Asociación Argentina de Mecánica Computacional

Mecánica Computacional Vol XXVI, pp.2881-2890
Sergio A. Elaskar, Elvio A. Pilotta, Germán A. Torres (Eds.)
Córdoba, Argentina, Octubre 2007

CONSIDERACIÓN DEL EFECTO AEROELÁSTICO EN ESTRUCTURAS TIPO TORRE SOMETIDAS A ACCIONES DE VIENTO

Eduardo Totter, Daniel Ambrosini

Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional de Cuyo, Mendoza, Argentina,
etotter@fing.uncu.edu.ar, dambrosini@uncu.edu.ar

Palabras clave: Viento, Aeroelasticidad, Estructuras, Dinámica, Turbulencia.

Resumen. El viento en la atmósfera es un fluido con movimiento turbulento y por lo tanto es aconsejable considerarlo como un proceso aleatorio, Gausiano y estacionario, utilizando cantidades estadísticas. Pueden considerarse, por ejemplo, el valor esperado y la función de densidad espectral de potencia para caracterizar los dos primeros ordenes estadísticos de este proceso. En trabajos anteriores, se ha desarrollado un esquema de análisis estructural que incorpora la acción del viento por un procedimiento de simulación de Montecarlo de un proceso aleatorio estacionario, Gausiano y correlacionado en sentido vertical. Se utiliza un método de integración numérica en el dominio de la frecuencia. Como modelo de estructura se adoptó una formulación general de vigas con ley constitutiva viscoelástica lineal general. Además se utilizó el algoritmo de la transformada rápida de Fourier (FFT) para trabajar en el dominio de la frecuencia. El enfoque es particularmente adecuado para la determinación de la respuesta de torres y chimeneas a la acción longitudinal del viento, habiendo sido empleado con excelentes resultados para obtener la respuesta de estructuras excitadas por la turbulencia atmosférica, para las cuales existe evidencia experimental en la literatura especializada.

En este trabajo se extiende el modelo para la determinación de la matriz de campo (matrix field) en la formulación del espacio de estado, considerando las ecuaciones linealizadas para el efecto de la interacción fluido-estructura.

INTRODUCCIÓN

Cuando una determinada estructura se encuentra bajo la acción del viento, este genera sobre la misma un esquema de distribución de cargas o acciones cuya determinación adecuada, en muchos casos y en especial para estructuras que presentan gran flexibilidad, presenta algunas dificultades.

Las dificultades están dadas principalmente por el hecho de que estas cargas dependen de la posición relativa de la sección estudiada dentro del flujo turbulento de aire que incide sobre ella, pero a su vez esta posición está dada por el propio esquema de deformaciones de la estructura, el cual depende las cargas actuantes. Es decir que se produce una interacción entre cargas generadas por el viento y deformaciones de la estructura, llamada interacción fluido-estructura o efecto aeroelástico.

En trabajos anteriores (Ambrosini et al, 1998), se utilizó un esquema para el análisis dinámico de estructuras tipo torre y/o atirantadas sometidas a cargas aleatorias de viento, utilizando un método de integración numérica en el dominio de la frecuencia y realizando a través de un procedimiento de simulación de un proceso aleatorio, estacionario, Gausiano y correlacionado en sentido vertical la incorporación de la acción del viento.

El objetivo principal para este trabajo es extender el modelo presentado anteriormente y determinar la matriz de campo (matrix field), en la formulación del espacio de estado, la cual tendrá incorporado el efecto aeroelástico a partir de las ecuaciones linealizadas del problema.

MODELO ESTRUCTURAL

Fisicamente el modelo estructural propuesto, lo constituye las ecuaciones de Vlasov modificadas, a las cuales se le han incorporado las deformaciones angulares inducidas por los esfuerzos de corte, sección transversal variable con el eje longitudinal z y la influencia de las inercias rotacionales en los esfuerzos internos. Se adopta una ley constitutiva viscoelástica lineal general, por medio de la cual se introduce amortiguamiento a la estructura (Ambrosini et al., 1995).

Ecuaciones de movimiento

Considerando el equilibrio de la faja transversal de la viga encontramos las ecuaciones de movimiento para vibraciones flexotorsionales, respecto a los ejes principales de la sección transversal de la estructura.

$$E\left[F_t(z)\frac{\partial^2\zeta}{\partial z^2}+\frac{dF(z)}{dz}\frac{\partial\zeta}{\partial z}\right]-\rho\,F_t(z)\frac{\partial^2\zeta}{\partial t^2}=-q_z \tag{1}$$

$$\begin{aligned}&E\left[J_x(z)\left(\frac{\partial^4\eta}{\partial z^4}-\frac{\partial\gamma_{my}}{\partial z^3}\right)+2\left(\frac{\partial^3\eta}{\partial z^3}-\frac{\partial^2\gamma_{my}}{\partial z^2}\right)\frac{dJ_x(z)}{dz}\right]-\rho\,Jx(z)\left(\frac{\partial^4\eta}{\partial z^2\partial t^2}-\frac{\partial^3\gamma_{my}}{\partial z\partial t^2}\right)-\\&-\rho\,\frac{dJ_x(z)}{dz}\left(\frac{\partial^3\eta}{\partial z\partial t^2}-\frac{\partial^2\gamma_{my}}{\partial t^2}\right)+\rho\,Ft(z)\left(\frac{\partial^2\eta}{\partial t^2}+ax\frac{\partial^2\theta}{\partial t^2}\right)=qy\end{aligned} \tag{2}$$

$$E\left[J_y(z)\left(\frac{\partial^4\xi}{\partial z^4}-\frac{\partial\gamma_{mx}}{\partial z^3}\right)+2\left(\frac{\partial^3\xi}{\partial z^3}-\frac{\partial^2\gamma_{mx}}{\partial z^2}\right)\frac{dJ_y(z)}{dz}\right]-\rho J_y(z)\left(\frac{\partial^4\xi}{\partial z^2\partial t^2}-\frac{\partial^3\gamma_{mx}}{\partial z\partial t^2}\right)-$$
$$-\rho\frac{dJ_y(z)}{dz}\left(\frac{\partial^3\xi}{\partial z\partial t^2}-\frac{\partial^2\gamma_{mx}}{\partial t^2}\right)+\rho Ft(z)\left(\frac{\partial^2\xi}{\partial t^2}+ay\frac{\partial^2\theta}{\partial t^2}\right)=qx \tag{3}$$

$$E\left[J_\varphi(z)\frac{\partial^4\theta}{\partial z^4}+2\frac{\partial^3\theta}{\partial z^3}\frac{dJ_\varphi(z)}{dz}\right]-\rho J_\varphi(z)\frac{\partial^4\theta}{\partial z^2\partial t^2}-\rho\frac{dJ_\varphi(z)}{dz}\frac{\partial^3\theta}{\partial z\partial t^2}+$$
$$+\rho Ft(z)\left(ay\frac{\partial^2\xi}{\partial t^2}-ax\frac{\partial^2\eta}{\partial t^2}+r^2\frac{\partial^2\theta}{\partial t^2}\right)-GJ_d(z)\frac{\partial^2\theta}{\partial z^2}-G\frac{dJ_d(z)}{dz}\frac{\partial\theta}{\partial z}=m_A \tag{4}$$

Se adoptan como variables de estado los desplazamientos según los ejes x e y, ξ y η, los giros de flexión, $Ø_x$ y $Ø_y$; los esfuerzos de corte, Q_x y Q_y; los momentos flectores, M_x y M_y; el giro de torsión y su derivada espacial, θ y θ', el momento torsor total M_t y el bimomento B.

La ecuación (1) representa las vibraciones axiales longitudinales según el eje z, y la misma puede ser resuelta en forma independiente, ya que se encuentra desacoplada del resto.

Con ello tendremos un conjunto de tres ecuaciones diferenciales parciales de cuarto orden con tres incógnitas (2), (3),y (4), cuyas funciones incógnitas son los desplazamientos ξ(z,t), η (z,t) y las rotaciones θ(z,t).

La resolución al problema planteado, se va a encarar en este trabajo, en el dominio de la frecuencia, debido a que de esta manera la solución del sistema trae ventajas numéricas importantes, debido a que las ecuaciones del sistema original se convierten en un sistema de 12 ecuaciones diferenciales de primer orden.

La transformación del sistema original al dominio de la frecuencia se va a realizar en este caso, a través de la transformada compleja de Fourier, de manera que las expresiones definidas originalmente en un dominio de la coordenada longitudinal z y del tiempo t, luego de la transformación se encontrarán definidas en un dominio de z y de la frecuencia ω. Este proceso, en las aplicaciones numéricas se realizará con el algoritmo de la transformada rápida de Fourier (FFT).

El sistema resultante es :

$$\frac{\partial\eta(z,\omega)}{\partial z}=\phi_y+\frac{1}{k'_y FtG}Q_y \tag{5}$$

$$\frac{\partial\phi_y(z,\omega)}{\partial z}=-\frac{1}{EJ_x}M_x \tag{6}$$

$$\frac{\partial Q_y(z,\omega)}{\partial z}=-\rho Ft\omega^2\eta+\rho Ft\omega^2 a_x\theta-q_y \tag{7}$$

$$\frac{\partial M_x(z,\omega)}{\partial z} = \rho J_x \omega^2 \phi_y + Q_y \tag{8}$$

$$\frac{\partial \xi(z,\omega)}{\partial z} = \phi_x + \frac{1}{k'_x FtG} Q_x \tag{9}$$

$$\frac{\partial \phi_x(z,\omega)}{\partial z} = \frac{1}{EJ_y} M_y \tag{10}$$

$$\frac{\partial Q_x(z,\omega)}{\partial z} = -\rho Ft\omega^2 \xi - \rho Ft\omega^2 a_y \theta - q_x \tag{11}$$

$$\frac{\partial M_y(z,\omega)}{\partial z} = -\rho J_y \omega^2 \phi_x - Q_x \tag{12}$$

$$\frac{\partial \theta(z,\omega)}{\partial z} = \theta' \tag{13}$$

$$\frac{\partial \theta'(z,\omega)}{\partial z} = -\frac{1}{EJ_\varphi} B \tag{14}$$

$$\frac{\partial Mt(z,\omega)}{\partial z} = -\rho Ft\omega^2 a_y \xi + \rho Ft\omega^2 a_x \eta - \rho Ft\omega^2 r^2 \theta - m_A \tag{15}$$

$$\frac{\partial B(z,\omega)}{\partial z} = \left(\rho J_\varphi \omega^2 - GJ_d\right)\theta' + Mt \tag{16}$$

Matricialmente el sistema se puede expresar de la siguiente forma :

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial z} = \mathbf{A}\mathbf{v} + \mathbf{q} \tag{17}$$

$$\mathbf{v}(z,\omega) = \{\eta, Ø_y, Q_y, M_x, \xi, Ø_x, Q_x, M_y, \theta, \theta', M_T, B\} \qquad 18)$$

$$\mathbf{q}(z,\omega) = \{0, 0, -q_x, 0, 0, 0, -q_y, 0, 0, 0, -m_a, 0\} \tag{19}$$

Donde **A** es la matriz del sistema, **v** es el vector de estado y $\mathbf{q}(z,\omega)$ es el vector de cargas externas, con q_x y q_y representando a las cargas externas por unidad de longitud y m_A el momento torsor externo por unidad de longitud.

Para facilitar la solución numérica del problema propuesto se separan las partes reales e imaginarias de todas las funciones. Además se incorpora la ley constitutiva viscoelástica del material, considerando de esta manera en forma implícita el amortiguamiento del sistema.

De esta manera el sistema anterior se transforma en un sistema de 24 ecuaciones diferenciales de primer orden con 24 incógnitas .

$$\frac{\partial \eta_R(z,\omega)}{\partial z} = \phi_{yR} + \frac{1}{k'_y FtG(1+\mu^2)}(Q_{yR} + \mu Q_{yI}) \tag{20}$$

$$\frac{\partial \phi_{yR}(z,\omega)}{\partial z} = -\frac{1}{EJ_x(1+\mu^2)}(M_{xR} + \mu M_{xI}) \tag{21}$$

$$\frac{\partial Q_{yR}(z,\omega)}{\partial z} = -\rho Ft\omega^2\eta_R + \rho Ft\omega^2 a_x\theta_R - q_{yR} \tag{22}$$

$$\frac{\partial M_{xR}(z,\omega)}{\partial z} = \rho J_x\omega^2\phi_{yR} + Q_{yR} \tag{23}$$

$$\frac{\partial \xi_R(z,\omega)}{\partial z} = \phi_{xR} + \frac{1}{k'_x FtG(1+\mu^2)}(Q_{xR} + \mu Q_{xI}) \tag{24}$$

$$\frac{\partial \phi_{xR}(z,\omega)}{\partial z} = \frac{1}{EJ_y(1+\mu^2)}(M_{yR} + \mu M_{yI}) \tag{25}$$

$$\frac{\partial Q_{xR}(z,\omega)}{\partial z} = -\rho Ft\omega^2\xi_R - \rho Ft\omega^2 a_y\theta_R - q_{xR} \tag{26}$$

$$\frac{\partial M_{yR}(z,\omega)}{\partial z} = -\rho J_y\omega^2\phi_{xR} - Q_{xR} \tag{27}$$

$$\frac{\partial \theta_R(z,\omega)}{\partial z} = \theta_R' \tag{28}$$

$$\frac{\partial \theta_R'(z,\omega)}{\partial z} = -\frac{1}{EJ_\varphi(1+\mu^2)}(B_R + \mu B_I) \tag{29}$$

$$\frac{\partial Mt_R(z,\omega)}{\partial z} = -\rho Ft\omega^2 a_y\xi_R + \rho Ft\omega^2 a_x\eta_R - \rho Ft\omega^2 r^2\theta_R - m_{AR} \tag{30}$$

$$\frac{\partial B_R(z,\omega)}{\partial z} = \left(\rho J_\varphi\omega^2 - GJ_d\right)\theta_R' + Mt_R + \mu GJd\theta'_I \tag{31}$$

$$\frac{\partial \eta_I(z,\omega)}{\partial z} = \phi_{yI} + \frac{1}{k'_y FtG(1+\mu^2)}(Q_{yI} - \mu Q_{yR}) \tag{32}$$

$$\frac{\partial \phi_{yI}(z,\omega)}{\partial z} = -\frac{1}{EJ_x(1+\mu^2)}(M_{xI} - \mu M_{xR}) \tag{33}$$

$$\frac{\partial Q_{yI}(z,\omega)}{\partial z} = -\rho Ft\omega^2\eta_I + \rho Ft\omega^2 a_x\theta_I - q_{yI} \tag{34}$$

$$\frac{\partial M_{xI}(z,\omega)}{\partial z} = \rho J_x\omega^2\phi_{yI} + Q_{yI} \tag{35}$$

$$\frac{\partial \xi_I(z,\omega)}{\partial z} = \phi_{xI} + \frac{1}{k'_x FtG(1+\mu^2)}(Q_{xI} - \mu Q_{xR}) \tag{36}$$

$$\frac{\partial Q_{xI}(z,\omega)}{\partial z} = -\rho Ft\omega^2\xi_I - \rho Ft\omega^2 a_y\theta_I - q_{xI} \tag{37}$$

$$\frac{\partial \phi_{xI}(z,\omega)}{\partial z} = \frac{1}{EJ_y(1+\mu^2)}(M_{yI} - \mu M_{yR}) \tag{38}$$

$$\frac{\partial M_{yI}(z,\omega)}{\partial z} = -\rho J_y\omega^2\phi_{xI} - Q_{xI} \tag{39}$$

$$\frac{\partial \theta_I(z,\omega)}{\partial z} = \theta_I' \tag{40}$$

$$\frac{\partial \theta_I'(z,\omega)}{\partial z} = -\frac{1}{EJ_\varphi(1+\mu^2)}(B_I - \mu B_R) \tag{41}$$

$$\frac{\partial Mt_I(z,\omega)}{\partial z} = -\rho Ft\omega^2 a_y\xi_I + \rho Ft\omega^2 a_x\eta_I - \rho Ft\omega^2 r^2\theta_I - m_{AI} \tag{42}$$

$$\frac{\partial B_I(z,\omega)}{\partial z} = \left(\rho J_\varphi\omega^2 - GJ_d\right)\theta_I' + Mt_I - \mu GJd\theta'_R \tag{43}$$

Donde el subíndice R indica la parte real y el subíndice I indica la parte imaginaria de las transformadas de Fourier de las funciones.

VECTOR DE CARGAS EXTERNAS

La carga de viento se idealiza como un proceso estocástico, Gausiano estacionario y correlacionado en sentido vertical. Se adopta el procedimiento recomendado por Prenninger (Prenninger, 1988), para la generación de registros artificiales de viento a los efectos de poder especificar por simulación las componentes del vector de cargas de la ecuación (16), y obtener las FFT de todas las variables de las respuestas estructurales buscadas.

A los efectos de encontrar las expresiones de los términos del vector de cargas externas, con la consideración de la interacción fluido-estructura o efecto aeroelástico, se trabaja con las expresiones desarrolladas y propuestas por Brito (Brito et al, 1995, Riera et al, 1990), las cuales serán introducidas en nuestro esquema propuesto. Matricialmente las expresiones de los términos del vector de cargas externas estaran dadas de la siguiente manera :

$$\begin{Bmatrix} q_x \\ q_y \\ m_A \end{Bmatrix} = \frac{1}{2}\rho\, bV_0^2 \begin{Bmatrix} C_D \\ C_L \\ C_T \end{Bmatrix} + \frac{1}{2}\rho\, bV_0^2 B \begin{Bmatrix} \xi(t) \\ \eta(t) \\ \theta(t) \end{Bmatrix} + \frac{1}{2}\rho\, bV_0^2 C \begin{Bmatrix} \dot{\xi}(t) \\ \dot{\eta}(t) \\ \dot{\theta}(t) \end{Bmatrix} \tag{44}$$

Donde ρ es la densidad del aire, b es una dimensión característica de la estructura y V_0 es la velocidad del flujo de aire.

Para trabajar en el dominio de la frecuencia aplicamos la transformada de Fourier a la ecuación (43), obteniendo las siguientes expresiones :

$$\begin{aligned} qx(z,\omega) &= 0.50\rho\, bVo^2 C_D + \\ &+ 0.50\rho\, bVo^2[b_{11}(\xi_R(\omega)+i\xi_I(\omega))+b_{12}(\eta_R(\omega)+i\eta_I(\omega))+b_{13}(\theta_R(\omega)+i\theta_I(\omega)]+ \\ &+ 0.50\rho\, bVo^2 i\omega\,[c_{11}(\xi_R(\omega)+i\xi_I(\omega))+c_{12}(\eta_R(\omega)+i\eta_I(\omega))+c_{13}(\theta_R(\omega)+i\theta_I(\omega)] \end{aligned} \tag{45}$$

$$\begin{aligned} qx(z,\omega) &= 0.50\rho\, bVo^2 C_D + \\ &+ 0.50\rho\, bVo^2[b_{11}(\xi_R(\omega)+i\xi_I(\omega))+b_{12}(\eta_R(\omega)+i\eta_I(\omega))+b_{13}(\theta_R(\omega)+i\theta_I(\omega)]+ \\ &+ 0.50\rho\, bVo^2\omega\,[c_{11}(i\xi_R(\omega)-\xi_I(\omega))+c_{12}(i\eta_R(\omega)-\eta_I(\omega))+c_{13}(i\theta_R(\omega)-\theta_I(\omega)] \end{aligned} \tag{46}$$

$$\begin{aligned} qy(z,\omega) &= 0.50\rho\, bVo^2 C_L + \\ &+ 0.50\rho\, bVo^2[b_{21}(\xi_R(\omega)+i\xi_I(\omega))+b_{22}(\eta_R(\omega)+i\eta_I(\omega))+b_{23}(\theta_R(\omega)+i\theta_I(\omega)]+ \\ &+ 0.50\rho\, bVo^2 i\omega\,[c_{31}(\xi_R(\omega)+i\xi_I(\omega))+c_{32}(\eta_R(\omega)+i\eta_I(\omega))+c_{33}(\theta_R(\omega)+i\theta_I(\omega)] \end{aligned} \tag{47}$$

$$\begin{aligned} qy(z,\omega) &= 0.50\rho\, bVo^2 C_L + \\ &+ 0.50\rho\, bVo^2[b_{21}(\xi_R(\omega)+i\xi_I(\omega))+b_{22}(\eta_R(\omega)+i\eta_I(\omega))+b_{23}(\theta_R(\omega)+i\theta_I(\omega)]+ \\ &+ 0.50\rho\, bVo^2\omega\,[c_{31}(i\xi_R(\omega)-\xi_I(\omega))+c_{32}(i\eta_R(\omega)-\eta_I(\omega))+c_{33}(i\theta_R(\omega)-\theta_I(\omega)] \end{aligned} \tag{48}$$

$$\begin{aligned} m_A(z,\omega) &= 0.50\rho\, bVo^2 C_T + \\ &+ 0.50\rho\, bVo^2[b_{31}(\xi_R(\omega)+i\xi_I(\omega))+b_{32}(\eta_R(\omega)+i\eta_I(\omega))+b_{33}(\theta_R(\omega)+i\theta_I(\omega)]+ \\ &+ 0.50\rho\, bVo^2 i\omega\,[c_{31}(\xi_R(\omega)+i\xi_I(\omega))+c_{32}(\eta_R(\omega)+i\eta_I(\omega))+c_{33}(\theta_R(\omega)+i\theta_I(\omega)] \end{aligned} \tag{49}$$

$$\begin{aligned} m_A(z,\omega) &= 0.50\rho\, bVo^2 C_T + \\ &+ 0.50\rho\, bVo^2[b_{31}(\xi_R(\omega)+i\xi_I(\omega))+b_{32}(\eta_R(\omega)+i\eta_I(\omega))+b_{33}(\theta_R(\omega)+i\theta_I(\omega)]+ \\ &+ 0.50\rho\, bVo^2\omega\,[c_{31}(i\xi_R(\omega)-\xi_I(\omega))+c_{32}(i\eta_R(\omega)-\eta_I(\omega))+c_{33}(i\theta_R(\omega)-\theta_I(\omega)] \end{aligned} \tag{50}$$

Donde los b_{ii} y c_{ii} son los elementos de las matrices aerodinámicas B y C.

Separando las partes reales e imaginarias, haciendo $k_1=0.50\rho bV_0^2$, reemplazando en el sistema de ecuaciones (19) a (42) y agrupando términos semejantes obtenemos :

$$\frac{\partial \eta_R(z,\omega)}{\partial z} = \phi_{yR} + \frac{1}{k'_y FtG\mu_1}(Q_{yR} + \mu Q_{yI}) \tag{51}$$

$$\frac{\partial \phi_{yR}(z,\omega)}{\partial z} = -\frac{1}{EJ_x\mu_1}(M_{xR} + \mu M_{xI}) \tag{52}$$

$$\frac{\partial Q_{yR}(z,\omega)}{\partial z} = -k_1 b_{21}\xi_R - (\rho F_t\omega^2 + k_1 b_{22})\eta_R + (\rho F_t\omega^2 a_x - k_1 b_{23})\theta_R + \\ + k_1\omega c_{21}\xi_I + k_1\omega c_{22}\eta_I + k_1\omega c_{23}\theta_I - k_1 C_L \tag{53}$$

$$\frac{\partial M_{xR}(z,\omega)}{\partial z} = \rho J_x\omega^2\phi_{yR} + Q_{yR} \tag{54}$$

$$\frac{\partial \xi_R(z,\omega)}{\partial z} = \phi_{xR} + \frac{1}{k'_x FtG\mu_1}(Q_{xR} + \mu Q_{xI}) \tag{55}$$

$$\frac{\partial \phi_{xR}(z,\omega)}{\partial z} = \frac{1}{EJ_y\mu_1}(M_{yR} + \mu M_{yI}) \tag{56}$$

$$\frac{\partial Q_{xR}(z,\omega)}{\partial z} = -(\rho F_t\omega^2 + k1b_{11})\xi_R - k_1 b_{12}\eta_R - (\rho F_t\omega^2 a_y - k_1 b_{13})\theta_R + \\ + k_1\omega c_{11}\xi_I + k_1\omega c_{12}\eta_I + k_1\omega c_{13}\theta_I - k_1 C_D \tag{57}$$

$$\frac{\partial M_{yR}(z,\omega)}{\partial z} = -\rho J_y\omega^2\phi_{xR} - Q_{xR} \tag{58}$$

$$\frac{\partial \theta_R(z,\omega)}{\partial z} = \theta_R' \tag{59}$$

$$\frac{\partial \theta_R'(z,\omega)}{\partial z} = -\frac{1}{EJ_\varphi\mu_1}(B_R + \mu B_I) \tag{60}$$

$$\frac{\partial Mt_R(z,\omega)}{\partial z} = -(\rho F_t\omega^2 a_y + k_1 b_{31})\xi_R + (\rho F_t\omega^2 a_x - k_1 b_{32})\eta_R - \\ - (\rho F_t\omega^2 r^2 + k_1 b_{33})\theta_R + k_1\omega c_{31}\xi_I + k_1\omega c_{32}\eta_I + k_1\omega c_{33}\theta_I - k_1 C_T \tag{61}$$

$$\frac{\partial B_R(z,\omega)}{\partial z} = \left(\rho J_\varphi\omega^2 - GJ_d\right)\theta_R' + Mt_R + \mu GJd\theta'_I \tag{62}$$

$$\frac{\partial \eta_I(z,\omega)}{\partial z} = \phi_{yI} + \frac{1}{k'_y FtG\mu_1}(Q_{yI} - \mu Q_{yR}) \tag{63}$$

$$\frac{\partial \phi_{yI}(z,\omega)}{\partial z} = -\frac{1}{EJ_x\mu_1}(M_{xI} - \mu M_{xR}) \tag{64}$$

$$\frac{\partial Q_{yI}(z,\omega)}{\partial z} = (k1\omega c_{21})\xi_R + (k1\omega c_{22})\eta_R + k1\omega c_{23}\theta_R - k1b_{21}\xi_I - \\ - (\rho Ft\omega^2 + k1b_{22})\eta_I + (\rho Ft\omega^2 a_x - k1b_{23})\theta_I \tag{65}$$

$$\frac{\partial M_{xI}(z,\omega)}{\partial z} = \rho J_x \omega^2 \phi_{yI} + Q_{yI} \tag{66}$$

$$\frac{\partial \xi_I(z,\omega)}{\partial z} = \phi_{xI} + \frac{1}{k'_x FtG\mu_1}(Q_{xI} - \mu Q_{xR}) \tag{67}$$

$$\frac{\partial \phi_{xI}(z,\omega)}{\partial z} = \frac{1}{EJ_y\mu_1}(M_{yI} - \mu M_{yR}) \tag{68}$$

$$\frac{\partial Q_{xI}(z,\omega)}{\partial z} = (k1\omega c_{11})\xi_R + (k1\omega c_{12})\eta_R + (k1\omega c_{13})\theta_R - \\ - (\rho Ft\omega^2 + k1b_{11})\xi_I - k1b_{12}\eta_I - (\rho Ft\omega^2 a_y + k1b_{13})\theta_I \tag{69}$$

$$\frac{\partial M_{yI}(z,\omega)}{\partial z} = -\rho J_y \omega^2 \phi_{xI} - Q_{xI} \tag{70}$$

$$\frac{\partial \theta_I(z,\omega)}{\partial z} = \theta_I' \tag{71}$$

$$\frac{\partial \theta_I'(z,\omega)}{\partial z} = -\frac{1}{EJ_\varphi \mu_1}(B_I - \mu B_R) \tag{72}$$

$$\frac{\partial Mt_I(z,\omega)}{\partial z} = (k1\omega c_{31})\xi_R + (k1\omega c_{32})\eta_R + k1\omega c_{33}\theta_R - \\ - (\rho Ft\omega^2 a_y + k1b_{31})\xi_I + (\rho Ft\omega^2 a_x - k1b_{32})\eta_I - (\rho Ft\omega^2 r^2 + k1b_{33})\theta_I - k1C_{TI} \tag{73}$$

$$\frac{\partial B_I(z,\omega)}{\partial z} = \left(\rho J_\varphi \omega^2 - GJ_d\right)\theta_I' + Mt_I - \mu GJd\theta'_R \tag{74}$$

De esta manera queda planteado el nuevo sistema de 24 ecuaciones diferenciales, las cuales en su forma matricial se pueden expresar de la siguiente manera :

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial z} = \mathbf{A}^{*}\mathbf{v} + \mathbf{q}^{*} \tag{75}$$

Donde el significado de los vectores y matrices es el siguiente :
v = vector de estado
$\mathbf{A}^{*}$ = matriz del sistema de 24 ecuaciones modificada por el efecto aeroelástico
$\mathbf{q}^{*}$ = vector de cargas externas

ANÁLISIS DE LA RESPUESTA DE LA ESTRUCTURA

El procedimiento detallado, se implementa en el programa computacional WINDY, con el cual se pueden obtener las respuestas dinámicas de la estructura en términos de cualquier elemento del vector de estado v, seleccionando los parámetros deseados. En este trabajo se han utilizado los esfuerzos de corte, momentos flectores y desplazamientos del pie de la estructura y de su extremo superior.

CONCLUSIONES

El esquema de trabajo que se presentó, el cual puede alternativamente utilizar métodos de integración numérica o métodos de matrices de transferencia para el análisis de estructuras tipo torre o atirantadas, con consideraciones de efecto aeroelástico, es adecuado porque presenta algunas ventajas con respecto a otras opciones. La importancia de permitir la consideración de cualquier tipo de modelo constitutivo viscoelático lineal, y el manejo de las fuerzas disipativas hacen que junto con el correcto manejo de los elementos y parámetros necesarios para evaluar la interacción fluido-estructura, se disponga de una metodología de trabajo lo suficientemente general y flexible para abordar el estudio de este tipo de estructuras.

REFERENCIAS

Ambrosini, R. D., Riera, J. D. y Danesi, R. F., Dynamic Analysis of Thin-Walled and Variable Open Sections Beams with Shear Flexibility. *Innternational Journal for Numerical Methods in Engineering*, 38(17) pp. 2867-2885, 1995.

Ambrosini, R. D., Riera, J. D. y Danesi, R. F., Analysis of Structures Subjected to Random Wind Loads, *Jubileum Conference on Wind Effects on Building and Structures*, WEBS98, Gramado, Brasil, Vol II, pag. 101-108, 1998.

Brito, J. L. V., Riera, J.D., Aerodynamic instability of cilindrical bluff bodies in non-homogeneous flow. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*. 57 pp. 81-96, 1995.

Riera, J.D., Brito, J. L. D., Instability of pipes and cables in non-homogeneous cross-flow. *Wind and Structures*, Vol. 1, No.1 pp. 59-67, 1998.

Prenninger, P. H.,Generation of winds records considering the statistical properties of wind spectra, *Z. Angew. Math. Mech*., 68(1), pp. 334-336, 1988.