i$  que modifican la curva exterior de la llave, de expresión:

$$f = \sum_{i=1}^{10} w_i r_i^2 \quad (12)$$

en la cual los pesos  $w_i$  reflejan la importancia relativa de los parámetros correspondientes, y son mayores para los radios más influyentes en el ancho de la pieza. En definitiva, el problema plantea la minimización de  $f$  sujeta a la verificación de tensiones equivalentes de Von Mises menores de  $180 \text{ kg/mm}^2$ , las cuales son menores que las establecidas para la optimización anterior.

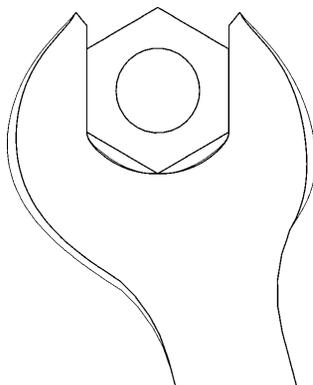


Figura 8: Superposición de perfiles Optimi65 y Optimi75 (resaltado).

El espesor en la herramienta, por una premisa de diseño, se propone variable desde el empalme con el mango hasta los extremos, pero no es un parámetro incluido en la optimización. En lugar de ello, se realizaron en esta segunda etapa dos optimizaciones con valores de espesor máximo de 6.5 mm y 7.5 mm, y mínimos en los extremos de 5 mm y 6 mm, respectivamente. Esta distribución del espesor mejora no sólo las condiciones de

accesibilidad con respecto a una distribución constante, sino que además dispone el material en las zonas en que más se lo requiere.

De los estudios definitivos se obtuvieron los modelos designados *Optimi65* y *Optimi75*, en referencia al espesor de cada uno. Al comparar las soluciones *Optimi 65* y *75* entre sí (figura 8), puede verse que la diferencia en la forma de la parte inferior de la boca es mínima, mientras que el trazo de las curvas del contorno exterior sí presenta cambios notorios, correspondiendo la llave más estrecha, obviamente, a la de mayor espesor.

Una vez obtenidos los perfiles, se realizaron verificaciones mediante análisis no lineales, evaluando las deformaciones plásticas que se registran para el torque mínimo exigido por las normas y también, para valores mayores de torque.

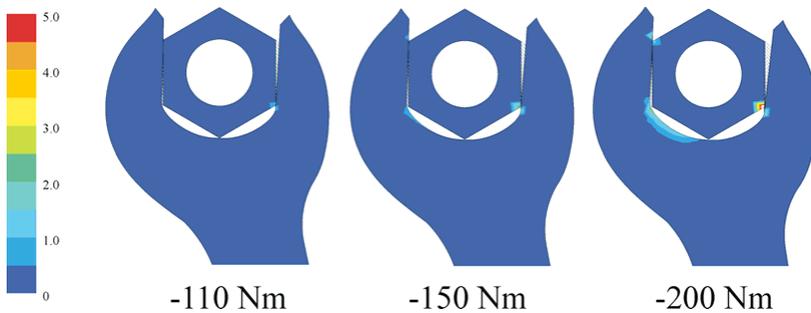


Figura 9: Deformaciones plásticas en el perfil *Optimi75*, en %, para los torques indicados.

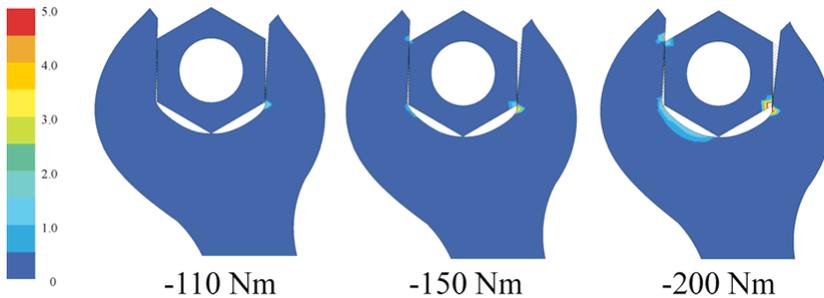


Figura 10: Deformaciones plásticas en el perfil *Optimi65*, en %, para los torques indicados.

En las figuras 9 y 10 se observa que para el primer caso el desarrollo de tensiones plásticas es despreciable en magnitud y extensión, y para los mayores se encuentran concentradas en zonas de contacto con las aristas de las tuercas, para finalmente aparecer en la zona inferior de la boca, donde sí ocasionan la falla de la pieza, de acuerdo con las normas.

## 4 DISEÑO DE UNA PRESA EN ARCO

### 4.1 Descripción del problema

La presa en arco estudiada se planificó como cierre del embalse de un anteproyecto de aprovechamiento propuesto por la empresa de Agua y Energía Eléctrica en la Provincia del Chubut, que data de 1989 (la obra no ha sido construida).

Una *presa en arco de doble curvatura* o *presa-bóveda* es una estructura de planta y paramentos curvos (figura 11), de arcos definidos por ecuaciones de circunferencias, parábolas u otro tipo de forma que se adapte a las laderas. Básicamente, transmite la acción de las cargas hacia las laderas mediante el denominado “efecto de arco”, que además se combina con la acción de ménsula de las secciones verticales. Este comportamiento requiere entonces emplazamientos de topografía especial, junto con muy buenas características geotécnicas, capaces de resistir los esfuerzos concentrados en los apoyos de los arcos.

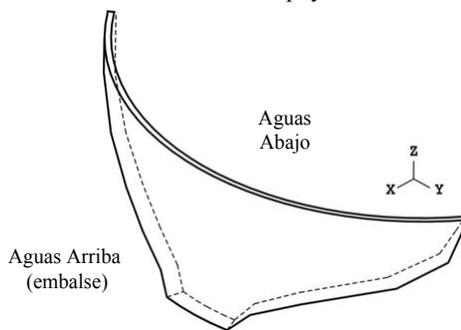


Figura 11: Perspectiva isométrica de una presa bóveda.

Para este tipo de presas, es preciso conseguir un diseño en el cual se no se registren tensiones de tracción con un máximo aprovechamiento del material, o bien que éstas sean tan limitadas que no se superen los límites de fisuración del hormigón, más allá de que siempre se empleen armaduras para resistir la totalidad de los esfuerzos positivos.

La presa analizada en este caso tiene 40 metros de altura y unos 120 metros de longitud de cuerda a la altura del coronamiento, y se ubica en una garganta de condiciones geotécnicas apropiadas pero con asimetría geométrica, situación que complica la obtención de un modelo de buen comportamiento ante las acciones exteriores.

### 4.2 Datos iniciales

El punto de partida del estudio es una propuesta, denominada *PI* en este trabajo, de arcos circulares en planta y parabólicos en elevación (figuras 12 y 13), para la cual se realizó un análisis estático cuyos resultados indicaron tensiones de tracción excesivas en una zona significativa del paramento de aguas arriba, con una máxima de  $885 \text{ t/m}^2$  (figura 14). Esta

estructura cuenta además con un volumen de  $10500 \text{ m}^3$ .

El caso de carga evaluado es un estado *normal*, en el cual la presa está sometida a la acción de su peso y de la presión hidrostática del agua del embalse, en su nivel normal.

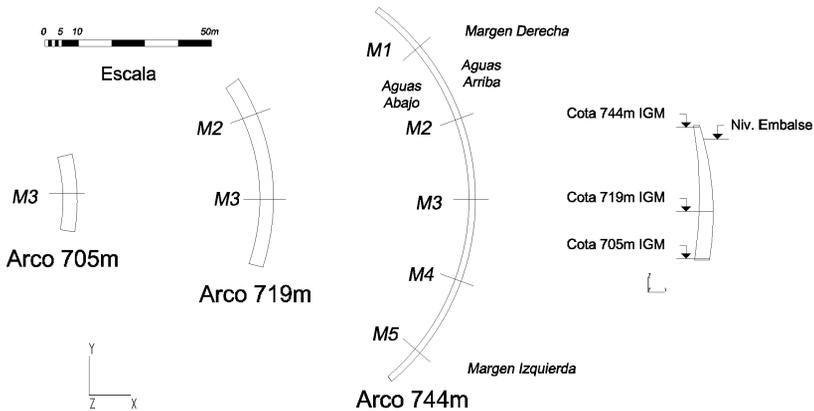


Figura 12: Geometría de PI. Arcos en planos a distinta cota.

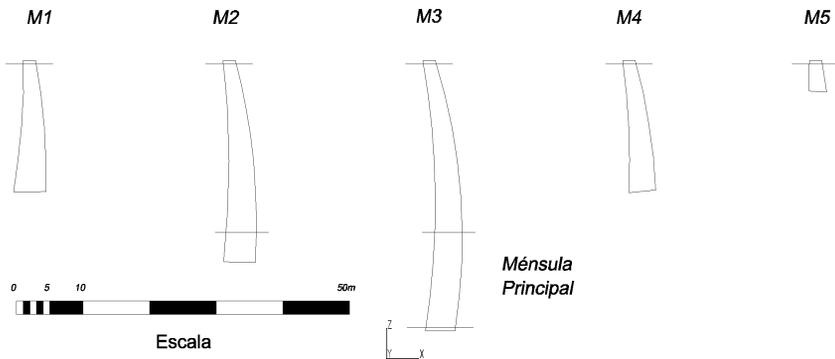


Figura 13: Geometría de PI. Ménsulas.

Al no verificarse en esta propuesta un rango de tensiones limitado, se propuso modificar mediante optimización la forma de la estructura, para lo cual fue preciso obtener un modelo inicial con ciertas particularidades.

En primer lugar, la construcción de la malla de elementos finitos para realizar la optimización debía ser sencilla a fin de evitar errores en la generación del modelo al pasar de una iteración a otra: por ello, se parametrizó una presa modelada con sólo un elemento en el espesor, a diferencia de los tres empleados en el análisis sobre PI.

Junto a lo anterior, fue preciso lograr tensiones máximas de tracción del mismo orden del

que se impone en la optimización, pues de otro modo los algoritmos pueden fallar al no cumplir con las restricciones en los primeros pasos del proceso.

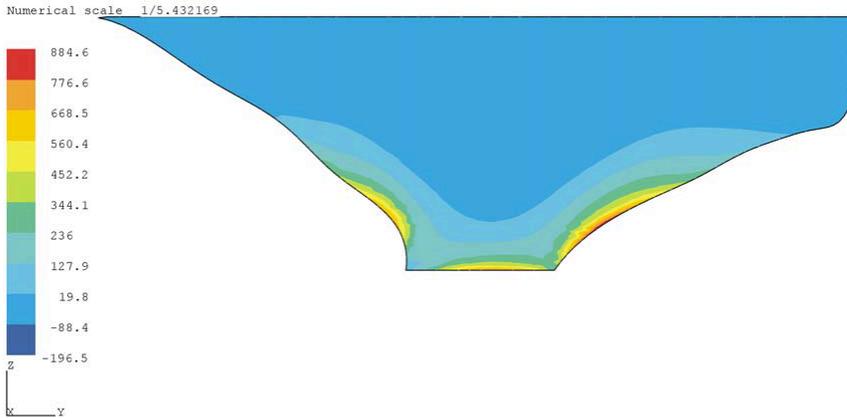


Figura 14: *PI*. Tensión principal mayor en el paramento de aguas arriba, en  $t/m^2$ .

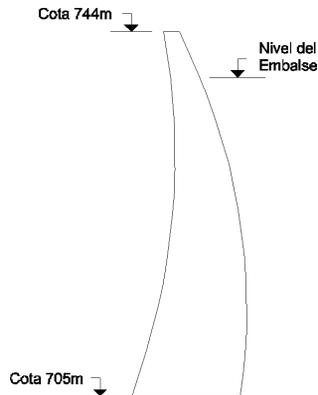


Figura 15: Forma de la ménsula principal del modelo inicial de la optimización.

Manipulando intuitivamente la forma de *PI*, se obtuvo un modelo apto para desarrollar la optimización, de volumen bastante mayor que el de aquella ( $18750 \text{ m}^3$ ), pero de tensión principal mayor de unos  $115 \text{ t/m}^2$ . En la figura 15 se puede apreciar la forma de la ménsula principal obtenida.

La topografía de las laderas fue tomada en cuenta de forma simplificada, mediante una superficie construida sobre rectas representativas de las curvas de nivel del cierre.

### 4.3 Parametrización

La representación se realizó sobre los parámetros de las parábolas que describen la ménsula principal y las curvas de los centros de los arcos horizontales, de ecuación:

$$Az^2 + Bz + C = p \quad (13)$$

en la cual  $p$  es la coordenada en  $x$  del punto de la curva de centros o de paramento del arco correspondiente, y  $z$  la altura del plano del arco (figura 16), y los coeficientes  $A$ ,  $B$  y  $C$  de las cuatro curvas se adoptaron como variables del problema.

Complementariamente, se definió una variable  $G2$  que controla la orientación de la estructura con respecto a las laderas. Concretamente, se trata de un ángulo de rotación con respecto a un eje vertical (figura), y su función se relaciona directamente con las tensiones concentradas en los empotramientos, en el paramento de aguas arriba. De esta forma, se constituyó un modelo enteramente definido con 13 variables independientes.

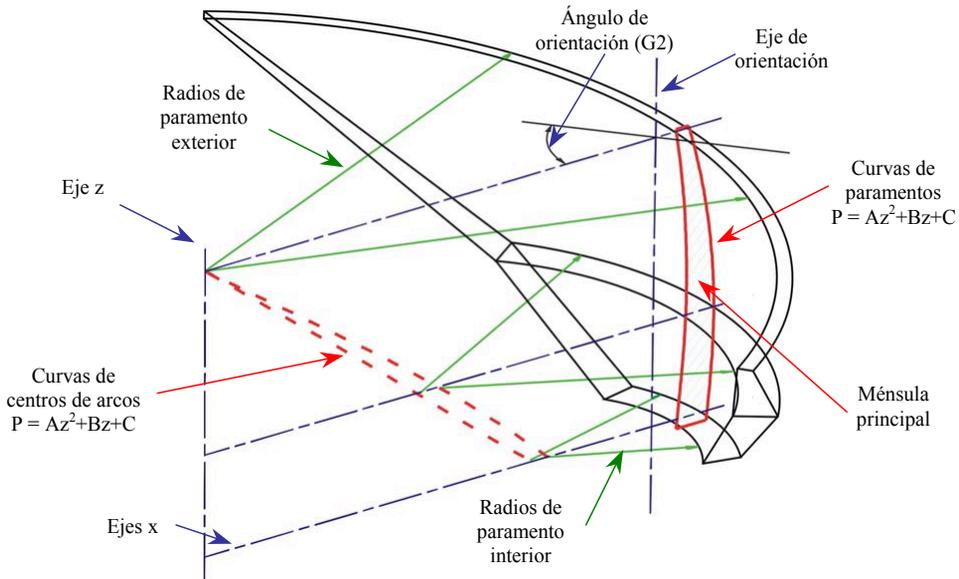


Figura 16: Esquema de la parametrización de la presa.

Además, fue preciso modificar mediante traslación y escalado los valores de los parámetros a fin de darles rangos de variación del orden de los requeridos por el algoritmo CONLIN, el empleado para la optimización.

Por último, se determinaron los límites máximo y mínimo de las variables, exigidos por el módulo de optimización del programa. Esta determinación, debido a la complejidad del modelo, se hizo mediante distintos análisis mediante los cuales se eligieron límites tales que no produjeran inconvenientes en la generación del modelo al tiempo que respetaran requisitos

de la estructura real.

#### 4.4 Criterios de optimización

Como función objetivo se propuso minimizar la masa de la estructura, y se definió tal a la suma de la masa de todos los elementos.

Las funciones de restricción definidas para la optimización son varias. En primer lugar, se define la denominada *Tensiones*, que comprende los valores de tensión principal mayor de todos los elementos de la estructura, limitadas a un máximo de  $120 \text{ t/m}^2$ .

También se restringe la variación del ancho de coronamiento, debido a dimensiones mínimas de estructuras planificadas sobre éste, y el desplazamiento de la presa hacia donde la garganta es más estrecha poro de condiciones geotécnicas no aptas para la fundación.

Si bien las funciones anteriores aparentan ser suficientes para definir el problema, en pruebas de optimización hubo inconvenientes en sectores en los cuales la estructura disminuye excesivamente el espesor, afectando la generación de la malla. Por ello, se define una función *Volumen*, encargada de exigir un volumen mínimo a los elementos de estos sectores, permitiendo así el desarrollo del proceso iterativo.

Masa - run 1

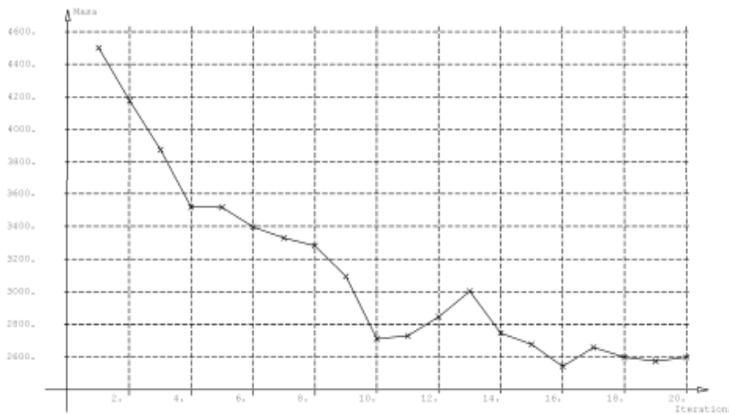


Figura 17: Evolución de la función objetivo: masa total de la presa.

#### 4.5 Desarrollo del estudio

La función objetivo (*Masa*) muestra un descenso de  $4.5$  a  $2.7 \times 10^{+6}$  UTM en las diez primeras iteraciones, comprobándose así el aporte de resultados cercanos al óptimo del algoritmo *CONLIN* tras las diez primeras iteraciones (figura 17)

De las tres curvas representadas en la gráfica de evolución de la función *Tensiones*, de tensiones máxima, promedio y mínima, la de interés en este caso es la primera (figura 18). Como puede apreciarse, el máximo impuesto no siempre se respetó durante el estudio, debido

a su contraposición con la función objetivo: una reducción en la masa de la estructura implica en general que ésta se verá más solicitada. Al comparar las gráficas se advierte que los aumentos en el valor de la función *Masa* coinciden con descensos en las tensiones de tracción.

La variación de las otras funciones no aporta mayores elementos para el análisis del problema.

Tensiones (min, mean, max) - run 1

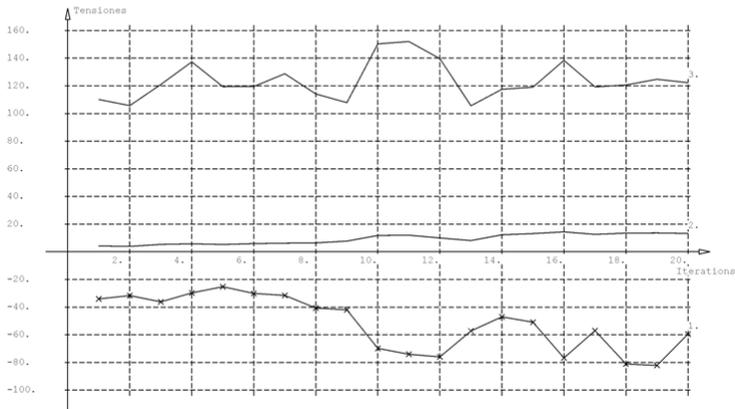


Figura 18: Evolución de los valores de la tensión principal mayor.

La presa obtenida mediante la optimización, denominada *Opti*, cuenta con parámetros en el orden de lo esperado: el volumen es de 10850 m<sup>3</sup>, cercano al de *PI*, y las tensiones máximas de tracción para la malla simplificada son de 120 t/m<sup>2</sup>.

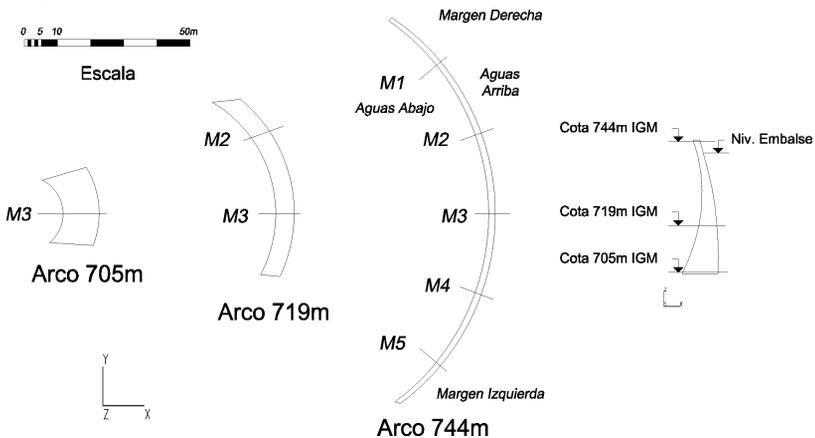


Figura 19: Geometría de *Opti*. Arcos en planos a distinta cota.

Los cambios en la forma de la estructura son notorios, como puede verse en las figuras 19 y 20, especialmente en cuanto a la forma de la ménsula principal, más ancha en la base y de paramentos con mayor curvatura que *PI*, y el ensanche de los arcos inferiores.

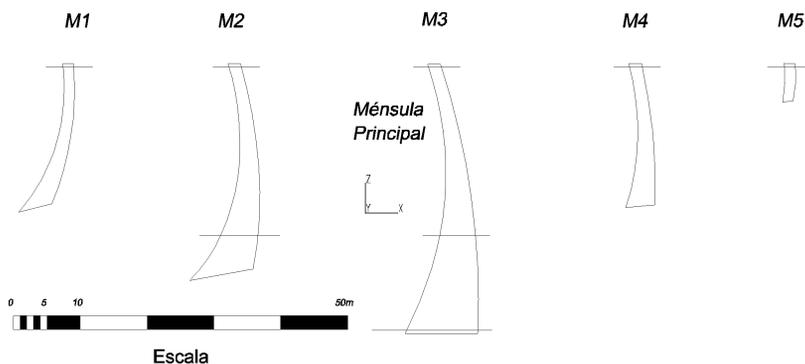


Figura 20: Geometría de *PI*. Ménsulas.

Para establecer una comparación apropiada con *PI*, se analiza *Opti* con una malla análoga a la de la primera, obteniendo como resultado una tensión principal mayor máxima en el paramento de aguas arriba de  $253 \text{ t/m}^2$  frente a las  $884 \text{ t/m}^2$  que se evidenciaron en el diseño original.

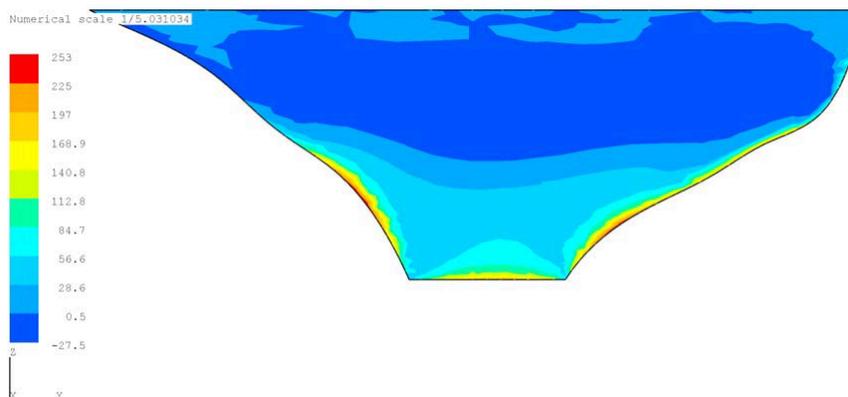


Figura 21: *Opti*. Tensión principal mayor en el paramento de aguas arriba, en  $\text{t/m}^2$ .

Además de la comparación en cuanto a magnitud de tensiones, es importante contrastar los volúmenes de las dos bóvedas: *PI* cuenta con  $10500 \text{ m}^3$  de hormigón y *Opti* con  $10830 \text{ m}^3$ , una diferencia prácticamente despreciable. De lo expuesto, se puede concluir la ventaja del resultado de la optimización por sobre la propuesta dada inicialmente, ya que para la misma

cantidad de material *Opti* tiene un comportamiento más adecuado a su función que *PI*.

## 5 CONCLUSIONES

Hay varios aspectos de la aplicación de métodos de optimización de forma en las estructuras estudiadas que merecen destacarse, relacionados más con la aplicación que con los desarrollos teóricos.

Obtener un diseño óptimo que cumpla con los requisitos reales (no las restricciones y objetivos del problema “matemático”) que se le exigen, implica casi ineludiblemente la construcción, desarrollo y evaluación de varios problemas de diseño a modo de prueba, en los cuales se analiza, entre otras cosas, cuán acertadas han sido las decisiones acerca de la parametrización propuesta, la definición de funciones y los límites a imponer a las restricciones y variables. El modelo óptimo es entonces resultado de una optimización exitosa tras varios procesos desechados o intermedios, donde el criterio del diseñador es determinante: es fácil de apreciar esto en el caso de la llave fija “U”.

Es de suma importancia construir el modelo sobre una parametrización de la mayor amplitud posible, esto es, que no limite el espacio de diseño. Junto a esto, los límites que se proponen las variables deben obtenerse verificando que en los rangos de variación resultantes no haya valores que produzcan inconvenientes en la generación de la geometría del elemento estudiado.

Todo lo mencionado, requiere de una destreza especial en el ingeniero de diseño. Debe estar capacitado para manejar herramientas informáticas de cierta complejidad, y al mismo tiempo tener una intuición que le permita orientar al programa en la búsqueda del objetivo. Debe además saber traducir adecuadamente los objetivos propuestos y restricciones al diseño en términos matemáticos comprensibles por el programa de optimización. De conjugar adecuadamente estos elementos, puede llegar a la obtención de diseños ventajosos frente a los logrados por métodos tradicionales, con gran economía de esfuerzo.

## 6 BIBLIOGRAFÍA

- [1] H. Varlet, *Presas de Embalse*, Interciencia, Tomo II, Madrid, 1972.
- [2] R.K. Linsley y J.B. Franzini, *Ingeniería de los Recursos Hídricos*, CECSA, México, 1975.
- [3] C. Fleury, *Le dimensionnement automatique de structures élastiques*, Tesis de Doctorado, Universidad de Lieja, Bélgica, 1978.
- [4] M. Beckers, *Optimisation de structures en variables discrètes*, Tesis de Doctorado, Universidad de Lieja, Bélgica, 1997.
- [5] *Boss/Quattro*, Vers. 4, Samtech, Liège, Belgium, 2001.
- [6] *Samcef Opti*, Vers. 6.1, Samtech, Liège, Belgium, 1996.