

## UN PROBLEMA INVERSO DE STEFAN EN FREIDO POR IMMERSION

Luis T. Villa<sup>a#</sup>, Angélica C. Bouciguez<sup>b</sup> y María C. Sanziel<sup>c</sup>

<sup>a</sup>Facultad de Ingeniería. Universidad Nacional de Salta. INIQUI (UNSa – CONICET).

<sup>b</sup>Facultad de Ciencias Exactas. Universidad Nacional de Salta.

<sup>a,b</sup>Av. Bolivia 5150. Salta. Argentina. villal@unsa.edu.ar, bouciga@unsa.edu.ar

<sup>c</sup>Consejo de Investigaciones y Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura.  
Universidad Nacional de Rosario. Av. Pellegrini 250. Rosario. Argentina.  
sanziel@fceia.unr.edu.ar

**Palabras clave:** Frontera móvil, Freído por inmersión, Problema Inverso de Stefan

**Resumen:** En este trabajo se considera un problema de valor inicial y contorno móvil, descriptivo de un proceso de freído por inmersión aplicado a bastones de papa natural. Tal tipo de problema resulta encuadrarse matemáticamente en lo que se conoce como un problema inverso de Stefan a dos fases. En efecto, durante la evolución del freído se puede apreciar la presencia de una superficie o interfase móvil desde la periferia (contacto papa–aceite) del bastón hacia su centro de simetría. Tal superficie móvil divide al dominio ocupado por el bastón en dos regiones: CORAZÓN y CORTEZA. El problema se caracteriza como inverso dado que se supone conocida a priori la ley dinámica a que obedece la coordenada espacial ubicativa de la mencionada superficie móvil (un plano). El problema se resuelve numéricamente, usando una técnica basada en una transformación de coordenadas espacial introducida por Landau con el fin de “inmovilizar” el dominio. La solución provee perfiles de temperatura y humedad en el bastón como así también el gradiente de concentración de humedad sobre la frontera móvil y la correspondiente cantidad de humedad perdida. Se obtiene un ajuste razonablemente bueno, al confrontar con datos experimentales y resultados predichos por la solución de un modelo de frontera libre estudiado por un investigador pionero en el tema.

---

# Autor a quien dirigir correspondencia. villal@unsa.edu.ar

# 1. INTRODUCCIÓN

El correspondiente modelo de frontera libre de tipo Stefan fue formulado con anterioridad. (Villa, 2007) En tal modelo, se siguió en líneas generales los aspectos consignados en trabajos pioneros (Farkas et al, 1996; Farid y Chen, 1998) sobre el tema. No obstante vale la pena recalcar en este punto, que el modelo formulado por Villa, (2007) resultó menos complejo que el del primer autor precitado, en lo concerniente a la termodinámica del flujo de vapor en la CORTEZA y la importancia relativa del aporte energético conllevado por el flujo convectivo de humedad (agua líquida) en la región CORAZÓN.

En la Figura. 1 se ilustra el esquema (el semi-espesor de un corte transversal al eje de simetría) de un bastón prismático de papa de espesor  $2R$ , experimentando la etapa principal del freído. Como se ve, se ha denotado con  $S = S(t)$  a la función temporal ubicativa de la interfase móvil CORAZÓN / CORTEZA ya mencionado en el Resumen

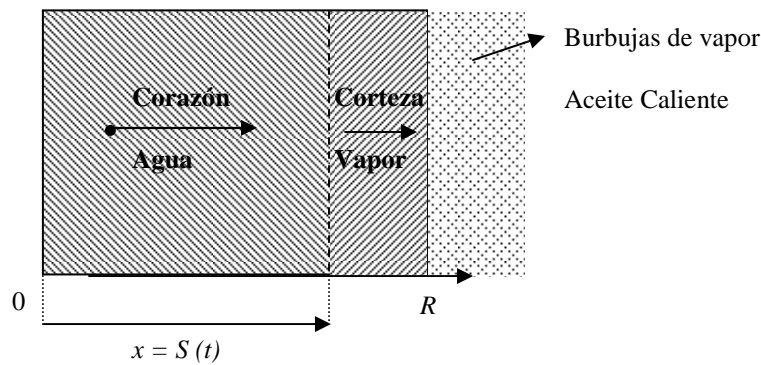


Figura 1: Esquema de evolución del freído

Entonces el problema inverso de Stefan estudiado en este trabajo, se deduce a partir del modelo de frontera libre para el mismo proceso formulado en (Villa, 2007) y descrito en la Tabla 1.

Tabla 1: Problema de Stefan como modelo descriptivo del freído durante la etapa principal (Villa, 2007)

$$\epsilon_s \rho_s C_s \frac{\partial T}{\partial t} = k_s \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}, \quad 0 < x < S(t), \quad t > t_2 \quad (1)$$

$$\frac{\partial T}{\partial x} = 0, \quad \text{para } x = 0, \quad t > t_2 \quad (2)$$

$$T = T_e, \quad \text{para } x = S(t), \quad t > t_2 \quad (3)$$

$$T = Q(x), \quad \text{para } 0 \leq x \leq R, \quad t = t_2 \quad (4)$$

$$d \frac{\partial u}{\partial t} = k_c \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \quad S(t) < x < R, \quad t > t_2 \quad (5)$$

$$k_c \frac{\partial u}{\partial x} = h [T_b - u(R, t)], \quad t > t_2 \quad (6)$$

$$u = T_e, \quad \text{en } x = S(t), \quad t > t_2 \quad (7)$$

$$p_0 \left( \frac{dS}{dt} \right) = -p_1 \frac{\partial u}{\partial x} + k_s \frac{\partial T}{\partial x}, \text{ en } x = S(t), t > t_2 \quad (8)$$

$$S(0) = R \quad (9)$$

$$\frac{\partial C}{\partial t} = D \frac{\partial^2 C}{\partial x^2}, 0 < x < S(t), t > t_2 \quad (10)$$

$$\frac{\partial C}{\partial x} = 0, \text{ en } x = 0, t > t_2 \quad (11)$$

$$C = 0, \text{ en } x = S(t), t > t_2 \quad (12)$$

$$C = C^o, \text{ para } 0 \leq x \leq R, t = t_2 \quad (13)$$

$$m \left( \frac{dS}{dt} \right) = D \frac{\partial C}{\partial x} - \ell \frac{\partial u}{\partial x}, \text{ en } x = S(t), t > t_2, \quad (14)$$

En la Tabla 1, la función  $Q=Q(x)$  y los parámetros  $d, p_0, p_1, m$  y  $\ell$  deben tomarse como:

$$Q(x) = -2 \times 10^7 x^3 + 10^6 x^2 - 712,22x + 41.506 \quad (15)$$

$$d = \varepsilon_v \rho_v C_v + \varepsilon_c \rho_c C_c, \quad p_0 = \varepsilon_s \rho_s (h_c - h_s) + \varepsilon_v \rho_v [H_v - h_a] \quad (16)$$

$$p_1 = (H_v - h_a) \frac{\rho_v K_v \Delta H_v}{T_e \mu_v (V_v - V_a)} - k_c \quad (17)$$

$$m = \varepsilon_a \rho_a - \varepsilon_v \rho_v, \quad \ell = \frac{\rho_v K_v}{\mu_v T_e} \cdot \frac{\Delta H_v}{(V_v - V_a)} \quad (18)$$

El valor  $t_2$  denota el tiempo que debe transcurrir desde el inicio del freído hasta que empieza a evolucionar la “etapa principal” (comienza a formarse la CORTEZA).

Es oportuno consignar que los submodelos, constituidos por las ecuaciones (1) a (4) y (5) a (9), surgen de la aplicación de:

- Balances de energía en las regiones espaciales denotadas como CORAZON y CORTEZA en la figura 1.  $T=T(x,t)$  y  $u=u(x,t)$  denotan perfiles de temperatura referidas a tales regiones.
- Conservación de energía sobre la frontera libre  $S=S(t)$
- Condiciones de contorno e iniciales relativas a tales regiones.

El submodelo, denotado por las ecuaciones (10) a (14) proviene de aplicar:

- Un balance de materia (humedad de la papa) en la región CORAZON
- Conservación de materia sobre la frontera libre  $S=S(t)$
- Condiciones de contorno e iniciales en dicha región.

En el modelo de frontera libre anterior se propone para la función  $S=S(t)$ , la ley dada por la ecuación (19) la que fue obtenida regresionando datos reportados por [Farkas et al \(1996\)](#) en un trabajo central sobre el uso de modelos de frontera libre en freído por inmersión. En ella  $S$  está en milímetros y  $t$  en segundos

$$S(t) = -10^{-6} t^2 - 0.0036t + 9.854, \quad t > t_2, \quad (19)$$

A fin de inmovilizar el dominio se realizan cambios en las variables espaciales para cada una de las regiones: CORTEZA y CORAZÓN. (Landau, 1950)

$$z = \frac{x}{S(t)} \text{ para la región } 0 < x < S(t), \quad t > t_2, \quad (20)$$

$$y = \frac{R-x}{R-S(t)} \text{ para la región } S(t) < x < R, \quad t > t_2, \quad (21)$$

y se considera una perturbación en el valor inicial  $S(t_2)$  de la frontera libre  $S(t)$

$$S(t_2) = R - \varepsilon = S_0 \quad (22)$$

con  $\varepsilon$  un número real positivo pequeño a seleccionar oportunamente, siguiendo el criterio reportado en Farkas et al (1996):

$$\varepsilon = \frac{k_c \cdot h \Delta t}{\varepsilon_a \rho_a \Delta H_v} (T_b - T_e) \quad (23)$$

La perturbación en el valor inicial de  $S(t)$  dada por la ecuación (22) se impone a la vista de la singularidad que conlleva la transformación (21) para  $t=t_2$ , al ser originalmente  $S(t_2)=R$ .

Luego de trabajar sobre la Tabla 1, teniendo presente (19) a (23), se obtiene la versión final del modelo (problema inverso de Stefan) a resolver numéricamente y que se consigna en la Tabla 2 .

Tabla 2: Problema inverso de Stefan

$$\varepsilon_s \rho_s C_s \left( \frac{\partial T}{\partial t} - \frac{z}{S(t)} \frac{dS}{dt} \frac{\partial T}{\partial z} \right) = \frac{k_s}{S^2(t)} \frac{\partial^2 T}{\partial z^2}, \quad 0 < z < 1, \quad t > t_2 \quad (24)$$

$$\frac{\partial T}{\partial z} = 0, \text{ para } z = 0, \quad t > t_2 \quad (25)$$

$$T = T_e, \text{ para } z = 1, \quad t > t_2 \quad (26)$$

$$T = W(z), \text{ para } \quad 0 \leq z \leq 1, \quad (27)$$

$$d \left( \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{y}{R-S(t)} \frac{dS}{dt} \frac{\partial u}{\partial y} \right) = \frac{kc}{(R-S(t))^2} \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}, \quad 0 < y < 1, \quad t > t_2 \quad (28)$$

$$-\frac{kc}{h(R-S(t))} \frac{\partial u}{\partial y} + u = T_b(t) \quad \text{para } y = 0 \quad (29)$$

$$u = T_e \text{ para } y = 1, \quad t > t_2 \quad (30)$$

$$u = V(y), \text{ para } \quad 0 \leq y \leq 1, \quad t = t_2 \quad (31)$$

$$p_0 \frac{dS}{dt} = p_1 \left[ \frac{1}{R-S(t)} \cdot \frac{\partial u}{\partial y} - \frac{1}{S(t)} \cdot \frac{\partial u}{\partial z} \right] +$$

$$+ k_s \left[ \frac{1}{S(t)} \cdot \frac{\partial T}{\partial z} - \frac{1}{R-S(t)} \cdot \frac{\partial T}{\partial y} \right], \quad z=1, \quad y=1, \quad t > t_2 \quad (32)$$

$$\begin{cases} S(t_2) = R - \varepsilon \\ S(t) = -10^{-6}t^2 - 0.0036t + 9.8545 \quad \text{para } t > t_2 \end{cases} \quad (33)$$

$$\frac{\partial C}{\partial t} - \frac{z}{S(t)} \frac{dS}{dt} \frac{\partial C}{\partial z} = \frac{D}{S^2(t)} \frac{\partial^2 C}{\partial z^2}, \quad 0 < z < 1, \quad t > t_2 \quad (34)$$

$$\frac{\partial C}{\partial z} = 0, \quad \text{para } z = 0, \quad t > t_2, \quad (35)$$

$$C = 0, \quad \text{para } z = 1, \quad t > t_2, \quad (36)$$

$$C = C^o \quad \text{for} \quad 0 \leq z \leq 1, \quad (37)$$

$$m \frac{dS}{dt} = D \left[ \frac{1}{S(t)} \cdot \frac{\partial C}{\partial z} - \frac{1}{R-S(t)} \cdot \frac{\partial C}{\partial y} \right] - l \left[ \frac{1}{S(t)} \cdot \frac{\partial u}{\partial z} - \frac{1}{R-S(t)} \cdot \frac{\partial u}{\partial y} \right], \quad z=1, \quad y=1, \quad (38)$$

donde las funciones  $V = V(y)$ ,  $W = W(z)$  vienen dadas como:

$$V(y) = H(R - y\varepsilon) \quad (39)$$

$$W(z) = Q[z(R - \varepsilon)] \quad (40)$$

Con  $Q=Q(x)$  dada por (15) y

$$H(x) = T_e + \left( \frac{Q(R) - T_e}{\varepsilon} \right) (\varepsilon - R) + \left( \frac{Q(R) - T_e}{\varepsilon} \right) x \quad (41)$$

En la Tabla 3 se consignan datos de propiedades físicas y térmicas reportados de la literatura, utilizados en el procesamiento numérico correspondiente

En freído por inmersión, este trabajo pretende constituir un aporte original en lo referente a la aplicación de un problema inverso de Stefan, simulando una situación para obtener información de cómo interactuar (dinámica de calentamiento) en la superficie de contacto papa - aceite, donde la CORTEZA aumente su espesor con una ley preasignada del tiempo. Más allá de tal aspecto central, emerge también otro, que se estima original consignado en las conclusiones.

A esta altura, es oportuno puntualizar que desde la década del 70 se observa un interés creciente en investigar tanto aspectos teóricos como aplicados concernientes al problema inverso de Stefan. (Datzef, 1970; Primicerio, 1981; Tarzia, 1988, 2000)

Tabla 3: Propiedades físicas y térmicas

Propiedad	Valor	Fuente
$C_s$	3450 J/kg °C	Arifin (1993)
$C_{pc}$	3050 J/kg °C	Arifin (1993)
$C_{ps}$	3450 J/kg °C	Arifin (1993)
$D$	$4 \cdot 10^{-8}$ m <sup>2</sup> /seg	Saravacos & Charm (1962)
$k_c$	0.119 W/m °C	Arifin (1993)
$k_s$	0.655 W/m °C	Arifin (1993)
$h$	300 a 800 W/m <sup>2</sup> °C	Hallstrom (1979)
$\Delta H_v$	23 $10^5$ J/kg	Lide (1998 - 1999)*
$\rho_s$	1087 kg/m <sup>3</sup>	Experimental
$\rho_b$	386 kg/m <sup>3</sup>	Experimental
$R$	0.01 m	
$T_b$	180 °C ( $\pm 3$ )	

\*CRC Handbook of Chemistry and Physics

## 2. SOLUCIÓN NUMÉRICA DEL PROBLEMA.

El procesamiento numérico se realizó utilizando esquemas clásicos en diferencias finitas implícitos en el tiempo. Se implementaron rutinas en SCILAB para determinar los perfiles de temperatura y la concentración de humedad sobre la frontera móvil. El primero está acoplado al segundo, por lo que sólo se ilustra este último.

Las limitaciones asumidas en el modelado del proceso son:

- No se contempla la contribución del aceite en el balance de energía respectivo ni el rol del aire en el balance de materia.
- Las propiedades, parámetros materiales y de transporte de energía y materia se han tomado constantes.
- Los flujos de materia y energía se consideran perpendiculares a la superficie principal de la muestra.
- Son válidas las leyes de Fourier y Fick.
- El bastón de papa se considera de composición homogénea.
- No se contemplan el encogimiento debido a la pérdida de humedad.
- La contribución al balance térmico del calor de reacción del fenómeno de gelatinización de almidones durante el freído, se ha considerado despreciable.

En la figura 2 se exhibe el perfil de concentración de humedad en la zona CORAZON en función de la distancia medida desde el centro a la superficie de la muestra, para los tiempos 320, 520 y 720 seg, que constituyen niveles representativos de la evolución de la etapa principal de proceso de freído.

En la figura 3 se ilustra el gradiente de concentración de humedad sobre la frontera móvil en función del tiempo.

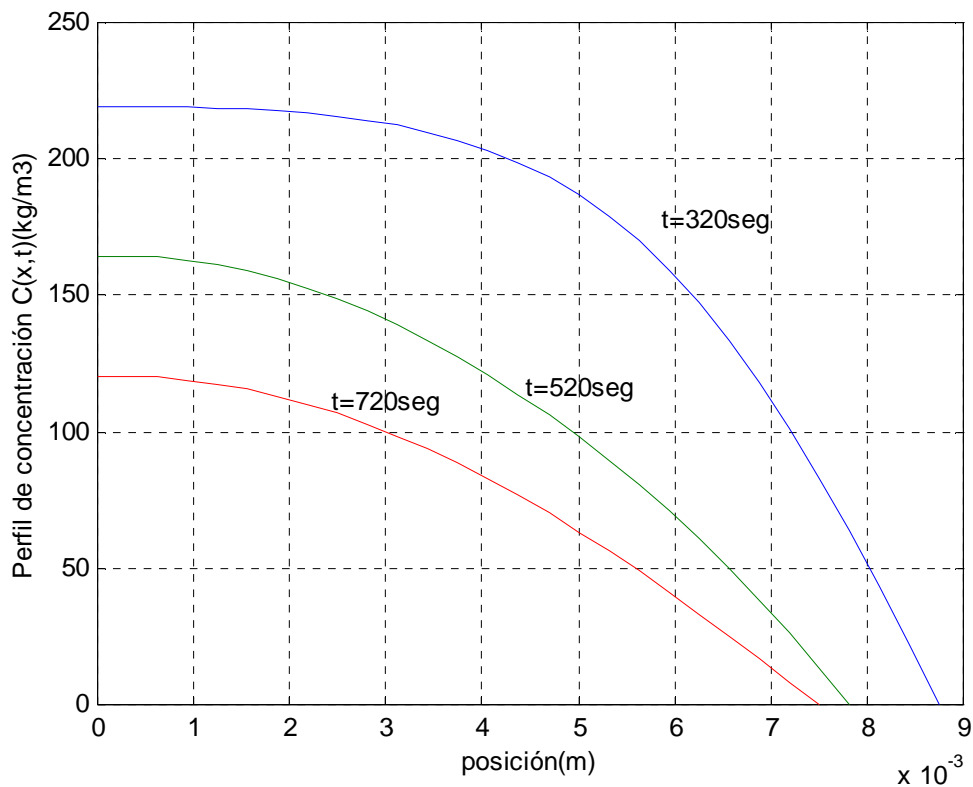


Figura 2: Perfiles de concentración para distintos tiempos

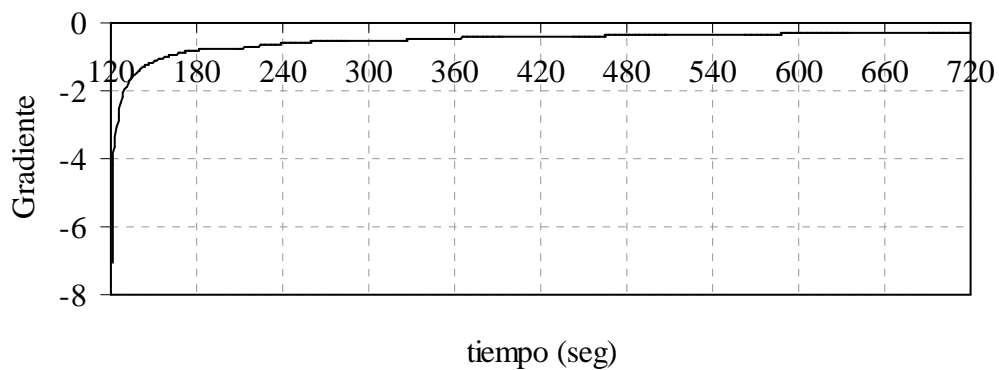


Figura 3: gradiente de concentración de humedad en función del tiempo.

### 3. VALIDACIÓN DEL MODELO

Experimentalmente se obtuvo la siguiente estima para la cantidad de humedad perdida, designada como  $W_{exp}$  durante la evolución del freído

$$W_{exp} \cong 41.10^{-6} \text{ kg} \quad (42)$$

Tal valor corresponde a un bastón prismático de papa con las dimensiones siguientes

$$L = (\text{longitud}) = 0.1\text{m} \quad (43)$$

$$R = (\text{semiespesor}) = 0.01\text{m} \quad (44)$$

Por otra parte, la correspondiente cantidad de humedad perdida  $W_p$ , predicha por el modelo, viene dada por

$$W_p = -D \int_{t_2}^{t_f} A(t) \frac{\partial C}{\partial x}(S(t), t) dt, \quad (45)$$

donde el área superficial instantánea de la frontera móvil, se estima como:

$$A(t) = 8 S^2(t) + 8 L S(t), \quad (46)$$

Usando la información provista en Tabla 3, la Figura 3 y la ecuación (1), con  $t_2=120\text{seg}$ ,  $t_f=720\text{seg}$ , a partir de la ecuación (45) resulta:

$$W_p \cong 38.10^{-6} \text{ kg} \quad (47)$$

De la comparación de los precedentes valores para  $W_{exp}$  y  $W_p$ , se observa que la disidencia es del orden del 8%. Este valor, para una magnitud como la humedad vaporizada, se puede tomar como un acuerdo aceptable desde el punto de vista práctico, teniendo en cuenta las limitaciones asumidas en el modelado y la incertidumbre en el rango para los valores de algunos de los parámetros en juego.

La ley de la dinámica de frontera móvil utilizada para el cálculo, se ha deducido a partir de los datos reportados Farkas y colaboradores, (1996) para la respectiva frontera libre; tal hecho constituye precisamente un test para el modelo de frontera libre explicitado en la Tabla 1 del presente trabajo. En tal sentido, es importante tener en cuenta que dicho modelo, estando en general acorde con el contexto de lo realizado por Farkas (1996) es algo más simple respecto a la termodinámica del flujo de vapor en la corteza y más preciso al incorporar la historia del perfil térmico inicial no constante, relativa a la etapa de precalentamiento del bastón de papa.

#### 4. CONCLUSIONES

El contexto concerniente a un problema inverso de Stefan a dos fases, se reveló útil para formular el modelo matemático descriptivo que simule la evolución de un proceso de freído por inmersión en aceite caliente, de bastones de papa natural, ante la variante de prescribir a priori la ley dinámica de movimiento de la correspondiente frontera móvil o plano separatriz de las regiones **CORTEZA / CORAZON**, tal como se ilustra en la Figura 1.

Se ha consignado con claridad la idea que permite tratar en forma sistemática la presencia de la singularidad esencial conllevada por una de las transformaciones de Landau al comenzar la etapa de freído tratada ( $t = t_2$ ).

Al emerger un acuerdo razonablemente bueno entre las predicciones del modelo para la solución numérica, datos experimentales y resultados pertinentes de Farkas et al, (1996) se infiere también que el modelo (Problema de Stefan o frontera libre) formulado por Villa, (2007) se constituye como una alternativa válida menos compleja a la



desarrollada para un proceso similar por Farkas et al, (1996) para describir la etapa central del freído de bastones de papa natural.

### Nomenclatura

A	Área Superficial ( $m^2$ )
C	Concentración Volumétrica de masa ( $kg/m^3$ )
$C^0$	Concentración Volumétrica inicial de agua libre ( $kg/m^3$ )
$C_s$	Capacidad calorífica del sólido (papa en zona corazón) ( $J/kg\ ^\circ C$ )
$C_c$	Capacidad calorífica del sólido (papa en zona corteza) ( $J/kg\ ^\circ C$ )
D	Coefficiente de difusión de humedad ( $m^2/s$ )
d	Parámetro definido por ecuación (24)
h	Parámetro de transferencia de calor convectiva ( $J/m^2\ s\ ^\circ C$ )
$h_c$ , $h_s$	Entalpía de la papa en las regiones corteza y corazón respectivamente ( $J/kg$ )
$H_v$	Entalpía de vapor ( $J/kg$ )
$k_c$ , $k_s$	Conductividad térmica de la papa en corteza y corazón respectivamente ( $J/m\ s\ ^\circ C$ )
$K_v$	Conductividad hidráulica del vapor ( $m^2$ )
$\ell$ , m	Parámetros definidos por ecuación (26)
L	Longitud de una muestra prismática o cilíndrica de papa (m)
$p_0$	Parámetro definido por ecuación (24)
$p_1$	Parámetro definido por ecuación (25)
$P_v$	Presión ( $N/m^2$ )
Q	Función definida por ecuación (23)
R	Semi-espesor de la muestra de papa (m)
$S = S(t)$	Función frontera libre (m)
$S_0$	Valor inicial perturbado para S (t), definido por ecuación (4)
T , u	Perfiles de temperatura dentro de la papa, zonas corazón y corteza respectivamente ( $^\circ C$ )
$T_b$	Temperatura promedio del baño de aceite ( $^\circ C$ )
$T_e$	Temperatura de vaporización del agua pura ( $^\circ C$ )
t	Variable tiempo ( <i>seg</i> )
$V_a$ , $V_v$	Volumen molar específico de agua líquida y vapor respectivamente ( $m^3/mol$ )
V(y)	Función real de y definida por ecuación (6)
W(z)	Función real de z definida por ecuación (7)
x, y, z	Variables espaciales (m)
$W_{exp}$	Pérdida experimental de humedad (kg)
$W_p$	Pérdida predicha de humedad (kg)

## Letras Griegas

$\varepsilon_a$ , $\varepsilon_v$	Fracciones de volumen de agua líquida y vapor respectivamente ( $m^3/m_t^3$ )
$\varepsilon_c$ , $\varepsilon_s$	Fracciones de volumen de sólido (papa) en zonas corteza y corazón respectivamente ( $m^3/m_t^3$ )
$\varepsilon$	Parámetro definido por ecuación (8)
$\mu_v$	Viscosidad del vapor ( $Ns/m^2$ )
$\rho_a$	Densidad del agua ( $kg/m^3$ )
$\rho_v$	Densidad del vapor de agua ( $kg/m^3$ )
$\rho_c$ , $\rho_s$	Densidad promedio del sólido (papa) en las regiones corteza y corazón respectivamente ( $kg/m^3$ )
$\Delta H_v$	Calor latente de vaporización ( $J/mol$ )

## Subíndices

o	Inicial
a	Agua
b	Promedio
c	Relativa a región corteza
e	Ebullición
f	Final
s	Relativa a región corazón
t	Total
v	Vapor

**RECONOCIMIENTOS:** Este trabajo se desarrolló con financiamiento de:

Subproyecto N° 5: Mathematic and Physic: Modeling and Mathematical Análisis of the Heat and Mass Tranfer and its Applications (Agencia Nacional de Promoción Científica y Tecnológica de la Argentina).

Instituto de Investigaciones para la Industria Química (INIQUI,) Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas (CONICET), Facultad de Ingeniería y Facultad de Ciencias Exactas de la Universidad Nacional de Salta.

Consejo de Investigación de la Universidad Nacional de Salta, en el marco del Proyecto de Investigación N° 5154

Consejo de Investigaciones de la Universidad Nacional de Rosario.

## REFERENCIAS

- Datzef, A. Sur le Probleme Lineare de Stefan. *Memorial des Sciences Physiques N° 69, Gauthiers, Paris, 1970.*
- Farid, M y Chen, X. The analysis of heat and mass transfer during frying of food using a moving boundary solution procedure. *Heat and Mass Transfer* **34**. pp. 69-77.1998.
- Farkas, B; Singh, R. y Rumsey, T. Modeling heat and mass tranfer immersion frying, Part I: Model development. Part II: Model solution and verification, *Journal of Food Engineering* **29**, pp.211 – 226 y 227 -248, 1996.
- Landau, H. Heat conduction in a melting solid. *Quarterly of Applied Mathematics*, **8** (1), pp.81-94, 1950.

- Primicerio, M. “Problemi di diffusione a frontiera libera”. *Boll U. M. I.* **18A**, pp.11-68, 1981
- Tarzia, D.A., A Bibliography on Moving – Free Boundary Problems for the Heat Diffusion Equation. The Stefan Problem, Progetto Nazionale MPI, 1988.
- Tarzia D.A. “Equazioni di Evoluzione e Applicazioni Fisico – Matematiche Firenze (with 2528 reference). An up - Dated one Will Be Given in 1998 with More than 5000 Titles on the Subject.
- Tarzia, D.A., A Bibliography on Moving – Free Boundary Problems for the Heat Diffusion Equation. The Stefan Problem, MAT – Serie A, Rosario, N° 2, with 5869 Titles on the Subject, 300 pages [www.austral.edu.ar/MAT-serieA/2](http://www.austral.edu.ar/MAT-serieA/2), 2000
- Villa L, Immersion Frying: The Stage Following the “Initial Period” I, Model Formulation. Submitted for publication, 2007