

SIMULACIÓN NUMÉRICA DEL CAMPO DE VELOCIDADES DEL VIENTO ATMOSFÉRICO UTILIZANDO EL MÉTODO DE REPRESENTACIÓN ESPECTRAL

Hugo G. Castro, Mario E. De Bortoli, Adrián R. Wittwer y Jorge O. Marighetti

*Laboratorio de Aerodinámica, Facultad de Ingeniería de la Universidad Nacional del Nordeste, Av. Las
Heras 727, Resistencia, Chaco, Argentina, hugoguillermo_castro@yahoo.com.ar,*

<http://ing.unne.edu.ar/tunel/pagina%20tunel.htm>

Palabras clave: Campo de velocidades, Método de Representación Espectral, Estructuras altas, Cargas dinámicas.

Resumen. Generalmente la evaluación de la respuesta dinámica de una estructura alta a la acción de vientos fuertes es realizada a través de modelos simplificados que tienen en cuenta sólo las vibraciones en la dirección longitudinal del viento. En estructuras de forma regular, este análisis permite una cuantificación de los efectos de los vientos correspondientes a la capa límite atmosférica, neutralmente estable, relacionados con tormentas fuertes. Para realizar una evaluación numérica de tales efectos es preciso simular series temporales representativas de las velocidades fluctuantes del campo de flujo, que consideren la aleatoriedad espacial y temporal del viento atmosférico. Uno de los métodos numéricos más difundidos para la simulación de este tipo de proceso aleatorio Gaussiano es el método de representación espectral, que describe al campo aleatorio como la suma de funciones trigonométricas con ángulos de fase aleatorios. La correlación entre los distintos puntos del espacio es considerada mediante la descomposición de la matriz espectral, efectuada a través de la descomposición de Cholesky.

En este trabajo se presenta a modo de ejemplo la respuesta dinámica aleatoria de una estructura de 100m de altura sometida a la acción de un viento turbulento, utilizando el sistema de valoración de carga cuasi-estática. Se discuten además las consideraciones subyacentes del método, implementación numérica y grado de ajuste de los resultados obtenidos de la simulación de viento y calibración del método de carga.

1. INTRODUCCIÓN

Existen en la literatura especializada diferentes métodos para generar digitalmente registros representativos del campo de velocidades de viento. Esta simulación digital de registros es un requisito previo para una correcta implementación del análisis de la respuesta estructural inducida por el viento, en el espacio y en el tiempo.

Para estudiar o reproducir fenómenos aleatorios es de práctica usual utilizar la simulación Monte Carlo, la cual es un procedimiento de cálculo numérico que utiliza una secuencia de números aleatorios para reproducir una o más variables aleatorias. Para aplicar el método es necesario disponer de la función de densidad de probabilidad, la cual es postulada o conocida. Así, se dispone de una forma rápida y efectiva para generar números aleatorios con esa distribución, iniciándose la simulación de muestras.

En cuanto al viento atmosférico, éste es representado por un campo de velocidades medias que varía espacialmente, el cual es descrito mediante expresiones de base empírica (ley exponencial) o mediante la ley logarítmica (basada en deducciones matemáticas de base física), a las cuales se superponen las fluctuaciones de velocidad que varían espacial y temporalmente de manera aleatoria.

En la bibliografía existen diferentes métodos para simular registros de la componente fluctuante de la velocidad del viento atmosférico en un número determinado de puntos distribuidos en el espacio. Estos se basan en la suposición de que las componentes fluctuantes del campo de velocidad de viento pueden ser representados mediante un proceso Gaussiano con valor medio igual a cero.

Los métodos usualmente utilizados son el modelo de auto-regresión y media móvil (*ARMA*) y el de representación espectral desarrollado por Shinozuka, ([Shinozuka y Jan, 1972](#)). Este último se basa en la descomposición de la matriz de densidad espectral, la cual puede implementarse mediante dos procedimientos: el método de Cholesky o el procedimiento de descomposición modal (*POD*), [Solari y Carassale \(2000\)](#); [Chen y Kareem \(2005\)](#). El procedimiento *POD* es más adecuado cuando es necesario densificar la discretización del campo de velocidades, manteniendo para el análisis solamente los primeros modos, sin que esto introduzca una distorsión significativa en la reproducción de los valores estadísticos que caracterizan la variación de la variable analizada.

En este trabajo se presenta un método de simulación del campo de velocidades de viento atmosférico correspondiente a la componente fluctuante longitudinal coincidente con la dirección media del escurrimiento atmosférico, discretizada espacialmente en una dimensión, suponiendo una variación espacial de velocidades medias superpuestas a la componente fluctuante, obtenida por un procedimiento numérico que contempla la correlación espacial y temporal mediante la descomposición de la matriz de densidad espectral. Con el viento atmosférico así simulado se determina la acción del viento sobre una estructura alta y esbelta, determinándose la respuesta dinámica considerando los primeros tres modos fundamentales de vibración, mediante el sistema de valoración cuasi-estática. Para ello se utilizó un programa comercial de elementos finitos, discretizando la estructura en los puntos previamente convenidos de simulación del viento atmosférico. Por último se realizan comparaciones con resultados obtenidos por otros investigadores publicados en revistas utilizadas como referencia en este trabajo.

2. DESCRIPCIÓN DE LAS CARACTERÍSTICAS DEL VIENTO ATMOSFÉRICO

Para obtener la respuesta estructural a la acción del viento atmosférico es necesario un correcto modelado del viento incidente. En ingeniería de viento, la velocidad del viento a una altura

fija en el interior de la capa límite atmosférica es representada por la suma de la velocidad media sobre un intervalo $T = 10 \text{ min} - 1 \text{ h}$ (Cook, 1998) (macro-meteorología) y de una componente fluctuante denominada turbulencia atmosférica (micro-meteorología). La velocidad media varía muy lentamente, por lo que puede ser aproximada por una serie de registros constantes en sucesivos intervalos de duración T . En cada uno de estos intervalos, la turbulencia atmosférica es modelada como un proceso aleatorio Gaussiano de 3 variables ($3 - V$) y 4 dimensiones ($4 - D$), ligeramente estacionario, de valor medio igual a cero (Solari y Tubino, 2002). La denominación $3 - V$ se refiere a las tres variables representativas de las componentes espaciales de la turbulencia (longitudinal, lateral y vertical) y $4 - D$ hace referencia a las tres dimensiones espaciales y el tiempo. Las propiedades espacio-temporales son expresadas, en el dominio de la frecuencia, mediante funciones de densidad espectral cruzada (*cpsdf*, por sus siglas en inglés). Si se consideran N puntos en el espacio, el campo turbulento discretizado puede representarse por un proceso $3N - V, 1 - D$, caracterizado por su matriz de densidad espectral (*psdm*).

La literatura especializada proporciona un extenso grupo de datos experimentales y de representaciones empíricas, semi-empíricas y teóricas que valoran aspectos de la estructura de la turbulencia atmosférica. Existen varios modelos que representan la función de densidad espectral (*psdf*) de la componente longitudinal de la turbulencia en un punto y la función de coherencia (*coh.f*) entre dos puntos referida a la misma componente de la turbulencia (Solari y Piccardo, 2001). Los trabajos de investigación tratan el modelado de la turbulencia en términos generales o estudiando aspectos específicos. Algunos autores publican los resultados de mediciones sobre prototipos, ensayos en túnel de viento o mediante métodos numéricos, mientras que otros estudian el problema mediante un enfoque teórico, interpretando las mediciones disponibles y comparando los distintos modelos o datos. Actualmente se reconoce que la aplicación de diferentes modelos de turbulencia provoca, con frecuencia, respuestas dinámicas diferentes.

Así, Solari (1987) realizó una revisión de los modelos disponibles para representar la componente longitudinal de la turbulencia atmosférica y presentó dos expresiones para la *psdf* y la *coh.f*, adecuadas para la evaluación de la respuesta dinámica longitudinal de estructuras.

Posteriormente, el mismo autor complementó la formulación de la turbulencia longitudinal y generalizó el estudio mediante la revisión de los modelos y mediciones de las componentes lateral y vertical de la turbulencia atmosférica, los cuales influyen significativamente en la respuesta $3 - D$ a la acción del viento en estructuras verticales (edificios, torres, chimeneas) y horizontales (puentes, cables). Al igual que en el trabajo anterior, el análisis se limitó a terrenos planos y homogéneos y condiciones atmosféricas cuasi neutras, establecidas en vientos de alta intensidad. En oposición a los modelos clásicos, los parámetros considerados en las formulaciones son caracterizados por sus valores medios, coeficientes de variación y de correlación cruzada obtenidos de un amplio conjunto de datos experimentales seleccionados.

2.1. Modelado de la turbulencia

Sea x, y, z un sistema de referencia Cartesiano con origen O a nivel del suelo, donde el eje z es vertical y dirigido hacia arriba, y el campo de velocidades es representado por la ley temporal vectorial de la velocidad en el punto M de coordenadas x, y, z , de acuerdo con la Fig. 1(a).

La velocidad media del viento es dada por la ley logarítmica:

$$\bar{u}(z) = 2,5 u_* \ln(z/z_0) \quad (1)$$

donde u_* es la velocidad de fricción y z_0 la longitud de rugosidad.

Generalmente, en los casos de interés práctico, y específicamente para determinar la respuesta longitudinal dinámica de estructuras a la acción del viento atmosférico, las componentes de

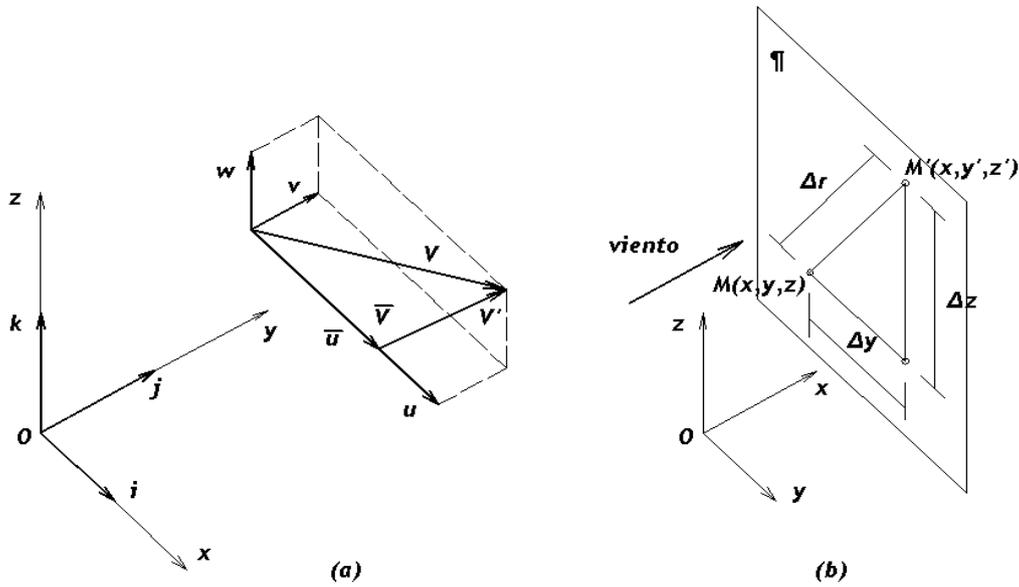


Figura 1: (a) Representación vectorial de la velocidad del viento, (b) Hipótesis simplificada

la turbulencia ortogonales a la dirección media del escurrimiento pueden ser despreciadas sin provocar distorsiones significativas en la respuesta analizada. En esta situación, la velocidad de viento instantánea es simplificada a una componente unidireccional, escalar, expresada por la relación:

$$U(M; t) = \bar{u}(z) + u(M; t) \quad (2)$$

donde z es la altura del punto M y $u(M; t)$ es la componente longitudinal de la fluctuación de velocidad, función aleatoria del tiempo y el espacio. Para completar la descripción de la estructura del viento se debe definir la *cpdsf* de las fluctuaciones longitudinales, $S_u(M, M'; n)$, la cual es posible simplificar limitando su evaluación al plano π , ortogonal a la dirección media del viento x , Fig. 1(b), y suponiendo que la parte imaginaria del espectro cruzado es despreciable. Bajo esta hipótesis la expresión de la *cpdsf* puede escribirse:

$$S_u(x, z; x', z'; n) = \sqrt{S_u(z; n) S_u(z'; n)} \text{Coh}(x, z; x', z'; n) \quad (3)$$

2.2. Funciones de densidad espectral

Una manera práctica de representar la estructura de la turbulencia es describir la composición de las fluctuaciones instantáneas de la velocidad en el dominio de la frecuencia, mediante la función denominada *pdsf* o espectro de potencia, el cual describe el contenido de energía de cada remolino (Tennekes y Lumley, 1972). Así, las fluctuaciones de la turbulencia pueden concebirse como el resultado de la superposición instantánea de remolinos (*eddies*) de dimensiones diferentes, con movimientos periódicos asociados a un número de onda $K = 2\pi n/\bar{u}$.

En los espectros de potencia de la turbulencia atmosférica es posible identificar regiones o rangos de frecuencias con características diferentes y que se relacionan con la fuente de energía que origina a los remolinos. Así, los espectros describen de qué manera las ondas, o vórtices de diferentes tamaños, intercambian energía unas con otras. La turbulencia recibe energía en las grandes escalas, mientras que la disipación ocurre a escalas pequeñas.

La energía cinética de baja frecuencia está asociada con la producción de los remolinos de mayor tamaño. En el subrango inercial no hay producción ni disipación de energía pero existe

transferencia desde los mayores remolinos a los de menor tamaño. En el rango de altas frecuencias los remolinos más pequeños disipan energía debido a la viscosidad. Esta secuencia describe el fenómeno denominado *cascada de energía*. En 1948, von Kármán desarrolló una extensa serie de experimentos en túnel de viento con flujo de aire turbulento de régimen isotrópico y homogéneo. Como resultado de la experimentación propuso la siguiente ecuación para la componente longitudinal de las fluctuaciones:

$$\frac{nS_u(n)}{\sigma_u^2} = \frac{4fL_u/z}{[1 + 70,8(fL_u/z)^2]^{5/6}} \quad (4)$$

donde $f = nz/\bar{u}(z)$ es la coordenada de *Monin*; L_u es la escala integral de la componente u de la turbulencia y σ_u^2 es la variancia de u :

$$\sigma_u^2 = \beta u_*^2 \quad (5)$$

donde β es un coeficiente adimensional denominado *factor de intensidad de turbulencia*.

Utilizando una serie de principios previamente formulados por Kolmogorov, en 1953 Batchelor propuso una ecuación espectral basada en las leyes de semejanza, válida en el subrango inercial:

$$\frac{nS_u(n)}{u_*^2} = \alpha f^{-2/3} \quad (6)$$

donde α es un parámetro adimensional. Además, utilizando los conceptos previamente desarrollados sobre la cascada de energía, se obtuvo que $S_u \propto f^0$ en el rango de bajas frecuencias y $S_u \propto f^{-k}$ con $k \approx 7$ en el rango de frecuencias altas (Tennekes y Lumley, 1972). Los experimentos demostraron que la (6) se aplica para $f > 0,2$ (Simiu, 1974). No hay información en la literatura sobre su límite superior (Solari y Piccardo, 2001).

Todas las fórmulas espectrales de uso actual han sido derivadas de la ecuación (4), las cuales, excepto por algunas fórmulas más específicas (Simiu, 1974), pueden ser expresadas como (Tieleman, 1995):

$$\frac{nS_u(z; n)}{u_*^2} = \frac{Af^\gamma}{(1 + Bf^\mu)^\delta} \quad (7)$$

donde A , B , μ , γ y δ son coeficientes adimensionales usualmente dependientes de z . En base a esta fórmula se han derivado relaciones específicas para ajustar a los resultados de las mediciones o bien para imponer condiciones determinadas (Solari y Piccardo, 2001).

La (7) muestra que S_u es independiente de la frecuencia para $f \rightarrow 0$ si $\gamma = 1$. Además, tiende a la ecuación (6) al aumentar f si $\mu\delta = 5/3$. Estas condiciones llevan a la fórmula:

$$\frac{nS_u(z; n)}{u_*^2} = \frac{Af}{(1 + Bf^\mu)^{5/3\mu}} \quad (8)$$

Las ecuaciones espectrales con $\mu = 5/3$ y $\mu = 1$ se diferencian en que el primer modelo (denominado *pointed*) presenta un pico, mientras que el segundo (*blunt*) es ligeramente más apaisado (Tieleman, 1995). Si se adopta el modelo *blunt* e imponiendo la condición de que la variancia de la turbulencia, (5), es la integral de la *pdsf* para n entre 0 e ∞ , se obtiene $B = 1,5A/\beta$. Además, $A = \beta/f_m$, donde f_m es el valor de f para nS_u máximo. Luego, la ecuación (8) se escribe:

$$\frac{nS_u(z; n)}{\sigma_u^2} = \frac{f/f_m}{(1 + 1,5f/f^\mu)^{5/3}} \quad (9)$$

Imponiendo como condición que f_m maximiza nS_u en la ecuación (4) (Harris, 1990):

$$f_m = \frac{1}{d_u} \frac{z}{L_u(z)} \quad (10)$$

donde $d_u = 6,868$. Finalmente, reemplazando la (10) en la (9):

$$\frac{nS_u(z; n)}{\sigma_u^2} = \frac{6,868 nL_u(z)/\bar{u}(z)}{[1 + 10,302 nL_u(z)/\bar{u}(z)]^{5/3}} \quad (11)$$

la cual representa una aproximación simple y conservativa de las fórmulas dadas por la *Engineering Science Data Unit (ESDU)* (Solari y Piccardo, 2001) en el subrango inercial. Dentro de este dominio ambos modelos tienden hacia la expresión:

$$\frac{nS_u(z; n)}{\sigma_u^2} = c_u [nL_u(z)/\bar{u}(z)]^{-2/3} \quad (12)$$

utilizando la (11), $c_u = 0,141$, y las ecuaciones de la *ESDU* implican $c_u = 0,128$ para $z/h = 0,1$; y $c_u = 0,138$ para $z/h = 0$.

2.3. Función de coherencia

La *cohf* cuantifica la correlación cruzada de componentes análogas de la turbulencia, en diferentes puntos M y M' del espacio. Esta función tiende a cero a medida que la distancia Δr entre los puntos M y M' y el número de onda n/\bar{u} aumenta. Este concepto fue introducido por primera vez por Davenport (1961), quien propuso un modelo simple para expresar la coherencia de las componentes longitudinales de la turbulencia entre puntos alineados en las direcciones y o z , Fig. 1. La expresión, posteriormente generalizada por Vickery (1970), es la siguiente:

$$Coh(x, z; x', z'; n) = \exp \left\{ - \frac{\sqrt{C_x^2(x - x')^2 + C_z^2(z - z')^2}}{\bar{u}(z) + \bar{u}(z')} \right\} \quad (13)$$

donde C_x, C_z son los coeficientes de decaimiento exponencial de la componente longitudinal de la turbulencia.

2.4. Intensidad de turbulencia

La variancia de la componente fluctuante longitudinal, ecuación (5), cuantifica la intensidad de la turbulencia. Según Solari (Solari y Piccardo, 2001) el valor medio de β , factor de intensidad de turbulencia, es dado por la siguiente ecuación:

$$E[\beta] = 6 - 1,1 \operatorname{arc} \operatorname{tg} [\ln(z_0) + 1,75] \quad (14)$$

donde $E[]$ es la esperanza matemática. Luego, la (5) puede escribirse:

$$\sigma_u^2 = \{6 - 1,1 \operatorname{arc} \operatorname{tg} [\ln(z_0) + 1,75]\} u_*^2 \quad (15)$$

donde se observa que es una constante para una categoría de terreno determinado, independiente de la altura.

La intensidad de turbulencia se define como:

$$I = \frac{\sigma_u}{\bar{u}(z)} \quad (16)$$

3. MODELADO NUMÉRICO DEL CAMPO DE VELOCIDADES DEL VIENTO ATMOSFÉRICO

3.1. Generación de procesos Gaussianos de variables múltiples

Siguiendo principalmente el procedimiento desarrollado por [Shinozuka et al. \(1990\)](#), considérese un conjunto de m procesos aleatorios Gaussianos estacionarios $f_j^0(t)$, $j = 1, 2, \dots, m$, con media cero:

$$E [f_j^0(t)] = 0 \quad (17)$$

y con una matriz de densidad espectral cruzada $\mathbf{S}^0(\omega)$ definida por:

$$\mathbf{S}^0(\omega) = \begin{bmatrix} S_{11}^0(\omega) & S_{12}^0(\omega) & \dots & S_{1m}^0(\omega) \\ S_{21}^0(\omega) & S_{22}^0(\omega) & \dots & S_{2m}^0(\omega) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ S_{m1}^0(\omega) & S_{m2}^0(\omega) & \dots & S_{mm}^0(\omega) \end{bmatrix}, \quad 0 \leq \omega \leq \infty \quad (18)$$

donde $S_{jk}^0(\omega)$ es la transformación de Wiener-Khintchine de la función de correlación cruzada $R_{jk}^0(\tau)$ ($j \neq k$) o de la función de autocorrelación $R_{jk}^0(\tau)$ ($j = k$). Es decir, $S_{jk}(\omega) = F[R_{jk}(\tau)]$, donde $F[\cdot]$ es el operador de la transformada de Fourier.

Para esta matriz se verifica la relación $S_{jk}(\omega) = \overline{S_{kj}(\omega)}$ debido a que para un proceso estacionario la matriz de correlaciones es $R_{jk}(\tau) = R_{kj}(-\tau)$, y por lo tanto $\mathbf{S}^0(\omega)$ es una matriz definida positiva y Hermitiana.

Si se define la matriz triangular inferior $\mathbf{H}(\omega)$ como una matriz cuya transformada de Fourier existe y además satisface la siguiente relación:

$$\mathbf{S}^0(\omega) = \mathbf{H}(\omega) \overline{\mathbf{H}}^T(\omega) \quad (19)$$

donde la barra indica complejo conjugado y el superíndice T la matriz transpuesta; luego el proceso $f_j^0(t)$ puede ser simulado mediante la siguiente serie ([Shinozuka y Jan, 1972](#)):

$$f_j(t) = \sum_{k=1}^m \sum_{n=1}^N |H_{jk}(\omega_n)| \sqrt{2\Delta\omega} \cos[\omega_n t + \theta_{jk}(\omega_n) + \Phi_{kn}] \quad (20)$$

donde $\Delta\omega$ es el intervalo de frecuencia, $\omega_n = \Delta\omega(n - 1)$, N es el número de intervalos de frecuencia, Φ_{kn} son los ángulos de fase aleatorios independientes distribuidos entre 0 y 2π , y

$$\theta_{jk}(\omega_n) = \tan^{-1} \left[\frac{\Im \{H_{jk}(\omega_n)\}}{\Re \{H_{jk}(\omega_n)\}} \right] \quad (21)$$

donde $\Im \{ \}$ y $\Re \{ \}$ indican parte imaginaria y real, respectivamente. Si los valores de S_{jk} son todos reales, $\theta_{jk}(\omega_n)$ es igual a cero. Para obtener la descomposición representada por la (19) es posible realizar dos aproximaciones distintas: mediante la *descomposición de Cholesky* de la matriz de densidad espectral objetivo ([Shinozuka y Jan, 1972](#); [Aas-Jakobsen y Strømmen, 2001](#)) o mediante el procedimiento de *descomposición modal*.

Es posible probar que la media grupal $E[f_j(t)]$ es cero,

$$E[f_j(t)] = 0 \quad (22)$$

y la correlación cruzada $R_{jp}(\tau)$ está dada por:

$$R_{jp}(\tau) = \sum_{k=1}^m \sum_{n=1}^N |H_{jk}(\omega_n)H_{pk}(\omega_n)| \Delta\omega \cos[\omega_n\tau - \theta_{pk}(\omega_n) + \theta_{jk}(\omega_n)] \quad (23)$$

Para $N \rightarrow \infty$:

$$\begin{aligned} R_{jp}(\tau) &= \lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^m \sum_{n=1}^N H_{jk}(\omega_n) \bar{H}_{pk}(\omega_n) e^{i\omega_n\tau} \Delta\omega \\ &= \int_0^\infty \sum_{k=1}^m H_{jk}(\omega_n) \bar{H}_{pk}(\omega_n) e^{i\omega_n\tau} d\omega = \int_0^\infty S_{jp}^0(\omega) e^{i\omega\tau} d\omega \\ &= R_{jp}^0(\tau) \end{aligned} \quad (24)$$

Así, el proceso $f_j(t)$, $j = 1, 2, \dots, m$, simulado por la ecuación (20) produce la función de correlación cruzada buscada, $R_{jp}^0(\tau)$ y la densidad espectral $S_{jp}^0(\omega)$ con respecto a la media grupal.

3.2. Algoritmo implementado

Para implementar el método primero es necesario obtener numéricamente los espectros de la componente longitudinal de la turbulencia en los m puntos considerados. Esto se realiza discretizando el espectro de potencia en intervalos $\Delta\omega$, cuyo valor es una fracción de la frecuencia de corte ω_c , $\Delta\omega = \omega_c/N$.

Subdividiendo el rango de frecuencias en N segmentos y la representación espacial del campo de flujo en m puntos, es obtenida la matriz de densidad espectral cruzada de $m \times m$ para cada valor de la frecuencia ω_n ($n = 1 : N$):

$$\mathbf{S}(\omega_n) = \begin{bmatrix} S_{11}(\omega_n) & S_{12}(\omega_n) & \dots & S_{1m}(\omega_n) \\ S_{21}(\omega_n) & S_{22}(\omega_n) & \dots & S_{2m}(\omega_n) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ S_{m1}(\omega_n) & S_{m2}(\omega_n) & \dots & S_{mm}(\omega_n) \end{bmatrix} \quad (25)$$

Luego, puede descomponerse la matriz mediante la descomposición de Cholesky, de tal manera que $\mathbf{S}(\omega_n)$ pueda escribirse como el producto de la matriz triangular inferior $\mathbf{H}(\omega_n)$ por su compleja conjugada transpuesta:

$$\mathbf{S}(\omega_n) = \mathbf{H}(\omega_n) \bar{\mathbf{H}}^T(\omega_n) \quad (26)$$

donde

$$\mathbf{H}(\omega_n) = \begin{bmatrix} H_{11}(\omega_n) & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 \\ H_{21}(\omega_n) & H_{22}(\omega_n) & & 0 & & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & & \\ H_{j1}(\omega_n) & H_{j2}(\omega_n) & \dots & H_{jj}(\omega_n) & & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \ddots & \\ H_{m1}(\omega_n) & H_{m2}(\omega_n) & \dots & H_{mj}(\omega_n) & \dots & H_{mm}(\omega_n) \end{bmatrix} \quad (27)$$

Utilizando la ecuación (20), puede simularse el proceso temporal $f_j(t)$ que para el caso estudiado corresponde a la componente longitudinal de la turbulencia atmosférica, para cada punto j

del espacio, donde por considerarse sólo la parte real de $\mathbf{S}(\omega_n)$ resulta:

$$f_j(t) = \sum_{k=1}^m \sum_{n=1}^N |H_{jk}(\omega_n)| \sqrt{2\Delta\omega} \cos[\omega_n t + \Phi_{kn}] \quad (28)$$

El intervalo de tiempo requerido es dado por $\Delta t \leq 2\pi/(2\omega_c)$, de tal manera de evitar el fenómeno conocido como *aliasing*. La frecuencia de corte adoptada en este trabajo fue de $\omega_c = 15,71 \text{ rad/seg}$, por lo que se trabajó con un $\Delta t = 0,20 \text{ seg}$.

4. APLICACIÓN DEL MÉTODO

4.1. Estructura analizada

Para verificar el grado de precisión del método implementado en este trabajo, se analizó una estructura esbelta de acero soldado de 100 metros de altura, la cual puede asimilarse a una chimenea o torre. Esta estructura ha sido estudiada previamente por Giovanni Solari en diversos trabajos, utilizando distintos procedimientos. En (Solari, 1981) presentó el programa DAWROS (*Dynamic Along-Wind Response of Structures*) con el cual desarrolló un análisis lineal en el dominio de la frecuencia de la respuesta dinámica longitudinal de estructuras elásticas no convencionales, es decir, aquellas que por sus particularidades aerodinámicas escapan al alcance de los métodos simplificados (Davenport, 1967; Vickery, 1970; Vellozzi y Cohen, 1968; Simiu, 1976; Solari, 1982) y reglamentos. Posteriormente, el mismo autor presentó un modelo matemático denominado *Técnica del Espectro Equivalente* (Solari, 1988b,a), que permite simplificar la determinación de la respuesta longitudinal dinámica, tanto en el dominio del tiempo como de la frecuencia. Finalmente, en (Solari, 1989) analizó la misma estructura utilizando el *Espectro de Respuesta al Viento*, siguiendo una metodología utilizada ampliamente en el análisis de las cargas provocadas por los sismos.

En todos los trabajos anteriores las cargas de viento que excitan a la estructura son consideradas en base al espectro cruzado del viento incidente, excepto en (Solari, 1988b,a) donde además se realiza un análisis en el dominio del tiempo pero a través de un modelo del viento en el cual se supone que las fluctuaciones son perfectamente coherentes en el espacio.

La estructura a estudiar presenta la característica de que la distribución de la masa en la altura, μ , y la rigidez a la flexión, EJ , son variables, (ver Fig. 2), y el amortiguamiento está dado por $\xi = 0,005$.

La estructura se consideró empotrada en su base y fue discretizada en 10 partes iguales. Se realizó un análisis en el dominio del tiempo de la respuesta longitudinal de la estructura, es decir, en la dirección coincidente con la dirección del viento. Para ello se utilizó el programa COSMOS-M, mediante elementos uniaxiales de 2 nodos para modelos estructurales tridimensionales, con 6 grados de libertad por nodo. Se consideró en el análisis dinámico hasta el tercer modo de vibración, Fig. 3. La comparación entre las frecuencias naturales obtenidas y las presentadas en las referencias antes mencionadas, se presentan en la Tabla 1.

modo	(A)	(B)
1	0,762	0,743
2	3,248	3,218
3	7,885	7,697

Tabla 1: Frecuencias naturales de la estructura [Hz]. (A): este trabajo, (B): bibliografía.

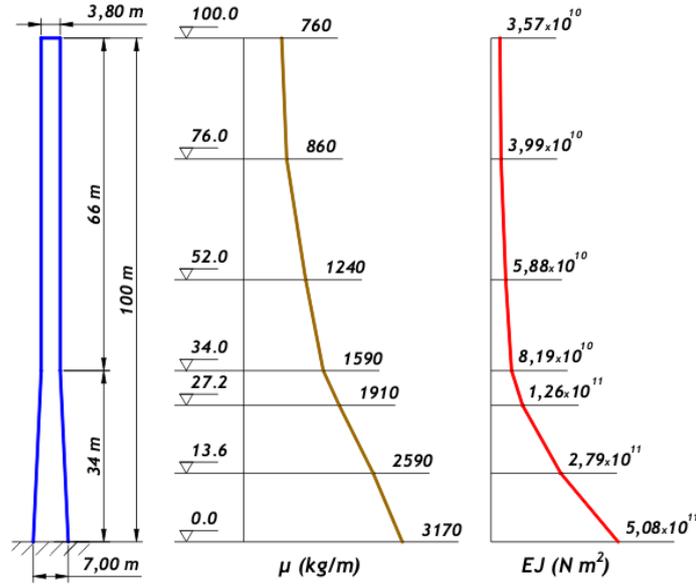


Figura 2: Propiedades geométricas y mecánicas de la estructura analizada

4.2. Características del campo de velocidades de viento

Los registros de la componente fluctuante de la velocidad de viento, representados por $f_j(t)$ ($j = 1, 2, \dots, 10$), fueron generados para los $m = 10$ puntos nodales en que fue discretizada la estructura, como se muestra en Fig. 4. Los puntos ($j = 1, 2, \dots, 10$) están ubicados a $z = 10, 20, \dots, 100$ m, respectivamente.

Las propiedades del campo de viento son dependientes del emplazamiento considerado, por lo cual en este trabajo se adoptaron los mismos valores de los parámetros que en los trabajos de Solari, (Solari, 1981, 1988a, 1989), a efectos de realizar una comparación de resultados. El entorno es un área suburbana, con un coeficiente de rugosidad $z_0 = 0,3$ m y una velocidad de fricción $u_* = 2,667$ m/seg. La *psdf* de la turbulencia es la definida según la ecuación (11). Se supone además que el valor del coeficiente de decaimiento exponencial de la coherencia vertical es $C_z = 11,5$ y la densidad del aire $\rho = 1,25$ kg/m³. En Fig. 5 se observan los espectros de potencia generados según la (11) para 3 puntos del espacio.

Las demás ecuaciones utilizadas se resumen a continuación:

$$S_u(z; z'; n) = \sqrt{S_u(z; n) S_u(z'; n)} Coh(z; z'; n) \quad (29)$$

$$L_u(z) = 300 \left(\frac{z}{200} \right)^\nu, \quad \nu = 0,67 + 0,05 \ln(z_0) \quad (30)$$

$$\bar{u}(z) = \frac{u_*}{k} \ln(z/z_0) \quad (31)$$

$$Coh(z; z'; n) = \exp \left\{ -\frac{C_z |z - z'|}{\bar{u}(z) + \bar{u}(z')} \right\} \quad (32)$$

Para definir la intensidad de turbulencia del campo de flujo se utilizó la ecuación (16). La variación de la velocidad media, intensidad de turbulencia y escala integral de turbulencia, en tres puntos del espacio, calculadas por las expresiones anteriores se presentan en la Tabla 2.

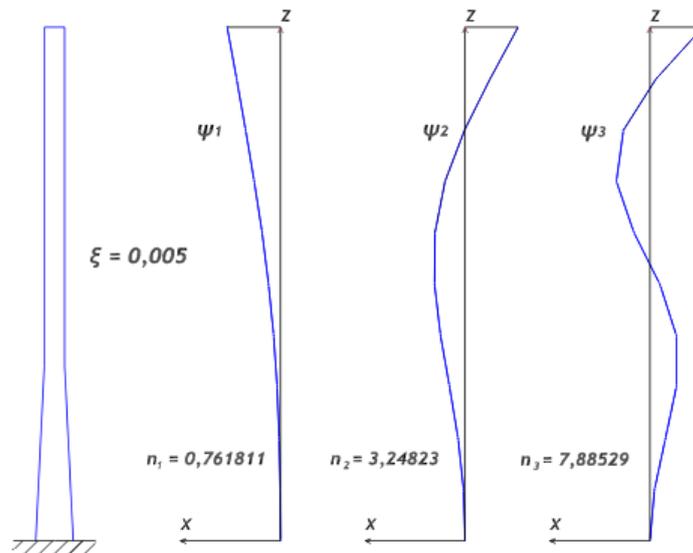


Figura 3: Características dinámicas de la estructura obtenidas mediante COSMOS-M.

z [m]	\bar{u} [m/seg]	I	L_u [m]
10	23,380	0,266	48,278
50	34,111	0,183	128,820
100	38,733	0,161	196,586

Tabla 2: Características del campo de flujo.

5. RESULTADOS

Fueron simulados 100 registros de fluctuaciones de velocidad longitudinal, 50 registros considerando la correlación entre los distintos puntos nodales de la estructura y 50 registros sin incluir la correlación. En la Fig. 6 se presentan los registros correlacionados correspondientes a una simulación, en los puntos $z = 10, 50$ y 100 m.

La intensidad de turbulencia media en $z = 100$ m obtenida de los registros correlacionados fue de 0,1554, indicando una diferencia del 0,56 % con respecto a la formulación adoptada. El valor de la Curtosis varía desde 2,59 a 3,75 con un valor medio de 2,94, mientras que la Skewness (asimetría) varía en un rango de -0,40 y 0,53 con un valor medio de 0,01; indicando que las series temporales simuladas presentan un comportamiento cercano al Gaussiano, como se puede apreciar en la Fig. 7, donde se muestra el ajuste de un histograma a la curva normal.

Para verificar la simulación se procedió a comparar el espectro obtenido aplicando la transformada discreta de Fourier a los datos simulados, con el espectro teórico dado por la ecuación (11). Para obtener los espectros de la simulación, se elaboró una rutina en MATLAB basado en un algoritmo que utiliza el Lema de Danielson-Lanczos (Press et al., 2001). En Fig. 8 se comparan el espectro de un registro simulado en $z = 10$ m, S_{11} , y el espectro teórico correspondiente. La Fig. 9 muestra la correlación cruzada entre los puntos $z = 10$ m y $z = 50$ m (R_{15}), $z = 10$ m y $z = 100$ m (R_{110}) y $z = 50$ m y $z = 100$ m (R_{510}), junto con la función de correlación adoptada, dada por la ecuación (24).

El análisis dinámico de la respuesta longitudinal se realizó considerando dos conjuntos de carga, uno con cargas correlacionadas y el segundo sin correlación, considerando hasta el tercer modo de vibración. En Tabla 3 se resumen los principales resultados, adoptando la siguiente

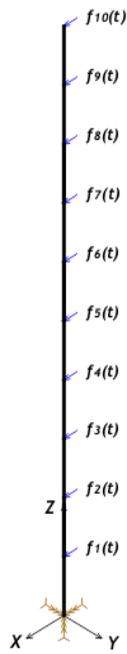


Figura 4: Discretización de la estructura y forma de carga.

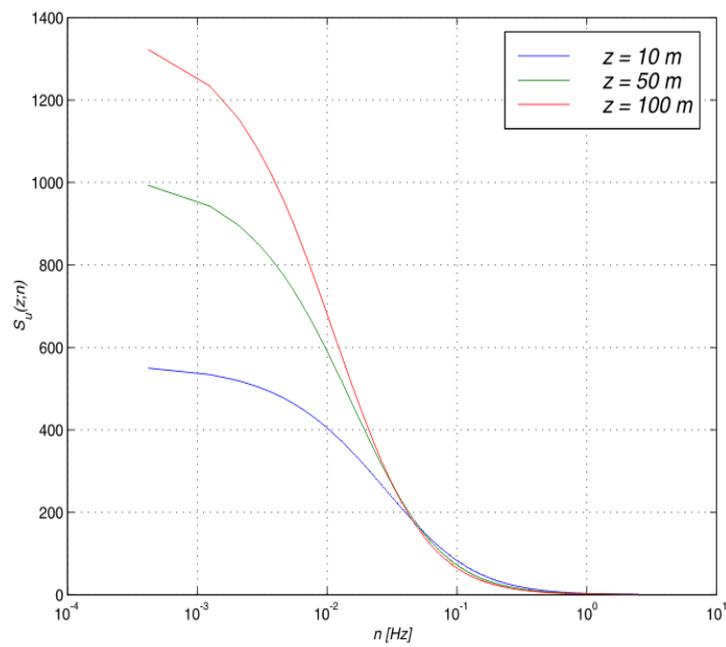


Figura 5: Espectros de potencia a distintas alturas.

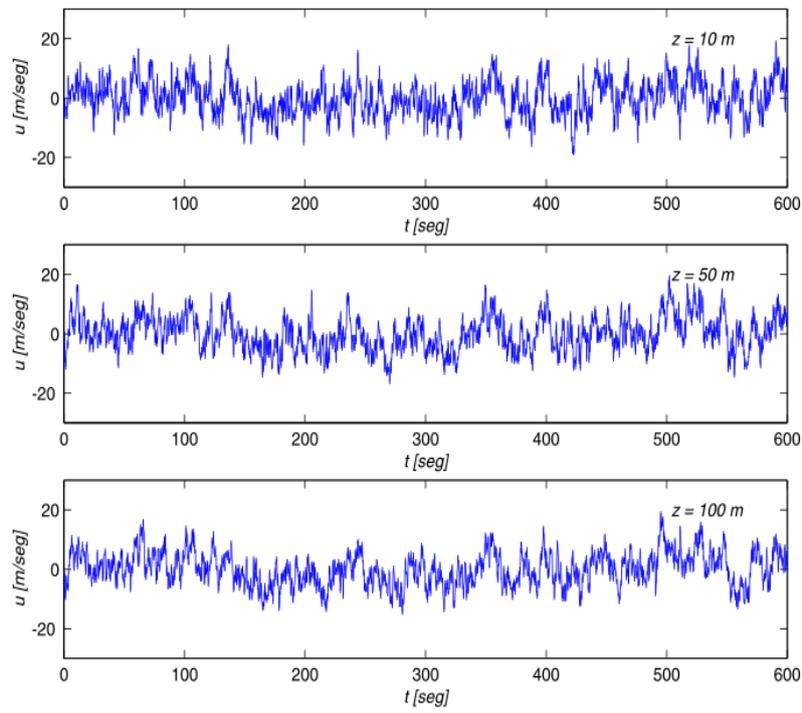


Figura 6: Registros correlacionados para $z = 10, 50$ y 100 metros.

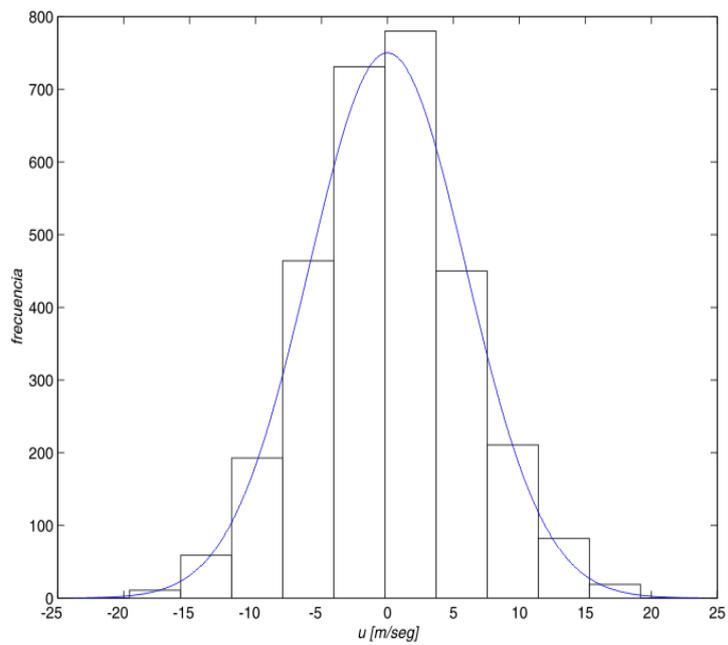


Figura 7: Ajuste de la distribución normal a los datos simulados.

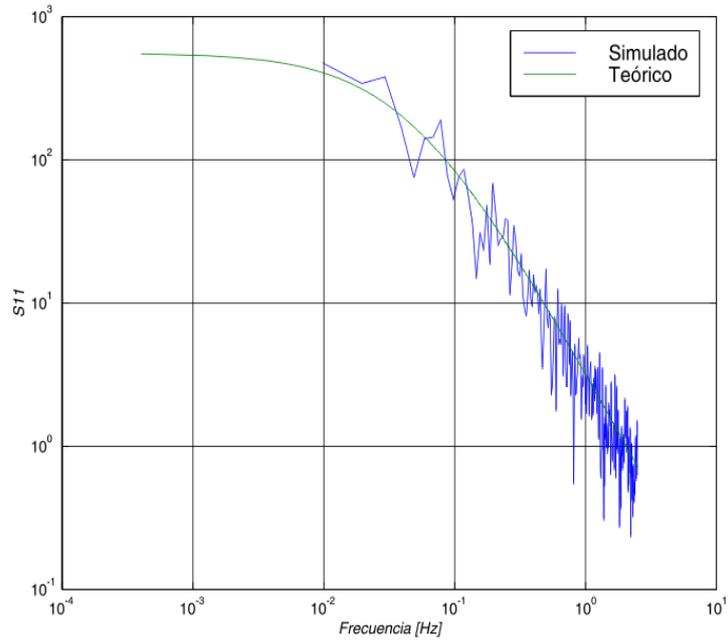


Figura 8: Grado de ajuste del espectro del registro simulado con el espectro teórico.

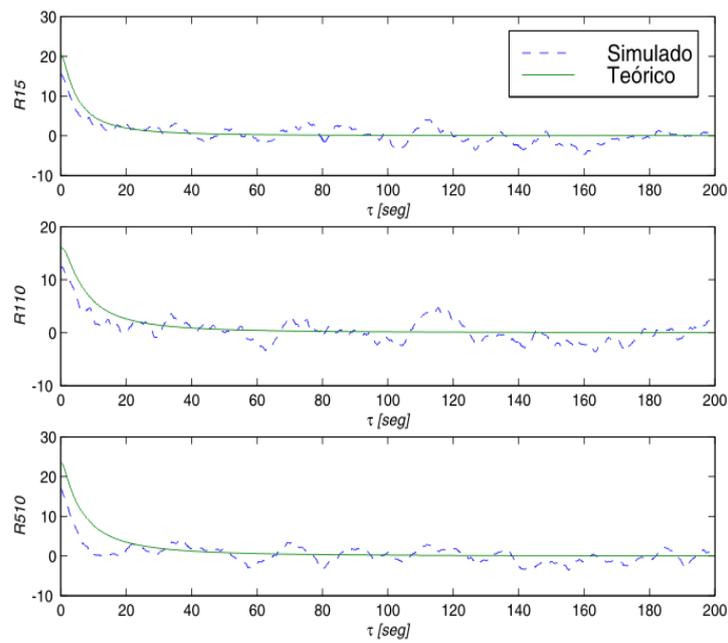


Figura 9: Comparación de las correlaciones entre los registros simulados y la expresión teórica.

simbología: \bar{x} , σ_x , valor medio y desvío estándar, respectivamente, del desplazamiento del nodo superior de la estructura ($z = 100 \text{ m}$) para un registro obtenido, y \bar{x}_{max} , $\sigma_{x_{max}}$, valor medio y desvío estándar, respectivamente, de los 50 valores máximos del desplazamiento del nodo superior, para ambos conjuntos de carga; los cuales son comparados con los valores obtenidos por Solari (1981, 1988a,b, 1989).

	correlacionados	sin correlacionar	referencias
\bar{x} [m]	0,1821	0,1821	0,1800
$\sigma_{x_{max}}$ [m]	0,1120	0,0887	0,0773
\bar{x}_{max} [m]	0,540	0,4305	0,496
$\sigma_{x_{max}}$ [m]	0,0419	0,0278	0,033

Tabla 3: Resultados del análisis dinámico ($\xi = 0,005$).

En la Fig. 10 se observa la distribución de los desplazamientos para un registro y los valores máximos para 50 registros simulados, en $z = 100 \text{ m}$.

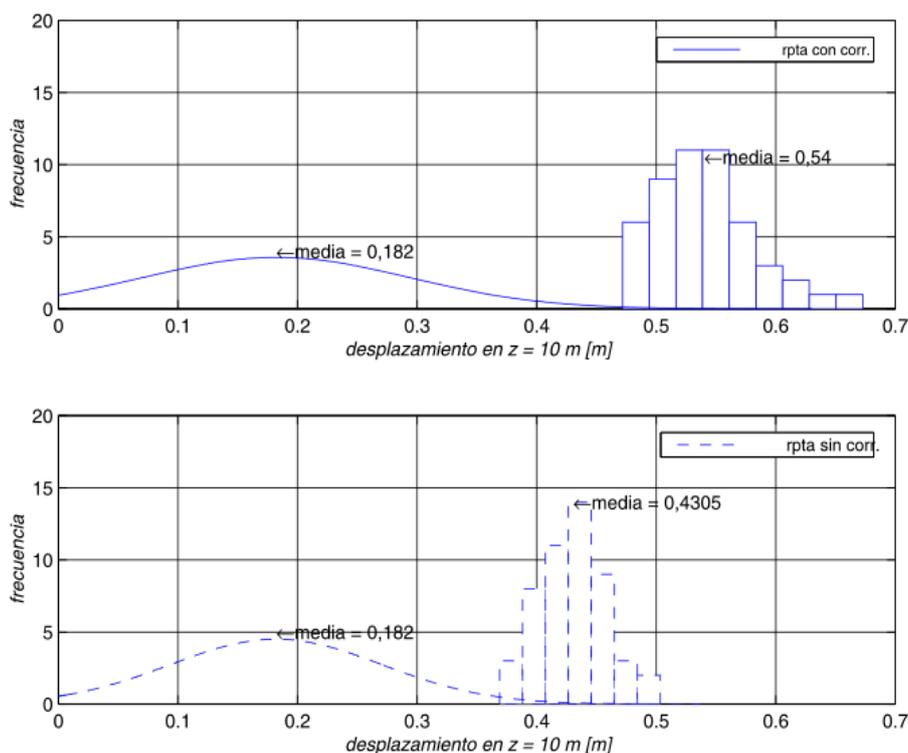


Figura 10: Distribución de frecuencias de los valores de respuesta para cargas correlacionadas y sin correlación.

6. CONCLUSIONES

El campo de velocidades de viento ha sido simulado según el método de representación espectral, implementado numéricamente en MATLAB y los resultados comparados con las formulaciones teóricas previamente adoptadas. De la comparación efectuada con el espectro teórico (Fig. 8) y la función de correlación cruzada (Fig. 9), se deduce que los registros obtenidos mediante la simulación describen adecuadamente las fluctuaciones de velocidad correspondientes a vientos en capa límite atmosférica, neutralmente estable, relacionados con tormentas fuertes. La

desviación de la correlación cruzada temporal respecto a la teórica, ecuación (24), observada en Fig. 9 evidencia la no ergodicidad del proceso simulado, tal como fue indicado por Shinozuka et al. (1990), efecto que podría reducirse al aumentar el número de muestras sobre la cual se obtiene la correlación.

Los resultados presentados en Tabla 3, sugieren que el procedimiento de cálculo utilizado para determinar la respuesta dinámica estructural es satisfactorio. Las diferencias detectadas podrían ser atribuidas a que el tipo de evaluación implementada en Solari (1981) fue realizada en el dominio de la frecuencia mientras que en este trabajo se utilizó el dominio temporal.

No obstante que el valor medio de la respuesta calculado sobre una simulación para una velocidad correlacionada y no correlacionada coinciden, el análisis estadístico de los valores máximos refleja la relevancia de considerar la correlación espacial del viento atmosférico, como se refleja en la Fig. 10, donde el valor medio de la respuesta máxima de la estructura a las cargas correlacionadas es superior en un 20 % a los valores dados por el análisis realizado sin considerar la correlación de las mismas.

REFERENCIAS

- K. Aas-Jakobsen y E. Strømmen. Closed form prediction of the 3-d wind-excited response of slender structures. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 89:341364, 2001.
- X. Chen y A. Kareem. Proper orthogonal decomposition-based modeling, analysis, and simulation of dynamic wind load effects on structures. *Journal of Engineering Mechanics, ASCE*, 131:325–339, 2005.
- N. Cook. *The designer's guide for wind loads on structures, Part I*. Building Research Establishment, 1998.
- A. G. Davenport. The spectrum of horizontal gustiness near the ground in high winds. *Quart. J. Roy. Meteorol. Soc.*, 87:194–211, 1961.
- A. G. Davenport. Gust loading factors. *Journal of Structural Division, ASCE*, 93:11–34, 1967.
- R.I. Harris. Some further thoughts on the spectrum of gustiness in strong winds. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 33:461477, 1990.
- W. H. Press, S. A. Teukolsky, W. T. Vetterling, y B. P. Flannery. *Numerical recipes in FORTRAN 77: The art of Scientific computing*. Cambridge University Press 1986, 1992, 2001.
- M. Shinozuka y C. M. Jan. Digital simulation of random processes and its applications. *Journal of Sound and Vibration*, 25:111128, 1972.
- M. Shinozuka, C-B. Yun, y H. Seya. Stochastic methods in wind engineering. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 36:829843, 1990.
- E. Simiu. Wind spectra and dynamic alongwind response. *Journal of Structural Division, ASCE*, 100:18971910, 1974.
- E. Simiu. Equivalent static wind loads for tall buildings design. *Journal of Structural Division, ASCE*, 102:719–737, 1976.
- G. Solari. Dawros: a computer program for calculating the dynamic along-wind response of structures. *Pubblicazione dell' istituto d'scienza delle costruzioni dell' universit genoa*, Genoa:Italy (in English), 1981.
- G. Solari. Alongwind response estimation: closed form solution. *Journal of Structural Division, ASCE*, 108:225–244, 1982.
- G. Solari. Turbulence modeling for gust loading. *Journal of Structural Engineering*, 113(7): 15501569, 1987.
- G. Solari. Dynamic along-wind response of structures by equivalent wind spectrum technique.

- Pubblicazione dell' istituto d' scienza delle costruzioni dell' universit genoa, Genoa:Italy (en Inglés), 1988a.*
- G. Solari. Equivalent wind spectrum technique: theory and applications. *Journal of Structural Engineering, ASCE*, 114:1303–1323, 1988b.
- G. Solari. Wind response spectrum. *J Engng Mech, ASCE*, 115:2057–2073, 1989.
- G. Solari y L. Carassale. Modal transformation tools in structural dynamics and wind engineering. *Wind & Structures*, 3:221241, 2000.
- G. Solari y G. Piccardo. Probabilistic 3-d turbulence modeling for gust buffeting of structures. *Probabilistic Engineering Mechanics*, 16:7386, 2001.
- G. Solari y F. Tubino. A turbulence model based on principal components. *Probabilistic Engineering Mechanics*, 17:327335, 2002.
- H. Tennekes y J. L. Lumley. *A first course in turbulence*. Cambridge, MA: MIT Press, 1972.
- H. W. Tieleman. Universality of velocity spectra. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 56:5569, 1995.
- J. Vellozzi y E. Cohen. Gust response factors. *Journal of Structural Division, ASCE*, 94:1295–1313, 1968.
- B. J. Vickery. On the reliability of gust loading factors. *Proc. of the Technical Meet Concerning Wind Loads on Buildings and Structures, National Bureau of Standars, Washington*, page 93104, 1970.