

MODELADO COMPUTACIONAL DEL PROCESO “FRICTION STIR WELDING” EN ACEROS INOXIDABLES AUSTENITICOS

S. Pereyra^a, D. Santiago^a, G. Lombera^a, S. Urquiza^a y L. de Vedia^b

^aFacultad de Ingeniería, Universidad Nacional de Mar del Plata,
J. B. Justo 4302, 7600 Mar del Plata, Argentina, (CONICET) spereyra@fi.mdp.edu.ar

^bComisión Nacional de Energía Atómica, Universidad Nacional de San Martín,
Av. Gral. Paz 1499, 1650 San Martín, Argentina

Palabras Clave: Modelado, Friction Stir Welding, Acero, Análisis térmico.

Resumen. En el presente trabajo se analiza la influencia en la variación de las condiciones impuestas en el modelado del proceso de Friction Stir Welding (FSW) en aceros inoxidable mediante la utilización de un programa de elementos finitos de propósito general. Con este objetivo se obtuvieron soluciones que reproducen el mapa térmico y la distribución del flujo del material para cada una de ellas.

En el proceso de FSW el equipo de soldadura consta de una herramienta que gira y se desplaza sobre la unión de dos chapas restringidas. La unión se produce por el calentamiento por fricción inducido por la herramienta, que promueve un comportamiento pastoso/viscoso del material y su correspondiente flujo entre las chapas a unir.

En este trabajo se simula el proceso de unión de aceros inoxidables austeníticos considerando acoplamiento termomecánico. Para la resolución del problema mecánico se utiliza un modelo viscoplástico con una ley constitutiva representativa de estos aceros en el rango de las temperaturas del proceso. Por otro lado, el problema térmico se modela teniendo en cuenta los fenómenos advectivos debidos al movimiento de la herramienta. En esta primera etapa, los resultados obtenidos han sido contrastados con datos reportados en la bibliografía, obteniéndose una buena correlación entre los mismos.

1 INTRODUCCION

La Soldadura por fricción-agitación (SFA) o Friction stir welding (FSW) es un proceso de soldadura patentado en Inglaterra en el año 1991 por The Welding Institute (TWI). Se trata de un proceso de unión en estado sólido, es decir, durante el cual el material no alcanza la temperatura de fusión. La herramienta de soldadura está construida generalmente en una sola pieza y, básicamente, se diferencian dos partes, un perno y un apoyo (ver [Figura 1](#)).

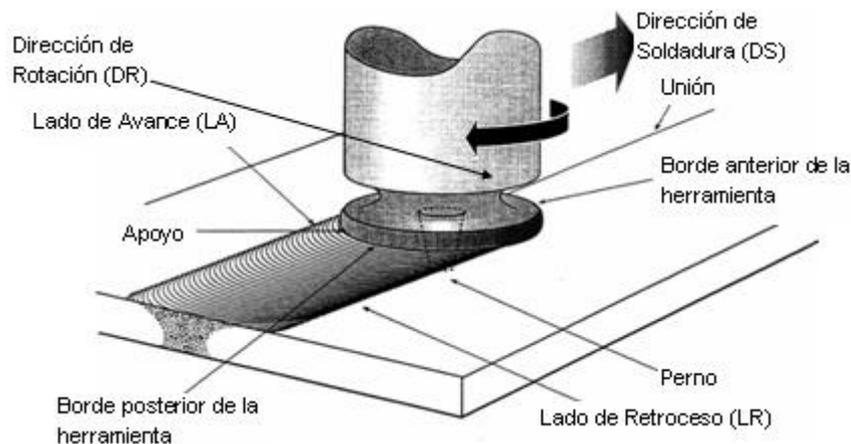


Figura 1: Proceso de soldadura por fricción-agitación

El proceso comienza con la introducción del perno entre las piezas a unir, manteniendo la herramienta girando, hasta que el apoyo hace contacto con las superficies de las piezas. A continuación se le impone una velocidad de avance a la herramienta en dirección a la línea de soldadura. La intensa fricción entre la herramienta y el material de las piezas, y la gran deformación plástica del material alrededor de la herramienta contribuyen a producir un aumento de la temperatura en una zona cercana a la herramienta. El ablandamiento del material alrededor del perno, debido a las altas temperaturas, y la acción combinada de la rotación y la traslación de la herramienta, conduce al material del frente del perno hacia atrás del mismo, generando la unión de las piezas. Debajo de las placas se coloca una base que sirve de soporte para restringir el movimiento y absorber los esfuerzos que surgen de la presión de la herramienta.

Aunque es una tecnología de soldadura nueva, el proceso de FSW ha sido estudiado ampliamente para la mayoría de las aleaciones de aluminio, inclusive las denominadas “difíciles de soldar” como las AA2195 (con litio) y AA7075. Existen diversos trabajos de simulación numérica de este proceso en uniones de aluminio. [Gould et al. \(1998\)](#) desarrolló un modelo analítico de flujo de calor para FSW. El modelo se basa en la bien conocida ecuación de [Rosenthal et al. \(1938\)](#), que describe un campo de temperaturas cuasi-estacionario en una placa semi-infinita debido a una fuente de calor móvil. [Kovacevic et al. \(2003a, b\)](#) realizaron análisis térmicos y termomecánicos aplicando elementos finitos. Estos análisis se basan en un modelo de fuente de calor, sin contemplar el acoplamiento termomecánico provocado por el flujo plástico. Es importante señalar que por las características del problema, donde las deformaciones plásticas son dominantes, pueden lograrse buenos resultados empleando modelos de flujo viscoplástico termomecánicamente acoplados ([Ulysse et al., 2002](#); [Santiago et al., 2004, 2005](#); [Colegrove et al., 2005](#)).

En cuanto a la simulación de SFA en otro tipo de materiales, la bibliografía es escasa. Sin embargo, se destaca el trabajo de [Chao et al. \(2004\)](#) en modelado térmico de acero inoxidable 304L. En este trabajo el valor de la fuente de generación de calor y la resistencia al flujo de

calor hacia la placa de apoyo se obtuvieron haciendo análisis inverso.

Por otra parte, [Nandan et al. \(2006\)](#) realizaron un modelo de flujo viscoplástico y de transferencia de calor de un acero AISI 1018 laminado en caliente donde imponen una resistencia al flujo de calor hacia la placa soporte y consideran una generación de calor compuesta por dos aportes, por fricción y por deformación plástica, asignando un deslizamiento estimado del proceso de laminado.

Las mayores dificultades que se presentan para simular el proceso se sitúan en representar los fenómenos complejos que se producen en el contacto entre las superficies de la herramienta y el material, y en el interior mismo del material. La imposición de condiciones apropiadas en la interfase y la utilización de ecuaciones constitutivas para el material permiten lidiar con estas dificultades, sin necesidad de conocer el detalle de lo que está sucediendo física, química y metalúrgicamente en el material.

El propósito del presente trabajo es analizar la influencia de las condiciones asumidas para modelar el proceso que afectan las características de generación y transferencia de calor, reflejándose sobre los resultados. Para ello, se simula el estado estacionario del proceso, utilizando un modelo de flujo viscoplástico para reproducir el comportamiento mecánico del problema y un modelo de convección difusión para la parte térmica. Se toman como referencia los datos experimentales en el trabajo realizado por [Chao et al. \(2004\)](#) y los valores de la condiciones de contorno impuestas por [Pereyra et al. \(2006\)](#).

2 DESCRIPCION DEL MODELO

2.1 Geometría del modelo

La geometría se compone de la herramienta, las piezas de trabajo y la placa base. La forma y dimensiones de la herramienta, así como el espesor, ancho y longitud de las piezas a soldar y la placa base, se corresponden con las de los datos de referencia.

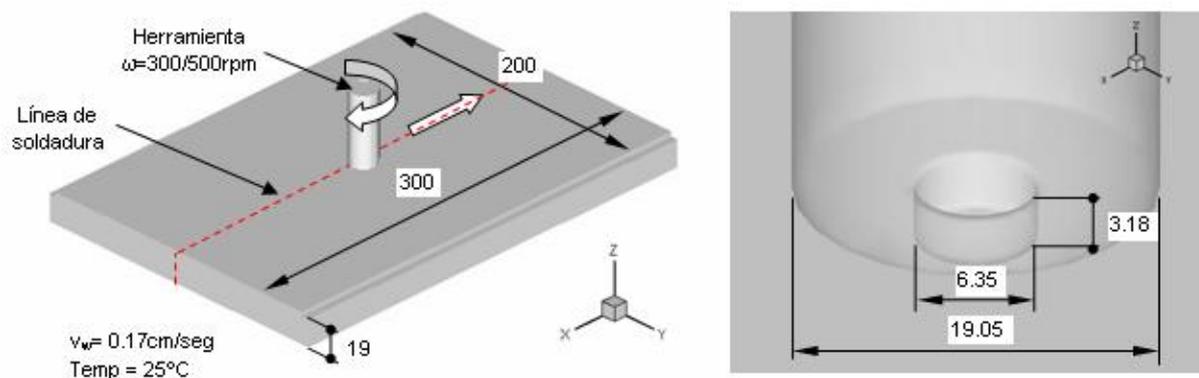


Figura 2: Geometría Distribución de la velocidad y temperaturas

La herramienta está constituida por un apoyo de 19.05mm de diámetro, y un perno cilíndrico de 6.35mm de diámetro y 3.0mm de alto. Las piezas de trabajo tienen una longitud de 300mm en la dirección de soldadura, 200mm en sentido transversal a ésta y un espesor de 3.18mm. La placa base se encuentra debajo de la pieza de trabajo y tiene un espesor de 19mm (ver [Figura 2](#)).

2.2 Modelo Mecánico

Las ecuaciones de conservación de la cantidad de movimiento (segundo principio de

Newton) para un medio continuo son las siguientes:

$$\frac{\partial \sigma_{km}}{\partial x_m} + \rho \cdot g_k = \rho \cdot \frac{Du_k}{Dt} \quad (1)$$

donde u_k son las velocidades, x_m son las coordenadas espaciales, t es el tiempo, ρ es la densidad del material, g_k son las fuerzas de volumen y σ_{km} es el tensor de Cauchy.

La ecuación de conservación de la masa para un fluido incompresible no contiene ningún término de derivada en el tiempo, ya que la variación de la densidad es despreciable. Para problemas incompresibles en estado estacionario es apropiado el agregado de pseudo-compresibilidad artificial del tipo de [Chorin \(1968\)](#), incorporándose un término en la ecuación de continuidad:

$$\frac{1}{\rho \cdot c^2} \cdot \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{\partial u_k}{\partial x_k} = 0 \quad (2)$$

donde p es la presión y c es el coeficiente de pseudo-compresibilidad.

Adoptando una formulación de flujo para modelar las grandes deformaciones plásticas involucradas en el proceso de FSW, el tensor de Cauchy adquiere la forma general:

$$\sigma_{km} = -p \cdot \delta_{km} + \tau_{km} \quad (3)$$

donde δ_{km} es el delta de Kronecker y τ_{km} es el tensor desviador de tensiones. Este último se puede relacionar al tensor de velocidades de deformación d_{km} –que es en realidad un desviador en virtud de la hipótesis de incompresibilidad– por medio de la viscosidad μ , según la siguiente relación:

$$\tau_{km} = 2 \cdot \mu \cdot d_{km}, \quad \text{con} \quad d_{km} = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{\partial u_k}{\partial x_m} + \frac{\partial u_m}{\partial x_k} \right) \quad (4)$$

$$\mu = \frac{\sigma_e}{3 \cdot \dot{\varepsilon}_e} \quad (5)$$

donde σ_e es la tensión efectiva o el segundo invariante de la tensión y $\dot{\varepsilon}_e$ es la velocidad de deformación efectiva o el segundo invariante de la velocidad de deformación, que puede obtenerse por:

$$\dot{\varepsilon}_e^2 = \frac{2}{3} \cdot d_{km} \cdot d_{km} \quad (6)$$

En este trabajo se asume un material viscoplástico y rígido donde la tensión de flujo depende de la velocidad de deformación y de la temperatura. Esto se representa por la siguiente relación propuesta por [Sellars et al. \(1966\)](#):

$$\sigma_e = \frac{1}{\alpha} \cdot \arg Sh \left[\left(\frac{Z}{A} \right)^{1/n} \right], \quad \text{con} \quad Z = \dot{\varepsilon}_e \cdot \exp \left(\frac{Q}{R \cdot \theta} \right) \quad (7)$$

donde A , α y n son constantes del material, Z es el parámetro de Zener-Hollomon, Q es la energía de activación, R es la constante universal de los gases y θ la temperatura absoluta. Los valores de las constantes fueron obtenidos del trabajo de [Balancin et al. \(2005\)](#) y son $\alpha = 0,012 \text{ MPa}^{-1}$, $Q = 401 \text{ kJ/mol}$, $A = 8,30.1015$ y $n = 4,32$.

2.3 Modelo Térmico

La ecuación de conservación de la energía es la siguiente:

$$\rho \cdot Cp \cdot \frac{D\theta}{Dt} = \frac{\partial}{\partial x_m} \left(K \cdot \frac{\partial \theta}{\partial x_m} \right) + \rho \cdot \gamma \quad (8)$$

donde Cp la capacidad calorífica, K la conductividad térmica, θ la temperatura y γ la tasa de generación de calor interna por disipación de potencia viscoplástica. Este último puede expresarse como el producto contraído del tensor desviador de tensiones con el tensor de velocidades de deformación, como sigue:

$$\gamma = \eta \cdot \tau_{km} : d_{km} \quad (9)$$

con η fracción de potencia que no es absorbida en defectos microestructurales.

No se tiene en cuenta el calor por fricción que se genera por el deslizamiento entre el material y la herramienta.

2.4 Condiciones de Contorno

Se considera como marco de referencia a la herramienta rotando a una velocidad de $\omega_h=300\text{rpm}$ sin avanzar, resultando que la placa base se mueve hacia ella con una velocidad $v_w=0.17\text{cm/seg}$.

Además, se asume deslizamiento relativo entre las superficies en contacto de la herramienta y el material de las piezas de trabajo. Por lo tanto, la velocidad que se le impone al material sobre dicha superficie (v_i) no es directamente la velocidad de la herramienta, sino que esta se encuentra afectada por un coeficiente que tiene en cuenta el deslizamiento entre estas superficies. Esta condición queda representada mediante el siguiente producto vectorial, expresado en notación indicial:

$$v_i = (1 - D) \cdot \varepsilon_{ijk} \cdot \omega_j \cdot r_k \quad (10)$$

donde ε_{ijk} es el símbolo de permutación, D es la fracción de deslizamiento, ω_j es la velocidad de rotación de la herramienta y r_k la distancia al centro de rotación.

Por otro lado, se impone una temperatura de 25°C en la superficie de entrada del modelo y se consideran dos fenómenos de transmisión de calor: por convección y radiación con el medio, y de resistencia al flujo de calor entre las superficies en contacto. La ecuación que describe el flujo de calor (q) para el primero de ellos es la siguiente:

$$q = \beta \cdot (\theta - \theta_0) + \varepsilon \cdot B \cdot (\theta^4 - \theta_0^4) \quad (11)$$

donde β es el coeficiente de pérdida de calor por convección, θ_0 es la temperatura de medio, ε es la emisividad de las superficies y $B = 5.67 \cdot 10^{-12} \text{ (W cm}^{-2} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}\text{)}$ es la constante de Stefan–Boltzman.

Para el caso de pérdida de calor a través de la interfase se emplea la siguiente relación:

$$q = \frac{1}{R} \cdot \Delta\theta \quad (12)$$

donde R es la resistencia al flujo de calor, y se asume constante sobre cada una de las superficies en contacto.

Por otro lado, se asume que alrededor del 50% de la potencia plástica se convierte en calor (Chao et al., 2004).

Las propiedades de los materiales que se forman parte del modelo se presentan en la [Tabla 1](#):

Propiedades	ρ [Kg.m ⁻³]	C_p [J.Kg ⁻¹ .°C ⁻¹]	K [W.m ⁻¹ .°C ⁻¹]	β [W.m ⁻² .°C ⁻¹]	ε
Placas (SS 304L)	8.0 10 ³	0.5 10 ³	21.4	10	0.17
Herramienta (acero)	7.8 10 ³	0.5 10 ³	43.0	10	0.8
Base (acero)	7.8 10 ³	.0.5 10 ³	43.0	10	--

Tabla 1: Propiedades de los materiales implicados en el modelo

A fin de analizar la sensibilidad de la solución a las condiciones impuestas en el modelado, se resuelven distintos casos donde se consideran diferentes condiciones. Tomando como referencia los valores empleados en un modelo anterior ([Pereyra et al., 2007](#)) (Modelo 2 de [Tabla 2](#) y [Tabla 3](#)), se consideran dos juegos de valores. Por un lado, se varía la fracción de deslizamiento entre el material y las superficies de la herramienta (D) y, por otro, la resistencia de contacto entre las placas a soldar y la base de apoyo (R_b). En las siguientes tablas se listan los valores empleados en cada modelo:

	Modelo 1	Modelo 2	Modelo 3
D	0.65	0.50	0.35
R_b [m ² .°C.W ⁻¹]	3.33 10 ⁻⁶	3.33 10 ⁻⁶	3.33 10 ⁻⁶

Tabla 2: Primer juego de valores

	Modelo 1	Modelo 2	Modelo 3
D	0.50	0.50	0.50
R_b [m ² .°C.W ⁻¹]	1.67 10 ⁻⁶	3.33 10 ⁻⁶	10.00 10 ⁻⁶

Tabla 3: Segundo juego de valores

2.5 Resolución Numérica del Modelo

Se construyó una malla de elementos finitos tetraédricos del tipo Taylor-Hood ([Zienkiewicz y Taylor, 1989 y 1991](#)), es decir, tetraedros P2-P1, con interpolaciones cuadráticas para las velocidades y lineales para las presiones, en orden a lograr estabilidad de las interpolaciones de presión por la condición de divergencia nula conjuntamente con una adecuada captura de los gradientes de tensión en las capas límites. Para las temperaturas se emplearon elementos tetraédricos con interpolación cuadrática en coincidencia con los nodos de velocidad. La malla resultó tener aproximadamente 52.800 elementos con 71.000 nodos de velocidad.

Se implementó una formulación de elementos finitos con estabilización SUPG –Streamline Upwind Petrov-Galerkin– ([Hughes, 1987](#)) con un esquema de avance en el tiempo totalmente implícito, usado fundamentalmente como preconditionador del sistema de ecuaciones para llegar a la solución estacionaria.

El algoritmo de resolución consiste en dos sub-pasos: en el primero de ellos se obtiene el campo de velocidades asumiendo fijo el campo de temperaturas. Se itera por reemplazos sucesivos para adaptar no-linealmente los valores de viscosidad de acuerdo a las velocidades de deformación obtenidas en la iteración anterior. En el segundo sub-paso se resuelve el campo de temperaturas asumiendo el campo de velocidades resultante en el primer sub-paso.

En este caso la no linealidad reside en el término de generación de calor.

El método de resolución numérica para cada iteración es el mismo en ambos sub-pasos. El sistema de ecuaciones lineales se resuelve por el método de gradientes conjugados cuadrados con un preconditionador de factorización incompleta de tipo LU de acuerdo al esquema propuesto por Y. Saad (1994) en SparseKit.

3 RESULTADOS

A pesar de que los resultados obtenidos de los distintos modelos presentan diferencias, puede hacerse una descripción general haciendo referencia a uno sólo de ellos. En la [Figura 3](#), se presentan resultados del modelo con deslizamiento $D=0.50$ y un valor de resistencia de contacto de $R_b=3.33 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2 \cdot \text{°C} \cdot \text{W}^{-1}$. Por un lado, se observa la distribución de la velocidad total o absoluta (V_T) alrededor de la herramienta en un corte por la línea de soldadura. Se nota que las grandes variaciones (gradientes) en el campo de velocidades están comprendidas dentro de la zona de mayor densificación de la malla.

Por otro lado, la [Figura 3](#) muestra la distribución de temperaturas para el mismo caso. Se aprecia claramente el efecto del arrastre convectivo en el campo de temperaturas debido al avance de la herramienta. Los valores máximos de temperatura registrados fueron del orden de 1150°C en la zona de contacto entre el apoyo y las placas.

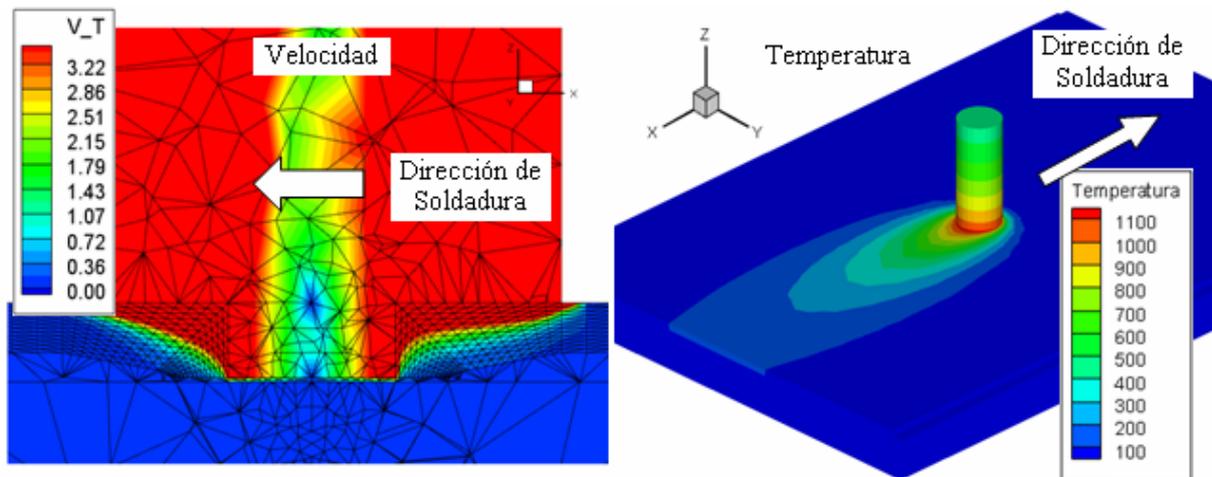


Figura 3: Distribución de la velocidad y temperaturas

En la [Figura 4](#) se observan gráficos de las líneas flujo del material a distintas alturas. Comparando las tres figuras se ve que la región de agitación del material aumenta con la cercanía al apoyo de la herramienta. Las líneas de flujo de material observadas en la [Figura 4](#) se corresponden con las reportadas por Nandan et al. (2006).

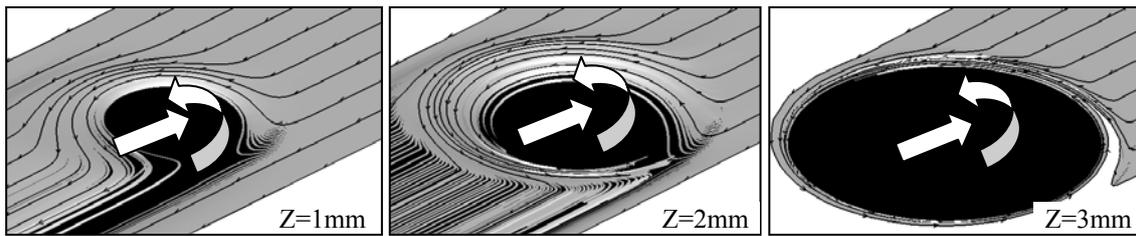


Figura 4: Flujo de material a distintas alturas

En la [Figura 5](#) se grafican las líneas de temperatura constante, cada 100°C, sobre las superficies superior ($Z=0.318\text{cm}$ en color azul) e inferior ($Z=0\text{cm}$ en color rojo) de las placas. Se observa que la temperatura no difiere significativamente entre ambas.

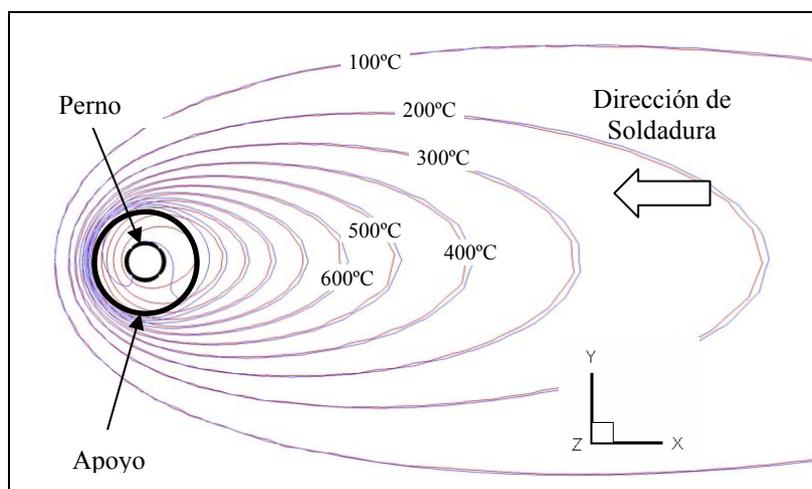


Figura 5: Iso-líneas de temperaturas en las superficies superior e inferior de las placas

A fin de comparar la sensibilidad del modelo a las dos condiciones de contorno se presentan los resultados obtenidos para los distintos valores de las mismas, a lo largo y sobre la parte inferior de las placas, a una distancia de 1.27cm y 2.75cm de la línea de soldadura. En la [Figura 6](#) se grafica la distribución de temperaturas para distintos porcentajes de deslizamiento entre la herramienta y el material (primer juego de valores). Se aprecia que un menor deslizamiento (mayor velocidad del material en contacto con la herramienta) resulta en un aumento generalizado de la distribución de la temperatura a raíz de la mayor generación de energía por disipación viscosa.

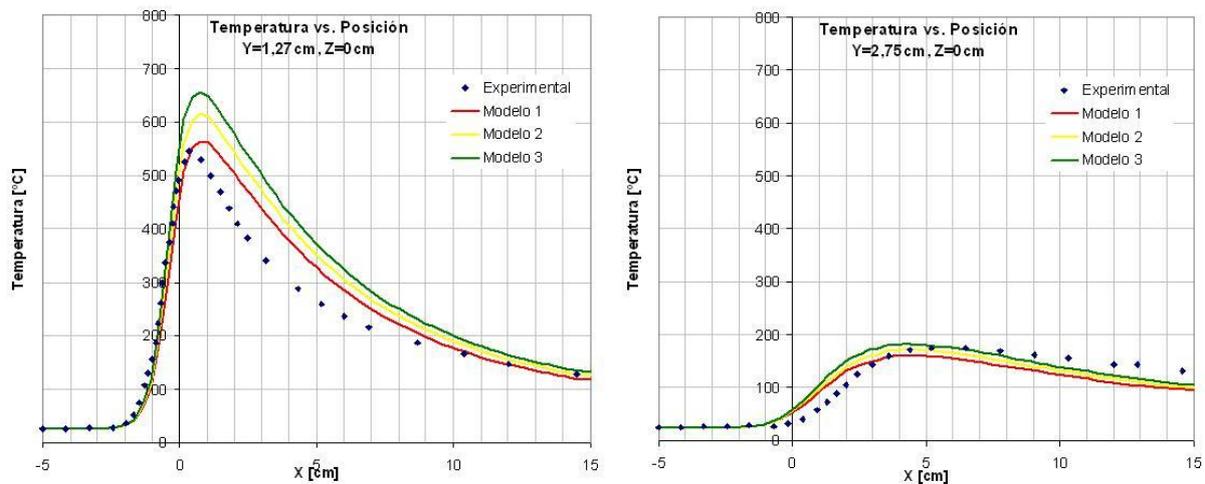


Figura 6: Distribución de temperaturas para distintos valores de deslizamiento entre la herramienta y el material

En la [Figura 7](#) se grafica la distribución de las temperaturas para distintos valores de resistencia de contacto entre el material y la placa base. A diferencia de lo que ocurre con la distribución de temperaturas en la figura anterior, no se da un cambio generalizado de la curva sino que la diferencia de temperaturas es mayor a medida que se considera un punto más alejado de la posición de la herramienta ($X=0\text{cm}$), esto se debe a que la pérdida de calor a través de la base es dominante en comparación con el resto de las superficies por donde el calor se escapa del modelo. Por lo tanto, un aumento de la resistencia al flujo que ofrece esta superficie se ve reflejado en la figura como una disminución de la pendiente de la distribución de la temperatura.

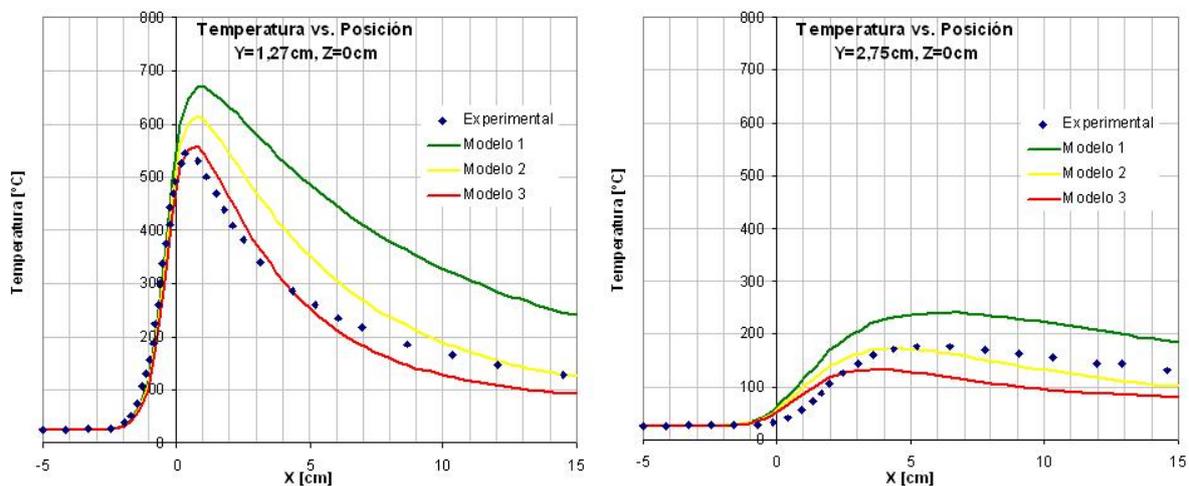


Figura 7: Distribución de la temperatura para distintos valores de resistencia de contacto entre el material y la base

La diferencia en las temperaturas pico que se observan en esta última figura se debe al calor que se pierde hasta la distancia de la línea de soldadura en que fueron obtenidos los valores.

El flujo de calor a través de la placa se ve muy influenciado por los valores asignados a la resistencia de contacto R_b ya que el espesor de la placa es una magnitud muy pequeña con respecto a sus otras dos dimensiones. Así mismo, cuando su valor es elevado toma

importancia el fenómeno de convección del flujo modificando significativamente la distribución de temperaturas (ver Figura 8).

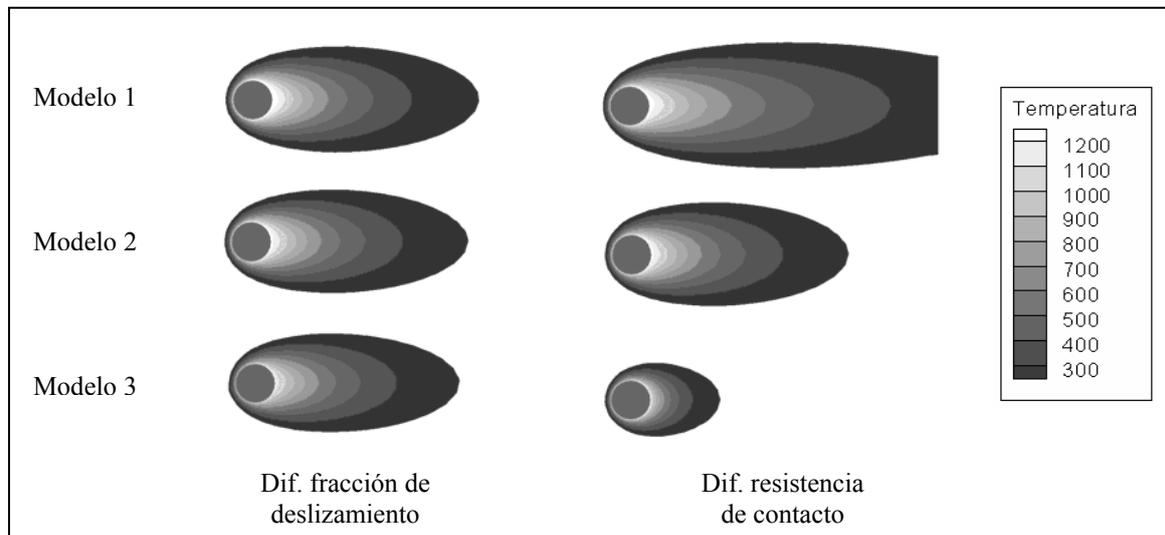


Figura 8: Diagramas de distribución de las temperaturas

4 CONCLUSIONES

Se realizó un análisis de las condiciones impuestas sobre las superficies en contacto y su influencia en la distribución de la temperatura en el material, a través de un modelado, resolviendo las ecuaciones de conservación de la cantidad de movimiento, de la masa y de la energía.

Por un lado, se vio como la alteración de la condición de deslizamiento del material respecto de la herramienta afecta a la generación de calor por disipación viscosa y, en consecuencia, actúa aumentando o disminuyendo las curvas de distribución de la temperatura en el mismo sentido. Este cambio es más notorio en la zona cercana a la herramienta, donde se genera el calor. Por otro lado, se identificó la mayor influencia de la condición asignada a las superficies en contacto de las piezas y la base, impuesta como resistencia de contacto constante, en la pérdida de calor del modelo sobre el resto de las superficies.

Así mismo, sería adecuado emplear un valor de resistencia de contacto variable, que tenga en cuenta la temperatura y la presión que actúa en cada posición sobre ambas superficies.

Finalmente, se reconoce la necesidad de aplicar condiciones de deslizamiento más sofisticadas en la interfase de la herramienta y las placas, que contemplen la fricción de la herramienta sobre el material, con el fin de captar mejor los fenómenos de flujo de material alrededor del perno. En consecuencia, poder avanzar hacia un análisis que tenga en cuenta la influencia de la geometría de la herramienta.

REFERENCIAS

- C. M. Chen and R. Kovacevic. Finite element modeling of friction stir welding – thermal and thermomechanical analysis. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, 43:1319–1326, 2003b.
- A.J. Chorin, *Mathematics of Computation*, 22:745–762, 1968.
- P.A. Colegrove and H. R. Sherclif. 3-Dimensional CDF modelling of flow round a threaded friction stir welding tool profile. *Journal of Material Processin Technology*, Artículo en

- prensa, 2005.
- J.E. Gould and Z. Feng. Heat flow model for friction stir welding of aluminium alloys. *Journal for Numerical Methods of Material Processing and Manufacturing Science*, volumen 7, 1998.
- T. J. R. Hughes. *The finite element Method*. Prentice-Hall, 1987.
- A.M. Jorge Jr. and O. Balancin. Prediction of Steel Flow Stresses under Hot Working Conditions. *Material Research*, 8:309–315, 2005.
- R. Nandan, G.G. Roy, T.J. Lienert and T. Debroy. Three-dimensional heat and material flow during friction stir welding of mild steel. *Acta Materialia*, Artículo en prensa, 2006.
- S. Pereyra, G. Lombera, S. Urquiza, L. De Vedia y D. Santiago. Simulación de soldadura por fricción-agitación en aceros inoxidables austeníticos, *International Conference on Welding and Joining of Materials*, Cuzco, Perú, abril de 2007
- D. Rosenthal and R. Shemerber. Thermal study of arc welding. *Welding Journal*, 17:208, 1938.
- D. Santiago, G. Lombera, A. Cassanelli, S. Urquiza y L. de Vedia. Analisis térmico en soldadura por fricción. *Mecánica Computacional*, 24:2781–2793, 2005.
- D. Santiago, G. Lombera, S. Urquiza, A. Cassanelli y L. A. de Vedia. Numerical modeling of joints welded by “friction stir welding” process. *Material Research*, 7:569–574, 2004.
- C. M. Sellars and W.J. McG Tegart. La relation entre la résistance et la structure dans la deformation à chaud. *Memories Scientifiques Rev. Métalurg.*, 63:731–746, 1966.
- M. Song and R. Kovacevic. Thermal modeling of friction stir welding in a moving coordinate system and its validation. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, 43:605–615, 2003a.
- P. Ulysse. Three-dimensional modeling of the friction stir-welding process. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, 42:1549–1557, 2002.
- Y. Saad. SPARSEKIT: a basic tool kit for sparse matrix computation (version2). University of Illinois. <http://www-users.cs.umn.edu/~saad/software/SPARSKIT/sparskit.html>, 1994.
- X.K.Zhu and Y.J. Chao. Numerical simulation of transient temperature and residual stresses in friction stir welding of 304L stainless steel. *Journal of Material Processin Technology*, 146:263–272, 2004.
- O.C. Zienkiewicz and R.L. Taylor. *The finite element method*, volumen I. Mc Graw Hill, 1989, y volumen II, McGraw Hill, 1991.