

## INTERACCIONES AERODINÁMICAS Y EFECTO SUELO EN FLUJOS 2-D INESTACIONARIOS, LEVEMENTE VISCOSOS Y DOMINADOS POR VORTICIDAD

Marcelo Valdez<sup>a</sup>, Sergio Preidikman<sup>ayb</sup>, Julio Massa<sup>ayb</sup> y Balakumar Balachandran<sup>c</sup>

<sup>a</sup> Departamento de Estructuras, Facultad de C. E. F. y N., Universidad Nacional de Córdoba, Casilla de Correo 916, 5000 Córdoba, Argentina, [jmassa@efn.uncor.edu](mailto:jmassa@efn.uncor.edu), <http://www.efn.uncor.edu>

<sup>b</sup> Departamento de Mecánica, Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional de Río Cuarto, Ruta Nacional 36 Km. 601, 5800 Río Cuarto, Argentina, [spreidik@vt.edu](mailto:spreidik@vt.edu), <http://www.ing.unrc.edu.ar>

<sup>c</sup> Department of Mechanical Engineering, University of Maryland at College Park, 2133 Glenn L. Martin Hall, College Park, MD 20742, USA, [balab@umd.edu](mailto:balab@umd.edu), <http://www.glue.umd.edu/~balab/>

**Palabras claves:** interacción aerodinámica, efecto suelo, aerodinámica inestacionaria y no-lineal, flujos 2D dominados por vorticidad, micro-vehículos aéreos.

**Resumen.** El vuelo de insectos está dominado por mecanismos aerodinámicos inestacionarios y no-lineales producto del batimiento de las alas que ofrecen ventajas únicas respecto de las alas fijas y rotores convencionales. Un importante, aunque poco estudiado, aspecto del vuelo con alas batientes a escalas reducidas es el relacionado con el efecto de la interacción aerodinámica en la generación de sustentación. Para poder reproducir exitosamente mecanismos de sustentación y propulsión inspirados en la biología es necesario entender cabalmente la compleja física subyacente en tal fenómeno. En este trabajo, se investiga el fenómeno de interacción aerodinámica entre dos perfiles inmersos en el seno de un flujo bidimensional e inestacionario. Además, se estudia numéricamente la influencia del efecto suelo en la generación de sustentación. El efecto suelo es simulado de dos maneras diferentes. La primera de ellas consiste en el conocido “método de imágenes”, el cual permite tener en cuenta únicamente contornos sólidos planos. La segunda alternativa, mucho más atractiva, consiste en una panelización del suelo similar a la empleada para discretizar las sábanas vorticosas adheridas a los perfiles aerodinámicos. Esta última opción, permite simular el efecto suelo asociado a contornos irregulares. Los perfiles realizan movimientos típicos del aleteo de insectos y aves pequeñas. El fin último de este trabajo es el desarrollo de una herramienta numérica que permita evaluar los fenómenos de interacción aerodinámicos y el efecto suelo, con el objeto de inspirar el desarrollo de micro-vehículos aéreos súper-maniobrables, no tripulados de alas batientes.

## 1 INTRODUCCIÓN

En la naturaleza, todas las criaturas capaces de mantenerse en vuelo poseen alas batientes. Existe evidencia que a pequeñas escalas, el vuelo está dominado por mecanismos aerodinámicos inestacionarios y no-lineales. Estos mecanismos aerodinámicos, producto del batimiento de las alas, ofrecen ventajas únicas respecto de las alas fijas y rotores convencionales (Ellington, 1999). Entre estas ventajas se cuenta la generación de sustentación y empuje manteniendo economía en el peso. Algunos de estos mecanismos de vuelo, como por ejemplo el retraso de la pérdida dinámica, la circulación adicional generada por la rotación del ala, la captura de la estela, y el efecto masa agregada, entre otros, han sido objeto de estudio de muchos científicos alrededor del mundo.

Un importante, aunque menos estudiado, aspecto del vuelo con alas batientes a escalas reducidas es el relacionado con el efecto de la interacción aerodinámica en la generación de sustentación. Numerosos patrones de vuelo mostrados por dos o más insectos o aves interactuando en el aire hacen conjeturar respecto del empleo de este mecanismo para la obtención de algún beneficio, tal como la reducción de la energía empleada para sostener el vuelo. Asimismo, la observación de insectos y aves en “hovering” en las proximidades del suelo abre la puerta a la investigación sobre la influencia del efecto suelo en el incremento de la eficiencia aerodinámica.

Si bien todos estos mecanismos de vuelo tienen asociado un “relativamente bajo” número de Reynolds, el mismo es lo suficientemente alto como para avalar la hipótesis de que los efectos viscosos están confinados, únicamente, a las capas límite y a las estelas vorticosas. Esta última hipótesis permite predecir las cargas aerodinámicas mediante el uso del método de red de vórtices no-lineal e inestacionario. Esta técnica de la dinámica de fluidos computacional brinda una solución numérica muy atractiva, y con un bajo esfuerzo de cómputo, a estos problemas.

## 2 EL MODELO AERODINÁMICO

A continuación se discuten algunos fundamentos del modelo matemático empleado en el presente trabajo. Se discuten los detalles del modelo para un único perfil aerodinámico, siendo este fácilmente generalizable al caso dos perfiles interactuando. La herramienta computacional aquí desarrollada constituye una ampliación del código previamente desarrollado por Valdez (2006a y b).

En el presente estudio se adopta la versión bi-dimensional del método de red de vórtices inestacionario. Se considera que el perfil alar es muy delgado. En el modelo propuesto se restringe toda la vorticidad del flujo a una delgada región alrededor del perfil y a sus estelas, y el flujo se considera irrotacional fuera de estas regiones (Preidikman and Mook, 2000; Valdez, 2006a y b). Este modelo es el resultado de la aproximación asintótica de las ecuaciones de Navier-Stokes para un número de Reynolds que tiende a infinito. En el caso de los insectos, si bien el número de Reynolds es “relativamente bajo”, es lo suficientemente alto como para avalar las hipótesis mencionadas más arriba.

Como el perfil es muy delgado se representará la capa límite en ambas superficies del perfil con una única sábana vorticiosa adherida. La posición de la sábana vorticiosa adherida es especificada; en consecuencia, se produce a través de esta, un salto finito de presiones.

Las estelas se representan mediante sábanas vorticosas libres. Sus posiciones no son especificadas ya que pueden deformarse libremente hasta adoptar configuraciones libres de fuerzas; esto es, no se produce a través de ellas ningún salto de presiones.

Los dos tipos de sábanas vorticosas (adherida y libres) están unidas en el borde de fuga afilado donde el flujo se separa, y donde es impuesta la condición de Kutta para flujo inestacionario. Cuando el perfil alcanza un determinado ángulo de ataque efectivo, tiene lugar una separación adicional del flujo desde el borde de ataque. En este caso, se emplea también una sábana vorticosa libre para simular ésta estela producto de la separación.

El problema en estudio considera el flujo de un fluido incompresible, caracterizado por un número de Reynolds muy elevado. La ecuación gobernante es la ecuación de continuidad para flujos incompresibles e irrotacionales conocida como ecuación de Laplace:

$$\nabla^2 \Psi(\vec{R}, t) = 0 \quad (1)$$

donde  $\Psi(\vec{R}, t)$  es la función potencial de velocidades en todo el dominio irrotacional del fluido fuera de las estelas y la capa límite. Este se define de la siguiente manera a través de la siguiente relación cinemática:

$$\vec{V}(\vec{R}, t) = \nabla \Psi(\vec{R}, t) \quad (2)$$

La dependencia explícita del tiempo en la ecuación de Laplace se introduce a través de las condiciones de contorno (Katz and Plotkin, 1991; Preidikman and Mook, 2000). La primera condición de contorno requerida es la comúnmente llamada “condición de no penetración”. Esta condición estipula que: sobre las paredes del sólido, la componente normal de la velocidad de una partícula de fluido relativa al sólido debe ser nula.

Para el flujo exterior debe imponerse una condición en el infinito. En el infinito las perturbaciones  $\vec{V}$  debidas al cuerpo moviéndose a través del fluido que estaba inicialmente en reposo se anulan.

## 2.1 Método de Red de Vórtices Inestacionario

En el método de red de vórtices inestacionario, se reemplazan las sábanas vorticosas adheridas continuas por una red de pequeños segmentos rectos (o paneles), cada uno de circulación concentrada  $\Gamma_i(t)$  en un único vórtice ubicado sobre este. Cada vórtice está ubicado en el cuarto de la longitud de cada panel. Además, en cada paso de cálculo, se coloca un vórtice de circulación  $\Gamma_{wt}$  en la cercanía del borde de fuga y otro de circulación  $\Gamma_{swt}$  cerca del borde de ataque. Estos vórtices son los que en cada paso de cálculo se convectan al seno fluido para generar las estelas. Por el principio de conservación del momento angular, la circulación de estos vórtices, una vez convectados, permanece constante.

Debido a que las sábanas vorticosas continuas son reemplazadas por un conjunto discreto de vórtices, la condición de no-penetración, puede ser satisfecha sólo en un número finito de puntos. Estos son los llamados puntos de control de la malla adherida. Los puntos de control están situados a tres cuartos de la cuerda de cada elemento.

## 2.2 Imposición de la Condición de No-Penetración

Una vez discretizada la sábana vorticosa adherida, el paso siguiente es imponer la condición de no penetración sobre la superficie sólida.

Se define el coeficiente de influencia aerodinámico  $a_{ij}$  como la componente normal a la superficie del sólido en el punto de control del panel “ $i$ ” de la velocidad asociada al vórtice adherido de intensidad unitaria ubicado en el panel “ $j$ ”. Matemáticamente se expresa:

$$a_{ij} = (u, w)_{ij} \cdot \hat{n} \quad (3)$$

donde  $u$  y  $w$  son las componentes de la velocidad asociada al vórtice del panel  $j$  en el punto de

control  $i$  y  $\hat{n}$  es el versor normal a la superficie en ese punto de control.

El cumplimiento de las condiciones de contorno en la superficie del perfil aerodinámico requiere que en cada punto de control la componente normal de la velocidad relativa fluido/sólido sea nula. La especificación de las condiciones de contorno para todos puntos de control ubicados sobre la superficie del perfil aerodinámico resulta en el siguiente sistema de ecuaciones algebraicas lineales, cuyos coeficientes pueden ser constantes o variables según sea la superficie sólida rígida o deformable (Valdez, 2006a, b):

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1NP} & a_{1W} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2NP} & a_{2W} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{NP1} & a_{NP2} & \cdots & a_{NPNP} & a_{NPW} \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Gamma_1 \\ \Gamma_2 \\ \cdots \\ \Gamma_{NP} \\ \Gamma_{Wt} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} RHS_1 \\ RHS_2 \\ \cdots \\ RHS_{NP} \\ \Gamma_B(t - \Delta t) \end{Bmatrix} \quad (4)$$

donde:  $\Gamma_j$  es la intensidad del vórtice adherido ubicado en el panel  $j$ ;  $\Gamma_{Wt}$  es la intensidad del vórtice del borde de fuga;  $NP$  es el número de paneles de la red de vórtices adherida; y  $RHS_j$  (Right-Hand Side) es el lado derecho de la ecuación  $j$  ( $j \leq NP$ ), que se obtiene según (5).

$$RHS_j = - [U(t) + u_w, W(t) + w_w]_j \cdot \hat{n}_j \quad j \leq NP \quad (5)$$

donde  $[U(t), W(t)]_j$  son las componentes de la velocidad del punto de control  $j$ ; y  $(u_w, w_w)_j$  son las componentes de la velocidad en el punto de control  $j$ , asociada a los vórtices de la estela. La influencia de la estela puede ser calculada ya que la ubicación y la intensidad de todos los vórtices sobre la misma son conocidas.

La ecuación (4) puede expresarse en notación matricial como sigue:

$$[\mathbf{A}] \{\underline{\Gamma}\} = \{\underline{RHS}\} \quad (6)$$

donde  $\mathbf{A}$  es la matriz de coeficientes de influencia;  $\underline{\Gamma}$  es el vector de circulaciones incógnitas; y  $\underline{RHS}$  es el vector lado derecho. La última ecuación de (4) representa la condición de conservación de la circulación expresada por el Teorema de Kelvin.

Los detalles del modelo empleado para tener en cuenta la separación de flujo desde el borde de ataque puede consultarse en Valdez (2006a), Katz (1981), y Katz and Plotkin (1991).

### 3 INTERACCIÓN AERODINÁMICA ENTRE DOS PERFILES

En esta sección se analiza la interacción aerodinámica experimentada por dos perfiles aerodinámicos moviéndose simultáneamente en el mismo seno fluido. El movimiento de estos perfiles corresponde a movimientos característicos del aleteo de insectos y aves pequeñas.

Se simulan casos en los cuales dos insectos o aves pequeñas vuelan muy próximos uno del otro porque se sospecha que la interacción aerodinámica entre los flujos generados por ambos es responsable de algún efecto significativo, tanto en la generación de sustentación como en el empleo eficiente de la energía puesta en juego.

La extensión del modelo anterior para tener en cuenta esta nueva situación se logra fácilmente teniendo en cuenta, además de la interacción entre paneles de un mismo perfil discutida anteriormente, la interacción aerodinámica “cruzada” que los vórtices adheridos a uno de los perfiles genera sobre los puntos de control del otro perfil.

La condición de no penetración en todos los puntos de control de ambos perfiles se

traduce, en consecuencia, en el siguiente sistema de ecuaciones algebraicas lineales:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{A}_{11} & \mathbf{A}_{12} \\ \mathbf{A}_{21} & \mathbf{A}_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \underline{\Gamma}_1 \\ \underline{\Gamma}_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \underline{RHS}_1 \\ \underline{RHS}_2 \end{Bmatrix} \quad (7)$$

donde  $\mathbf{A}_{ij}$  es la matriz de coeficientes de influencia aerodinámicos de los vórtices ubicados en el perfil  $j$ , sobre los puntos de control ubicados sobre el perfil  $i$ ;  $\underline{\Gamma}_1$  y  $\underline{\Gamma}_2$  son los vectores de circulaciones incógnitas correspondientes a las redes de vórtices adheridas al perfil 1 y 2 respectivamente; y  $\underline{RHS}_1$  y  $\underline{RHS}_2$  son los vectores lado derecho correspondientes a los perfiles 1 y 2 respectivamente, calculados según (5).

Las matrices  $\mathbf{A}_{11}$  y  $\mathbf{A}_{22}$  tienen la forma de la matriz en la ecuación (4). La imposición de la condición de Kelvin se realiza para cada perfil por separado. Es decir, se establece que las circulaciones alrededor de cada una de las dos curvas fluidas cerradas que en todo momento encierran a los perfiles y sus estelas, se mantienen constantes.

Es importante notar que si los perfiles no sufren deformaciones durante todo el tiempo de cálculo, las matrices  $\mathbf{A}_{11}$  y  $\mathbf{A}_{22}$  permanecen constantes, no así las matrices  $\mathbf{A}_{12}$  y  $\mathbf{A}_{21}$  las cuales cambian si los perfiles tienen movimiento relativo uno respecto del otro. Las matrices  $\mathbf{A}_{12}$  y  $\mathbf{A}_{21}$  tienen la siguiente forma:

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1NP} & a_{1W} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2NP} & a_{2W} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{NP1} & a_{NP2} & \cdots & a_{NPNP} & a_{NPW} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (8)$$

donde  $a_{ij}$  es la componente normal a la superficie del perfil 1 o 2 en el punto de control del panel  $i$  de la velocidad asociada al vórtice ubicado en el panel  $j$  del perfil 2 ó 1, respectivamente.

## 4 EFECTO SUELO

En esta sección se desarrolla un modelo que permita captar la interacción aerodinámica producida por la presencia de un contorno sólido, particularmente el suelo. Este efecto, conocido como efecto suelo, se estudia con el fin de obtener conclusiones acerca de los beneficios subyacentes a este fenómeno en la generación de sustentación a bajas velocidades, particularmente durante las fases de despegue y aterrizaje o durante el vuelo conocido como “hover” en la cercanía del suelo. Para modelar este problema emplearemos dos aproximaciones muy distintas desde el punto de vista conceptual.

La primera aproximación consiste en el empleo del conocido “método de las imágenes”. La segunda aproximación consiste en la discretización del suelo mediante una red de vórtices similar a la empleada para modelar las capas límites y las estelas en los perfiles aerodinámicos.

### 4.1 Modelo del Efecto suelo a través del método de las imágenes

El método de las imágenes es una estrategia muy conocida que permite modelar en forma sencilla el efecto que la presencia del suelo provoca sobre el campo de movimiento generado por un perfil aerodinámico. En este caso, por tratarse de un modelo bidimensional, el suelo se representa por una línea.

Este método se basa en propiedades de simetría y puede enunciarse como sigue: “el campo de movimiento generado por un cuerpo sólido moviéndose en las cercanías de una pared plana es equivalente al campo de movimiento generado por el mismo cuerpo moviéndose a la

par de otro cuerpo, de manera que el segundo cuerpo, así como su movimiento, es una imagen especular del primero respecto a un eje de simetría ubicado en el lugar donde se ubicaba la pared”. Es importante notar que este enunciado es una consecuencia directa de la linealidad de la ecuación de Laplace por la cual es válido el principio de superposición de efectos.

La implementación de este método requiere, entonces, introducir una imagen especular del perfil y de sus estelas al otro lado de un eje de simetría coincidente con la ubicación del suelo. Las circulaciones de los correspondientes vórtices del sistema imagen son iguales y de sentido contrario (signo opuesto) a las correspondientes al sistema real. El movimiento de ambos sistemas es simétrico en relación al suelo. Resulta claro que la condición de no-penetración se cumple automáticamente sobre el eje de simetría del sistema en cualquier instante. En consecuencia, este eje se convierte en una línea de corriente. Esta aproximación es equivalente a considerar un suelo infinito y plano.

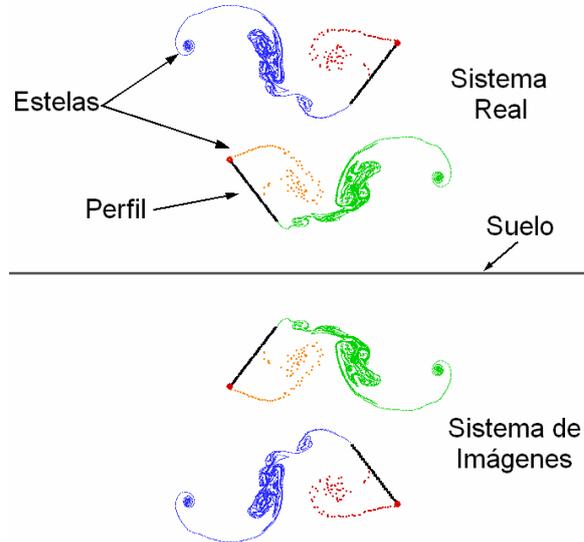


Figura 1: Modelo de efecto suelo con imágenes

En la [Figura 1](#) se puede observar la implementación del método de las imágenes para un caso consistente en dos perfiles moviéndose en el seno fluido en las cercanías del suelo.

Desde el punto de vista del planteo matemático del problema, la incorporación de un sistema de imágenes no genera ninguna complicación adicional al caso presentado en la ecuación (4). Basta recordar que las circulaciones en el sistema de imágenes son iguales y de signo opuesto a las correspondientes al sistema real. Por lo tanto, en cada paso de cálculo, las circulaciones de los vórtices de las estelas en el sistema de imágenes son conocidas mientras que las circulaciones de los vórtices adheridos a los perfiles en el sistema de imágenes forman parte de la solución.

La presencia del sistema de imágenes afecta al planteo de las condiciones de no penetración de dos manera distintas. La primera es la influencia de la vorticidad de las estelas del sistema de imágenes sobre los puntos de control de las redes adheridas a los perfiles en el sistema real. Esta influencia se suma al lado derecho (*RHS*) en la ecuación (4). La segunda es la influencia de la vorticidad adherida a los perfiles en el sistema de imágenes sobre los puntos de control de las redes adheridas a los perfiles en el sistema real. Esto deriva en el armado de una nueva matriz de coeficientes de influencia aerodinámica de igual cantidad de filas y columnas que la matriz del sistema (8), en general dependiente del tiempo, que llamaremos **G**. El planteo de las condiciones de contorno resulta, entonces:

$$[\mathbf{A}]\{\underline{\Gamma}\} + [\mathbf{G}]\{-\underline{\Gamma}\} = \{\underline{RHS}\}^R + \{\underline{RHS}\}^I \Rightarrow [\mathbf{A} - \mathbf{G}]\{\underline{\Gamma}\} = \{\underline{RHS}\} \quad (9)$$

donde los supra-índices *R* y *I* se refieren a sistema real y sistema de imágenes respectivamente.

Para el caso general de dos perfiles la matriz **G** tiene la siguiente forma:

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} \mathbf{G}_{11} & \mathbf{G}_{12} \\ \mathbf{G}_{21} & \mathbf{G}_{22} \end{bmatrix} \quad (10)$$

donde  $\mathbf{G}_{ij}$  es la matriz de coeficientes de influencia aerodinámicos de los vórtices ubicados en perfil imagen *j* sobre los puntos de control ubicados sobre el perfil *i* del sistema real. Cada una de estas submatrices tiene la forma dada por la ecuación (8).

## 4.2 Modelo del efecto suelo con el método de red de vórtices

Una alternativa aún más interesante, teniendo en cuenta sus posibles aplicaciones, consiste en modelar el suelo a través de una sábana vorticiosa. Luego, esta sábana vorticiosa se discretiza, mediante paneles vorticosos, de la misma manera que los perfiles y las estelas. En este caso, los vórtices discretos se ubican en los nudos de cada elemento y los puntos de control en el centro de los mismos. Esta elección se debe a que en el caso del “suelo” no es necesario cumplir la condición de Kutta (Crighton, 1985). Además la circulación total alrededor de una curva fluida que encierre a la sábana vorticiosa adherida al suelo, permanece constante e idénticamente igual a cero en todo instante de tiempo.

Este caso resulta análogo al de dos perfiles interactuando, con algunas sutilezas en la construcción de la matriz de influencia aerodinámica  $\mathbf{A}_{22}$ . En este caso, la misma resulta cuadrada, de orden  $NP_G+1$  donde  $NP_G$  es la cantidad de paneles empleados para discretizar la sábana vorticiosa adherida al “suelo”. La matriz  $\mathbf{A}_{22}$  tiene la misma forma que la matriz  $\mathbf{A}$  de la ecuación (4).

En el caso más general de dos perfiles interactuando en las cercanías del suelo, el sistema de ecuaciones (7) se transforma en el siguiente:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{A}_{11} & \mathbf{A}_{12} & \mathbf{A}_{13} \\ \mathbf{A}_{21} & \mathbf{A}_{22} & \mathbf{A}_{23} \\ \mathbf{A}_{31} & \mathbf{A}_{32} & \mathbf{A}_{33} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \underline{\Gamma}_1 \\ \underline{\Gamma}_2 \\ \underline{\Gamma}_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \underline{RHS}_1 \\ \underline{RHS}_2 \\ \underline{RHS}_3 \end{Bmatrix} \quad (11)$$

donde el subíndice “3” se refiere a la red de vórtices adherida al “suelo”;  $\mathbf{A}_{i3}$  y  $\mathbf{A}_{3j}$  son, en consecuencia, las matrices de influencia aerodinámica de la red de vórtices adherida al suelo con respecto a los puntos de control del perfil  $i$ ; y de la red de vórtices adherida al perfil  $j$  con respecto a los puntos de control del suelo, respectivamente.  $\mathbf{A}_{33}$  es la matriz de influencia aerodinámica de los vórtices adheridos al suelo sobre los puntos de control ubicados en el suelo.

Con esta alternativa es posible considerar superficies no planas e incluso superficies libres, como por ejemplo la superficie de un líquido.

## 5 EVALUACIÓN DE LAS CARGAS AERODINÁMICAS

El cálculo de las cargas aerodinámicas en todos los casos anteriores se realiza de la misma manera que en el caso sencillo de un único perfil moviéndose en el seno fluido, pero ahora teniendo en cuenta la influencia cruzada entre los perfiles y del suelo. El salto de presiones en cada punto de control de la red de vórtices adherida al perfil se obtiene a partir de la versión inestacionaria de la ecuación de Bernoulli y puede expresarse como sigue:

$$(\Delta p)_i = (p_L - p_U)_i = \frac{1}{2} \rho (V_U^2 - V_L^2)_i + \rho \left( \left. \frac{\partial \Psi}{\partial t} \right|_U - \left. \frac{\partial \Psi}{\partial t} \right|_L \right)_i \quad (12)$$

donde  $\Psi$  es el potencial de velocidades;  $V$  es el módulo de la velocidad de una partícula fluida. Los subíndices  $U$  y  $L$  indican un punto por encima y por debajo del punto de control  $i$ , respectivamente. Los detalles sobre cada uno de los términos de la expresión anterior pueden consultarse en Preidikman and Mook (2000).

## 6 RESULTADOS

A continuación se presentan algunos resultados obtenidos con la herramienta computacional desarrollada. Se consideran casos estacionarios en los que se desea determinar la influencia del suelo y casos inestacionarios en los que se simulan tanto la interacción entre dos perfiles como el efecto suelo.

### 6.1 Caso estacionario

Aquí se analiza el efecto suelo par el caso estacionario, es decir, el perfil se encuentra detenido e inmerso en una corriente uniforme de velocidad unitaria  $V_\infty$ . La distancia del centro del perfil al suelo es de 0.55 cuerdas.

En la [Figura 2](#) se puede observar la evolución temporal de  $C_l$  y de  $C_d$  para distintos ángulos de ataque empleando el método de las imágenes. En la [Figura 3](#) se presentan los resultados obtenidos empleando una red de vórtices. En este último caso, la longitud del suelo es de 20 cuerdas corriente abajo y 2 cuerdas corriente arriba y se emplean 500 paneles para discretizarlo.

En la [Figura 4](#) se grafica la evolución de los coeficientes aerodinámicos para el mismo caso anterior pero sin la presencia del suelo. En la [Figura 5](#) se presenta la comparación de las curvas de  $C_l(\alpha)$  y  $C_d(\alpha)$  para las tres variantes anteriormente mencionadas.

Como se puede observar, los resultados obtenidos con uno y otro modelo del suelo son similares. Se puede apreciar que la presencia del suelo produce un aumento en la pendiente de sustentación mientras que a elevados ángulos de ataque, cuando se lo compara con el caso sin suelo, uno de los modelos predice un valor mayor del  $C_l$  y el otro un valor menor. Estos resultados son consistentes con los resultados obtenidos por [Coulliette and Plotkin \(1995\)](#) los cuales demostraron que el efecto suelo efectivamente aumenta la sustentación total a pequeños ángulos de ataque. En cuanto al  $C_d$ , no existen diferencias significativas entre los tres casos anteriores.

Sin embargo, comparando las [Figura 2](#) y [3](#) con la [Figura 4](#) se observa que el efecto suelo es significativo en la región transitoria tanto del  $C_l$  como del  $C_d$ .

Debido a la naturaleza de los movimientos de aleteo que son sumamente rápidos, es el efecto transitorio del suelo, más que el estacionario, el que podría aportar algún beneficio.

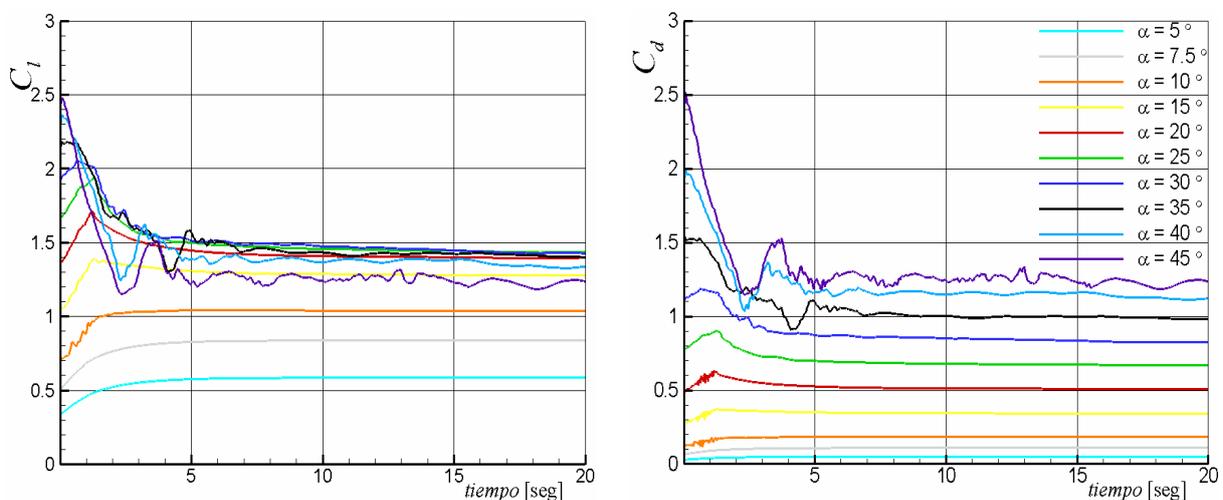


Figura 2: Evolución temporal de  $C_l$  y de  $C_d$  - Método de las Imágenes

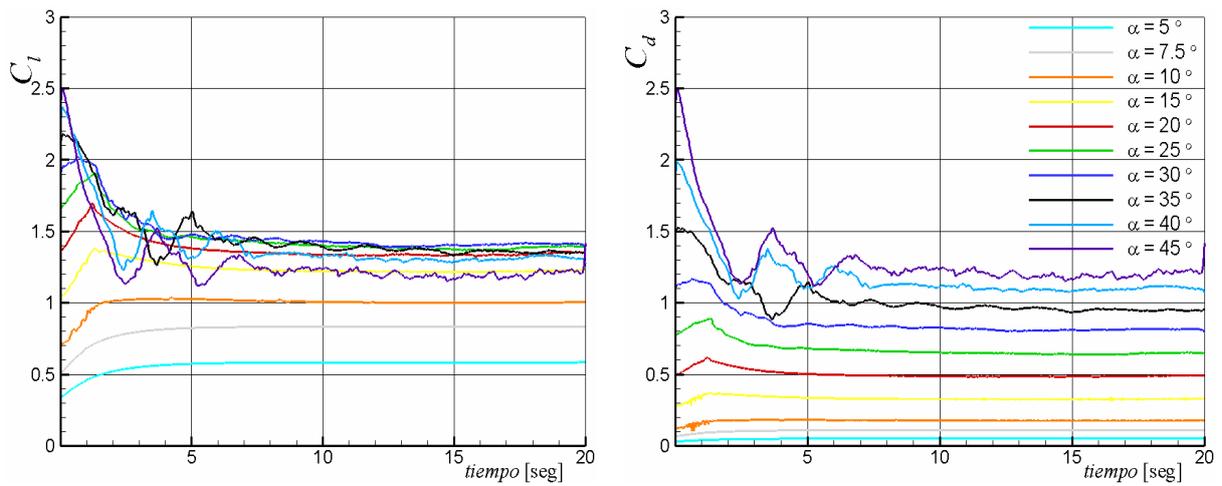


Figura 3: Evolución temporal de  $C_l$  y de  $C_d$  - Método de Red de Vórtices

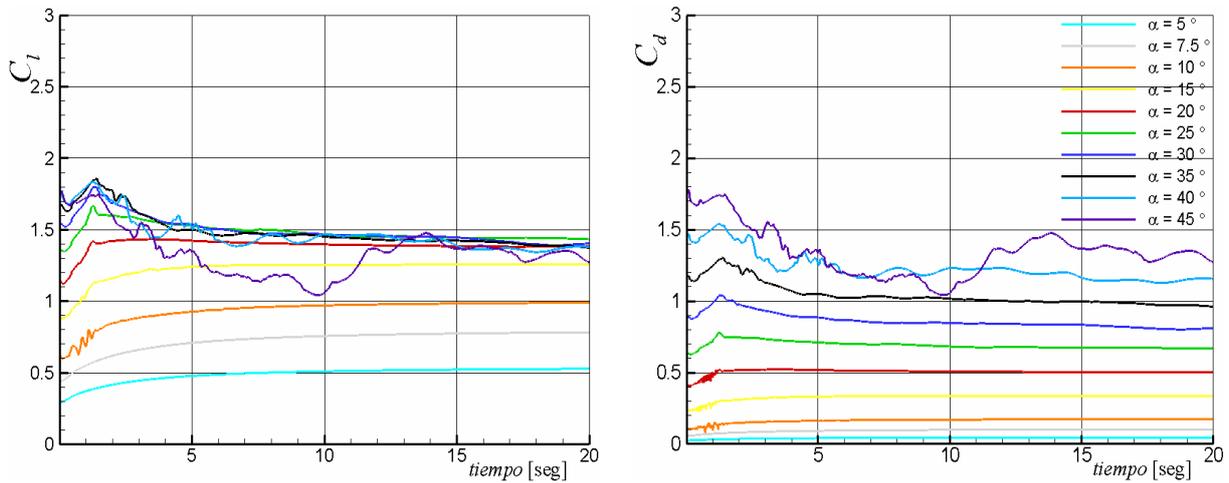


Figura 4: Evolución temporal de  $C_l$  y de  $C_d$  sin efecto suelo

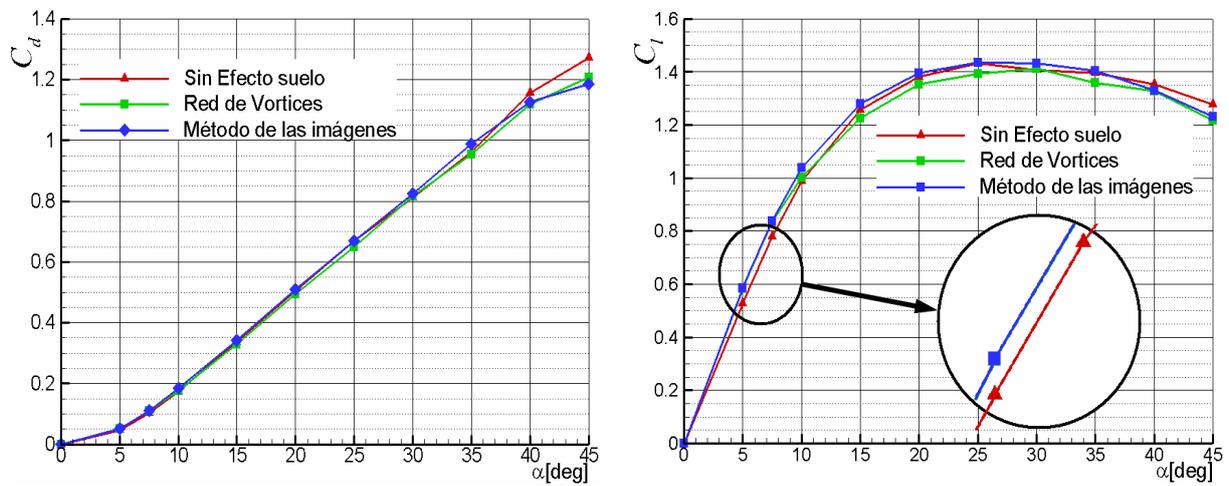


Figura 5: Coeficientes aerodinámicos  $C_l$  y  $C_d$  en función de  $\alpha$

## 6.2 Casos inestacionarios

Se analiza una placa plana realizando un movimiento de traslación alternativo combinado con una rotación alrededor de su eje, en fase con la traslación. Este movimiento fue previamente estudiado por Valdez (2006a, 2006b) y Wang et al. (2004) sin la presencia del suelo.

El movimiento del perfil, para el análisis bidimensional, está dado por (13):

$$X(t) = 1.4 \cos(2\pi nt) \quad \alpha_{sp}(t) = \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{4} \sin(2\pi nt) \quad (13)$$

donde  $X(t)$  es la coordenada global del centro de rotación del perfil,  $\alpha_{sp}(t)$  es el ángulo de rotación medido con respecto al eje horizontal y  $n = 0.25$  Hz es la frecuencia de aleteo.

Para el cálculo de los coeficientes aerodinámicos el programa se corrió una cantidad de pasos equivalentes a 4 ciclos completos de aleteo. Para la comparación de los resultados se emplea la adimensionalización propuesta por Wang et al. (2004), en la cual las fuerzas son normalizadas con respecto a la máxima fuerza cuasi-estacionaria obtenida en los 4 ciclos (Valdez 2006b).

### 6.2.1 Caso 1: Placa plana “aleteando” a distintas alturas

En este caso se analiza una placa plana realizando el movimiento descrito por (13) a distintas alturas. Los resultados obtenidos, que se muestran en la Figura 6, ponen en evidencia una clara tendencia al aumento del  $C_l$  y  $C_d$  conforme disminuye la altura  $h$  desde el suelo hasta el perfil. De lo anterior se puede concluir que el efecto suelo tiene realmente una influencia positiva sobre las características aerodinámicas, situación altamente favorable en las fases de despegue y aterrizaje de un insecto o ave pequeña.

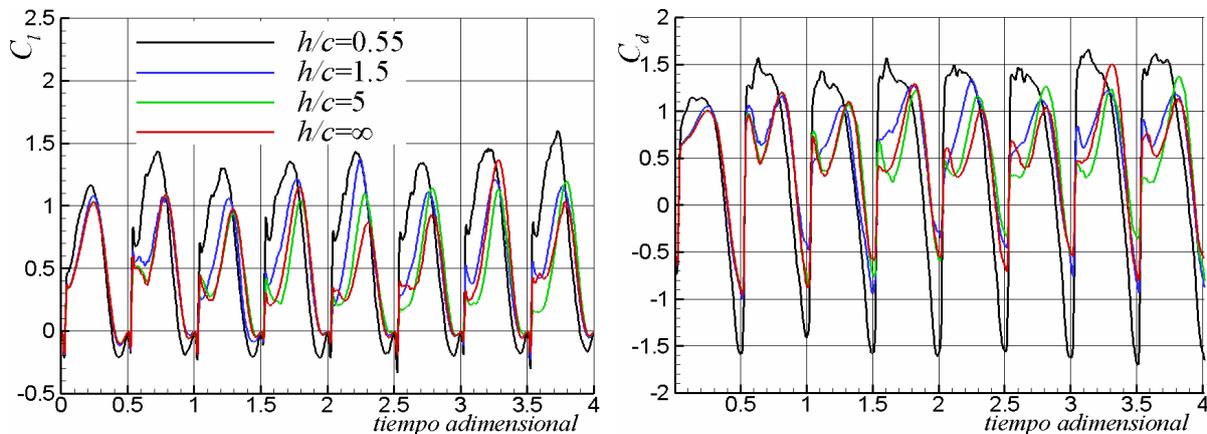


Figura 6: Variación temporal de  $C_l$  y de  $C_d$  normalizadas para distintas alturas

### 6.2.2 Caso 2: Interacción aerodinámica entre dos perfiles

A continuación se presentan los resultados obtenidos para dos placas planas “aleteando” en el mismo seno fluido y separadas por una distancia vertical “ $e$ ” variable. El movimiento de ambas placas está caracterizado por (13). La separación vertical entre las placas corresponde a la separación entre los respectivos centros de rotación, ubicados a la mitad de la cuerda en ambos casos.

En la Figura 7 y en la Figura 8 se puede observar la variación temporal de  $C_l$  y de  $C_d$  para el caso donde las placas aletean en contra fase. Como se puede apreciar, la influencia de la placa inferior sobre la placa superior no resulta significativa. Sin embargo, para la placa inferior, que se mueve en medio de las estelas generadas por la placa superior, el efecto de acercar ambas placas disminuye los valores máximos tanto del  $C_l$  como del  $C_d$ .

En la [Figura 9](#) y en la [Figura 10](#) se presenta la variación temporal de  $C_l$  y  $C_d$  para las dos placas planas “aleteando” en fase. Aquí, conforme las placas se acercan entre sí, se puede notar la aparición de algunos picos pronunciados tanto para la placa superior como para la placa inferior, siendo más notable el efecto en esta última.

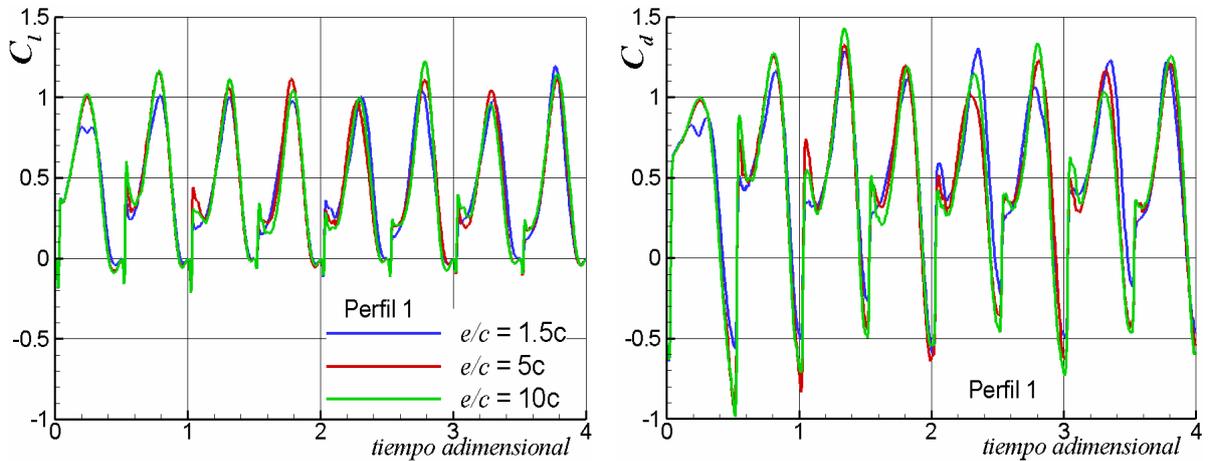


Figura 7: Variación temporal de  $C_l$  y de  $C_d$  en la placa superior para movimiento en contra-fase

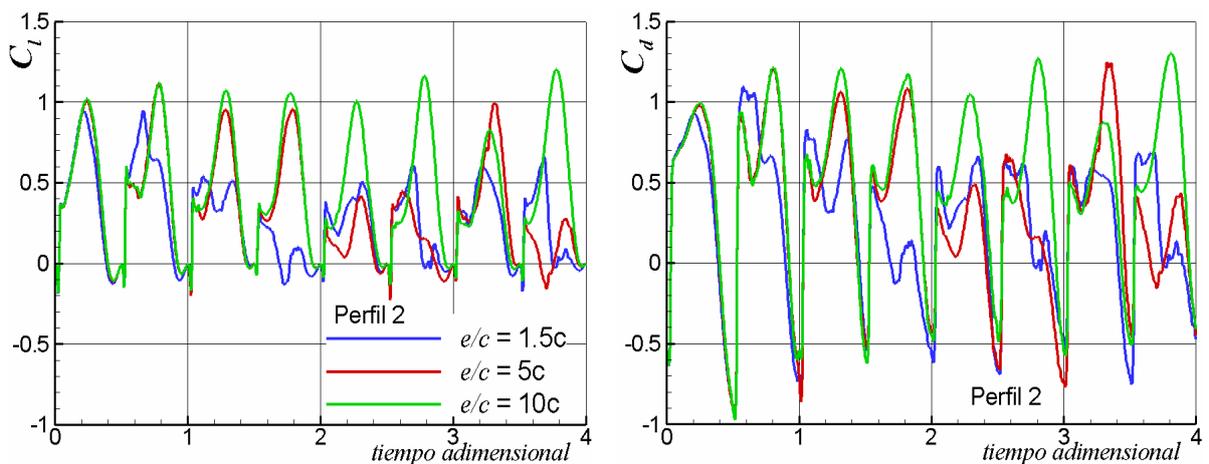


Figura 8: Variación temporal de  $C_l$  y de  $C_d$  en la placa inferior para movimiento en contra-fase

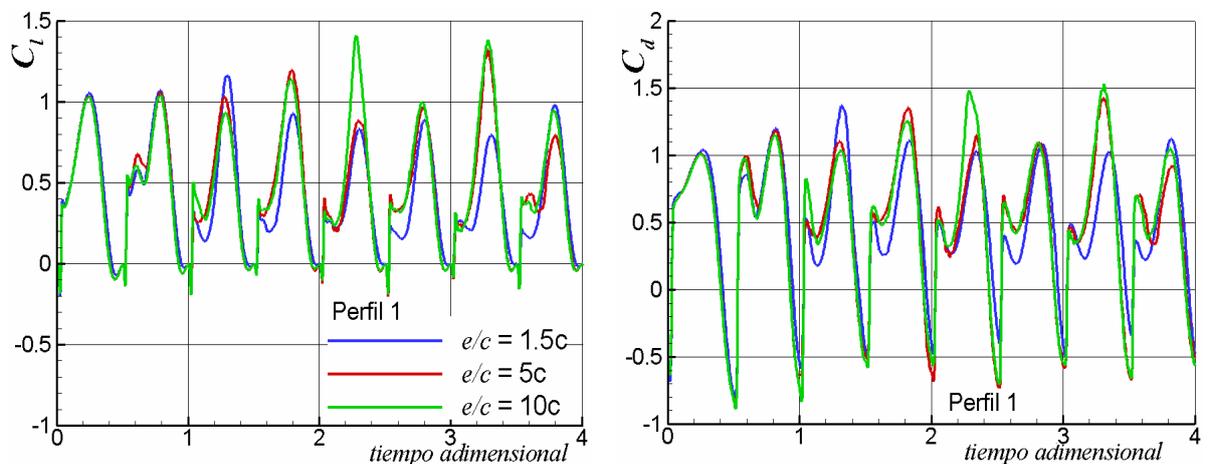


Figura 9: Variación temporal de  $C_l$  y de  $C_d$  en la placa superior para movimiento en fase

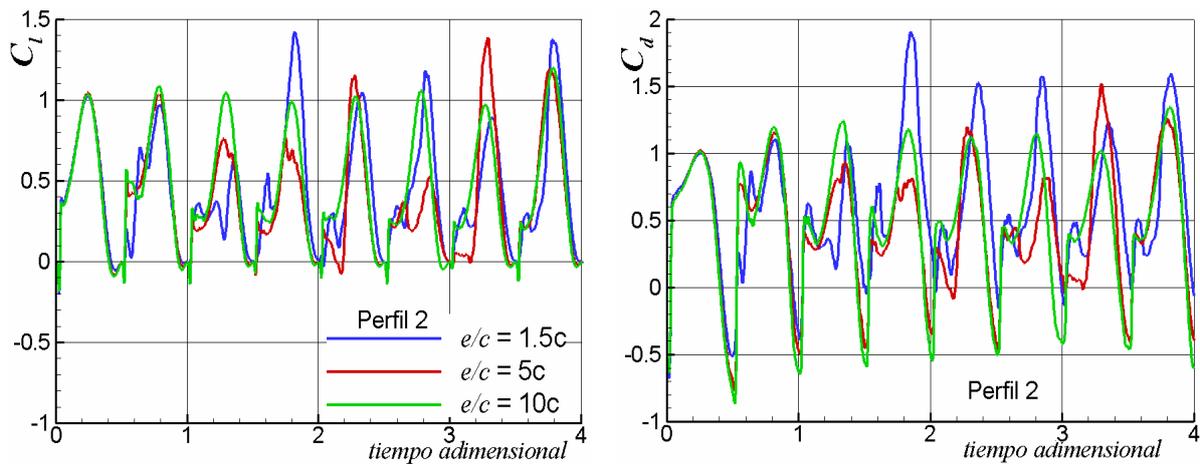


Figura 10: Variación temporal de  $C_l$  y de  $C_d$  en la placa inferior para movimiento en contra-fase

### 6.2.3 Caso 3: Mecanismo de “Aplauso y Separación”

El vuelo de los insectos diminutos merece especial atención debido a que su estudio reviste mucho interés en la construcción de micro-robots. La característica más importante del aleteo de estos insectos es el mecanismo denominado “aplauso y separación” (Weis-Fogh, 1975), por el cual ambas alas se juntan sobre el dorso del insecto al final del aleteo. Este mecanismo puede observarse en la Figura 11. Las alas se juntan al final del “upstroke” (A) y se separan en el comienzo del “downstroke” (B y C).

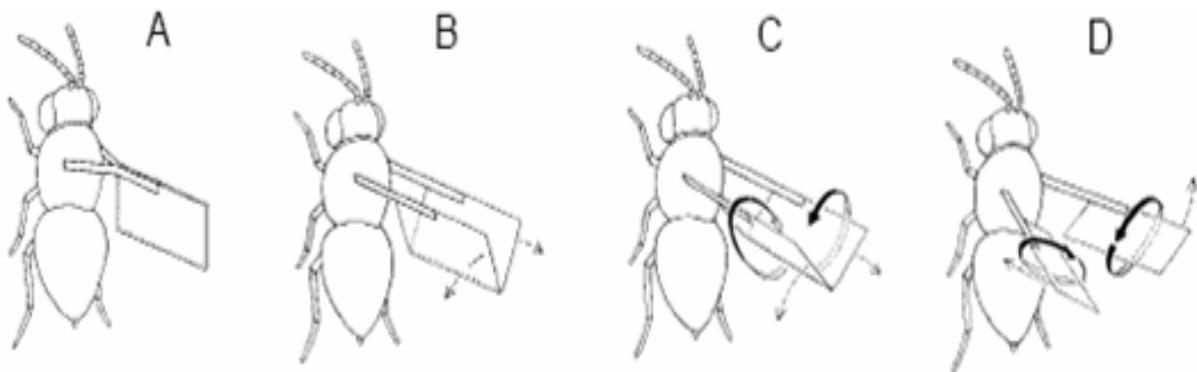


Figura 11: Mecanismo de “aplauso y separación” (Weis-Fogh, 1975)

El movimiento de separación es de gran interés conceptual. Cuando las alas se separan, el aire es succionado a través del espacio entre las superficies superiores de las mismas, creando un vórtice alrededor de cada ala (D). Este vórtice incrementa la velocidad sobre la superficie superior y la disminuye sobre la superficie inferior. Esta diferencia de velocidad, causa una diferencia de presiones y en consecuencia, genera sustentación.

En este trabajo transformamos el problema anterior en el problema de dos placas planas moviéndose en el plano y realizando el mencionado mecanismo de “aplauso y separación”.

Para nuestra simulación, los instantes de tiempo característicos de este mecanismo se identifican de la manera indicada en la Figura 12.

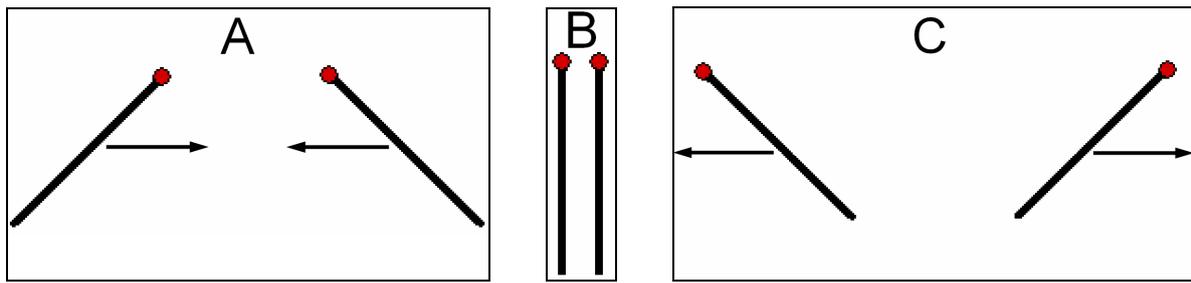


Figura 12: Identificación de los instantes característicos en la simulación numérica

En la [Figura 13](#) se grafica la evolución temporal de  $C_l$  y de  $C_d$  en ambos perfiles, comparadas con el caso de un único perfil realizando el mismo movimiento. En esta figura resulta claro el efecto de la fase de separación de los perfiles (C) sobre el  $C_l$  y sobre el  $C_d$  ya que éstos experimentan un aumento considerable durante esta etapa. Durante la fase de aplauso tiene un efecto negativo sobre el  $C_l$  y positivo sobre el  $C_d$ .

Claramente, la optimización del movimiento de aleteo de manera de potenciar la contribución de la fase de “separación” y de restar influencia a la etapa de “aplauso” resulta en una mayor eficiencia aerodinámica del aleteo completo. Esta optimización es, sin lugar a dudas, realizada por los pequeños insectos que emplean este mecanismo.

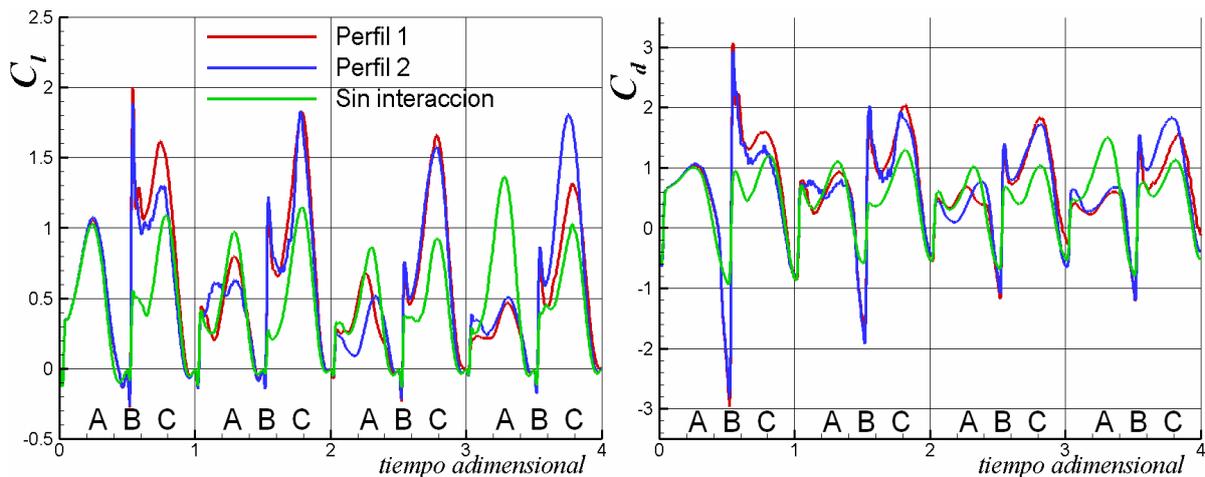


Figura 13: Variación de  $C_l$  y de  $C_d$  durante el mecanismo de “aplauso y separación”

En la [Figura 14](#) se muestra la evolución temporal de las estelas para un período completo de aleteo. En la [Figura 15](#) se puede observar la evolución temporal del campo de presión. El dominio fluido se discretiza mediante una grilla Euleriana (fija en el tiempo y espacio) formada por elementos rectangulares de igual dimensión. Para esta simulación se emplea un total de 22500 nudos: 150 en la dirección horizontal y 150 en la dirección vertical. El campo de velocidades se calcula empleando la expresión bidimensional de la Ley de Biot y Savart ([Valdez, 2006b](#)) en cada nudo de la grilla Euleriana y el cómputo de la diferencia de presión ( $p-p_\infty$ ) se realiza empleando la versión inestacionaria de la ecuación de Bernoulli.

En la [Figura 16](#) se puede observar la evolución temporal y espacial de una gran cantidad de partículas fluidas que se mueven libremente con la velocidad del fluido. Esta visualización es equivalente a adoptar una grilla Lagrangiana donde cada nudo de la misma es una partícula fluida que se deja libre en el seno fluido.

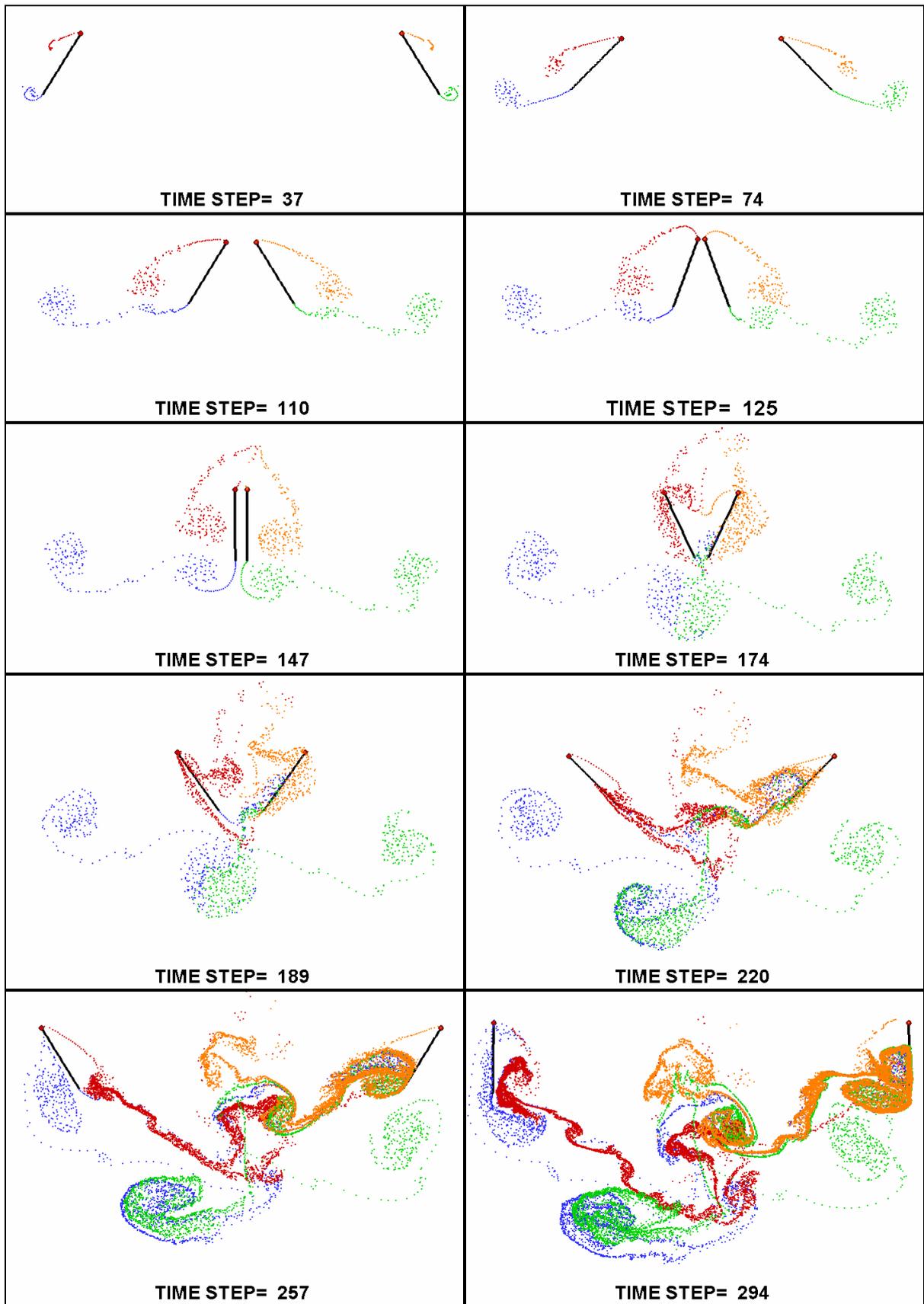


Figura 14: Evolución espacio-temporal de las estelas correspondientes al mecanismo de “aplauso y separación”

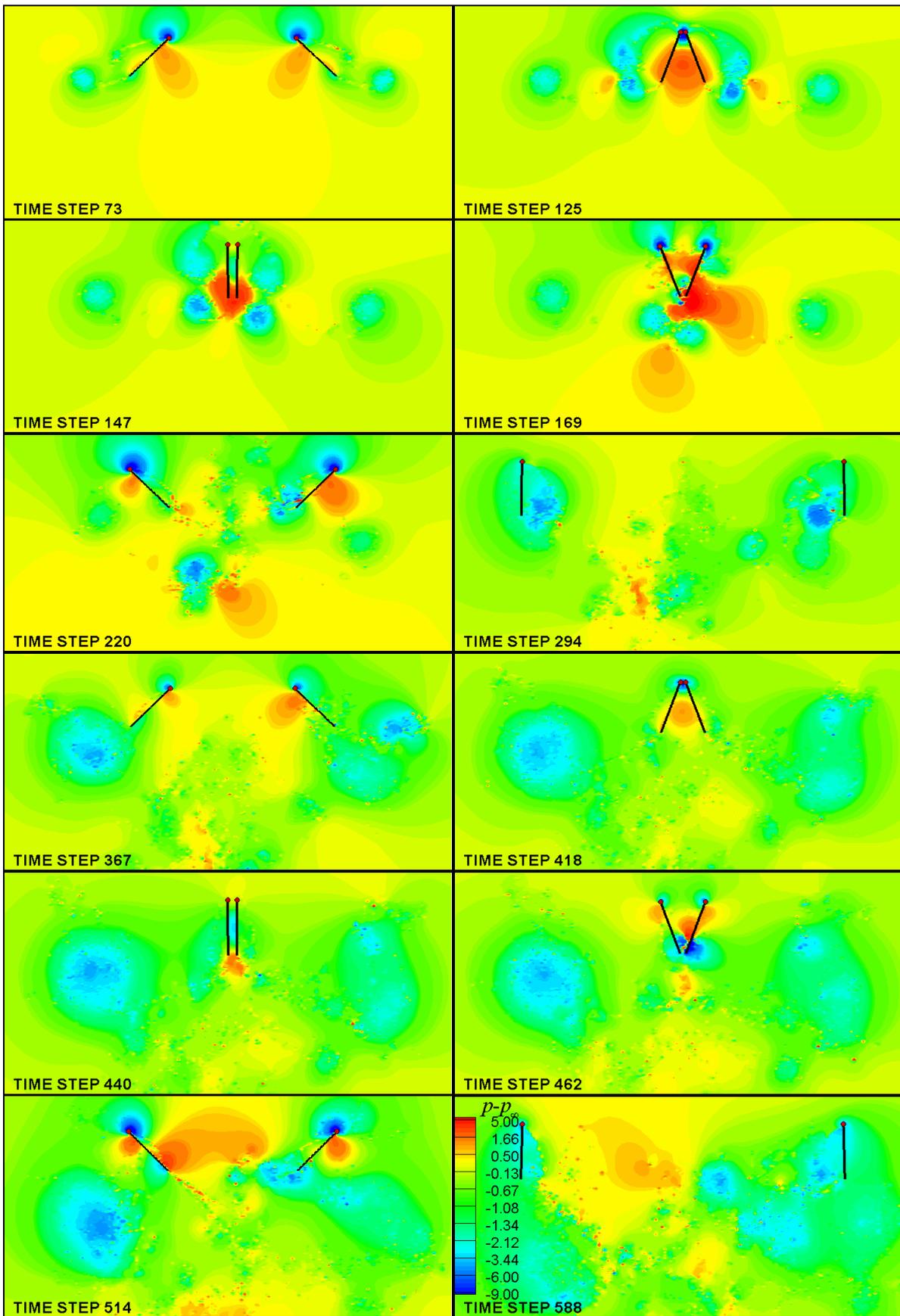


Figura 15: Evolución espacio-temporal del campo de presiones - Mecanismo de “aplauso y separación”

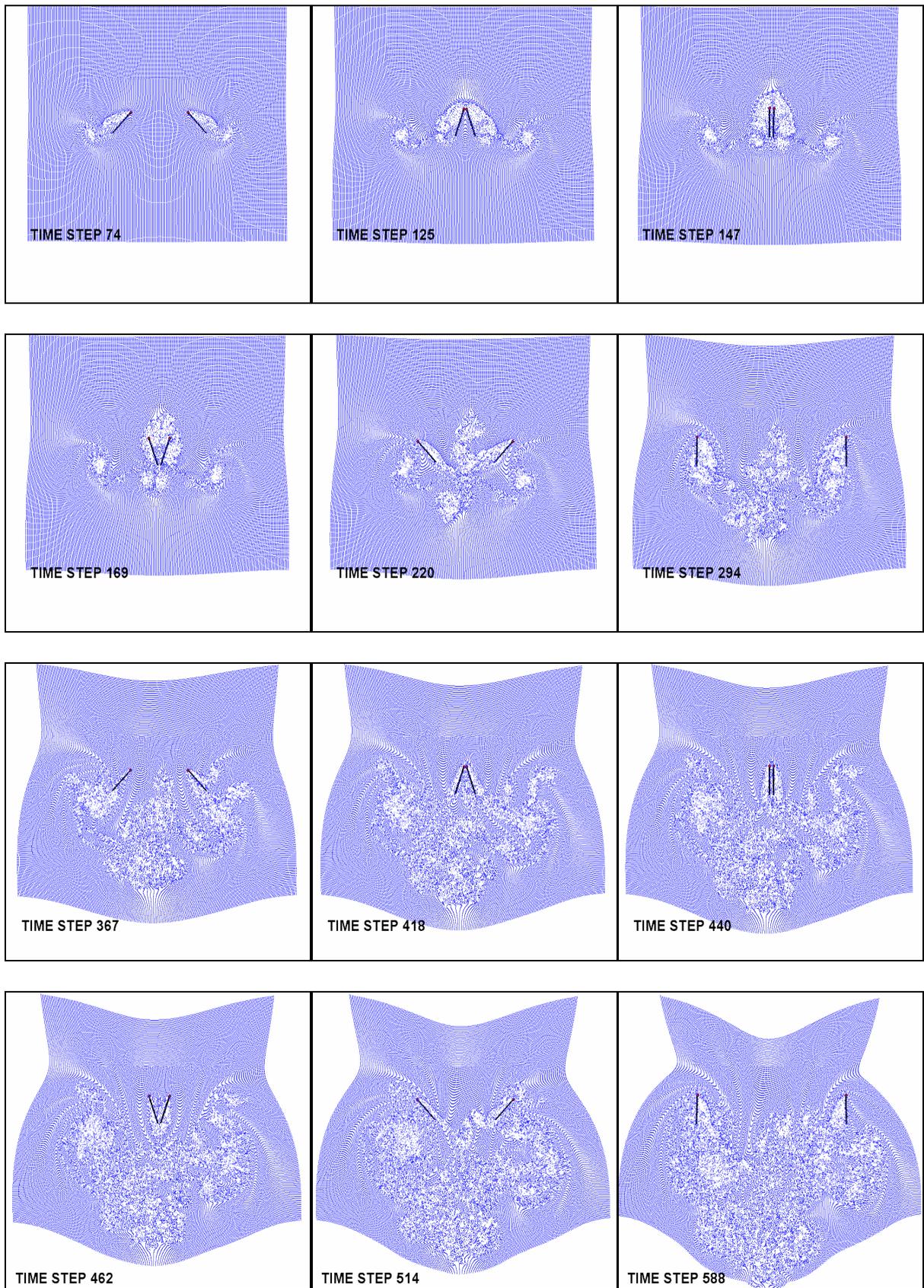


Figura 16: Visualización de partículas asociadas al mecanismo de “aplauso y separación”

### 6.2.4 Caso 4: Dos placas planas y efecto suelo

El caso siguiente corresponde a dos placas planas moviéndose simultáneamente en el mismo seno fluido en presencia del suelo. La cinemática de ambas placas es igual a la de los casos anteriores, pero se incorporara una variación temporal en la coordenada Z caracterizada por una frecuencia igual al doble de la frecuencia del movimiento en X y una amplitud de 0.972 cuerdas.

La función que representa la variación de la coordenada Z es:

$$Z(t) = 0.486 \text{ sen}(2\pi\bar{\omega}t) \quad \text{siendo } \bar{\omega} = 2n \text{ [Hz]} \quad (14)$$

La trayectoria resultante del centro de rotación del perfil tiene forma de un ocho horizontal ( $\infty$ ) tal como se muestra en la [Figura 17](#).

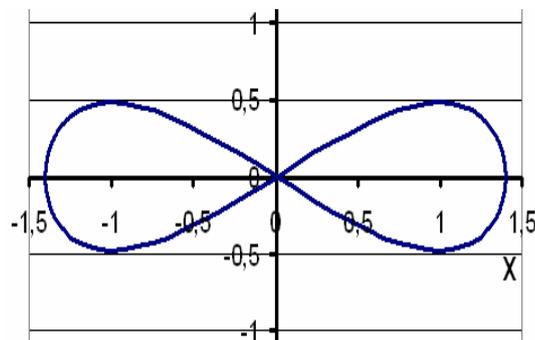


Figura 17: Trayectoria del centro de rotación del perfil

En la [Figura 18](#) se pueden apreciar grandes picos de sustentación obtenidos durante este movimiento para la placa superior. Para la placa inferior tales picos no se presentan.

En la [Figura 19](#) se puede observar la evolución temporal de las estelas para este caso particular. Cada una de las cuatro estelas, dos por cada perfil, se grafica en un color diferente de manera de facilitar su identificación. La simulación corresponde a un período completo de aleteo.

La [Figura 20](#) permite visualizar las partículas para dos períodos completos de aleteo. Esta simulación pone en evidencia la deformación que sufre el contorno fluido así como la influencia del suelo.

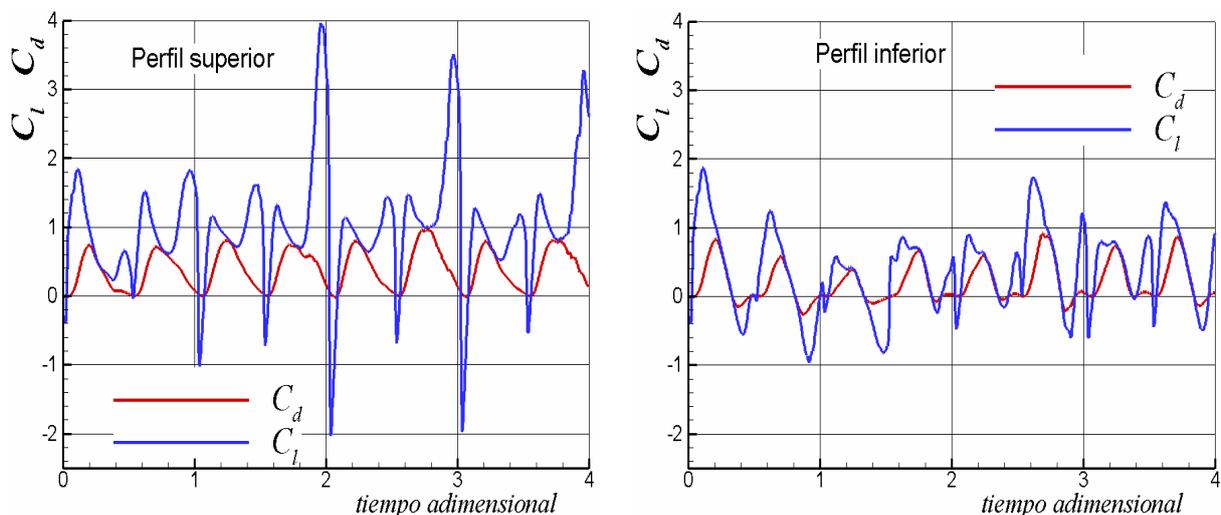


Figura 18: Variación temporal de  $C_l$  y de  $C_d$  para dos placas con efecto suelo

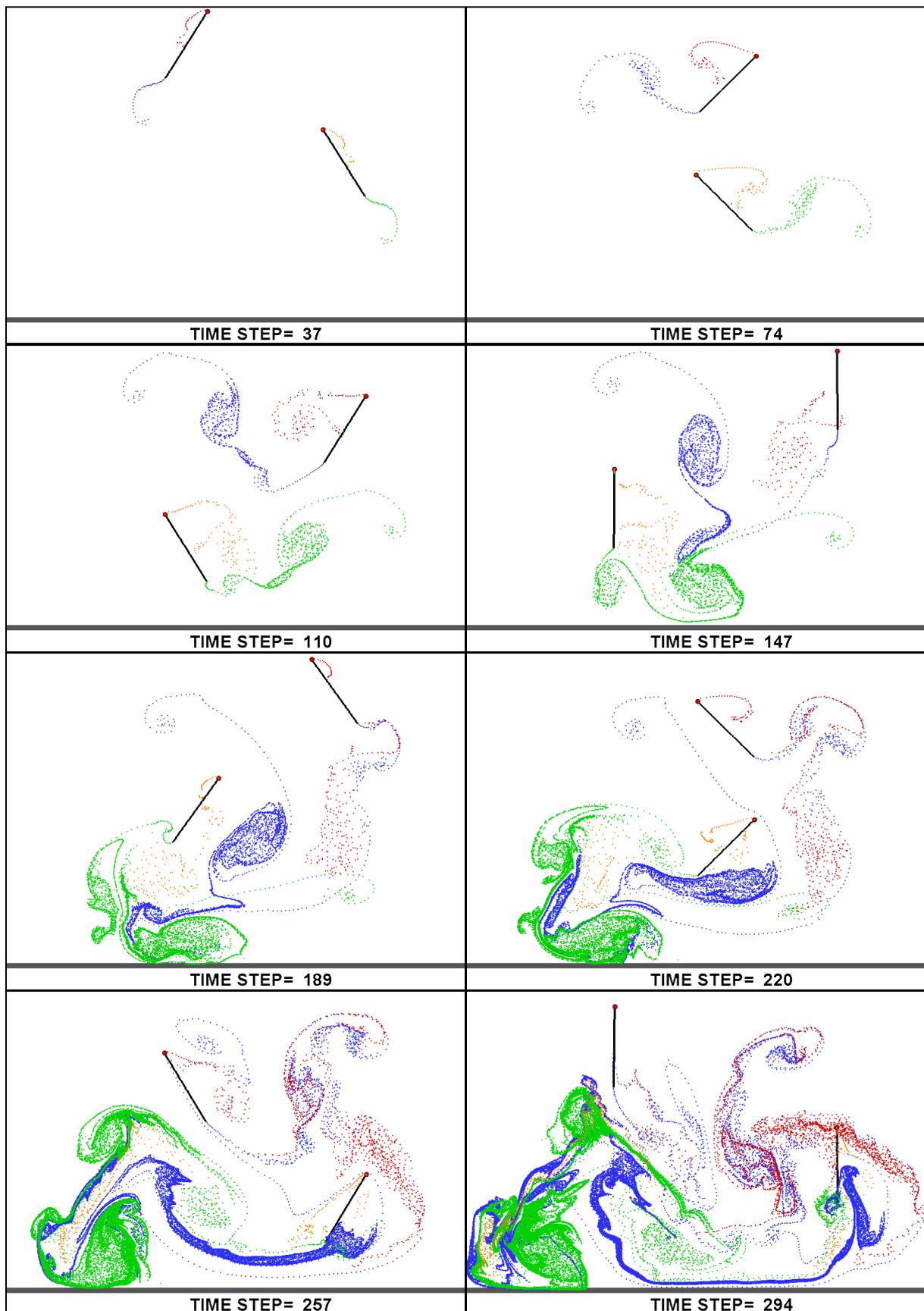


Figura 19: Dos perfiles aleteando con efecto suelo - Método de las Imágenes

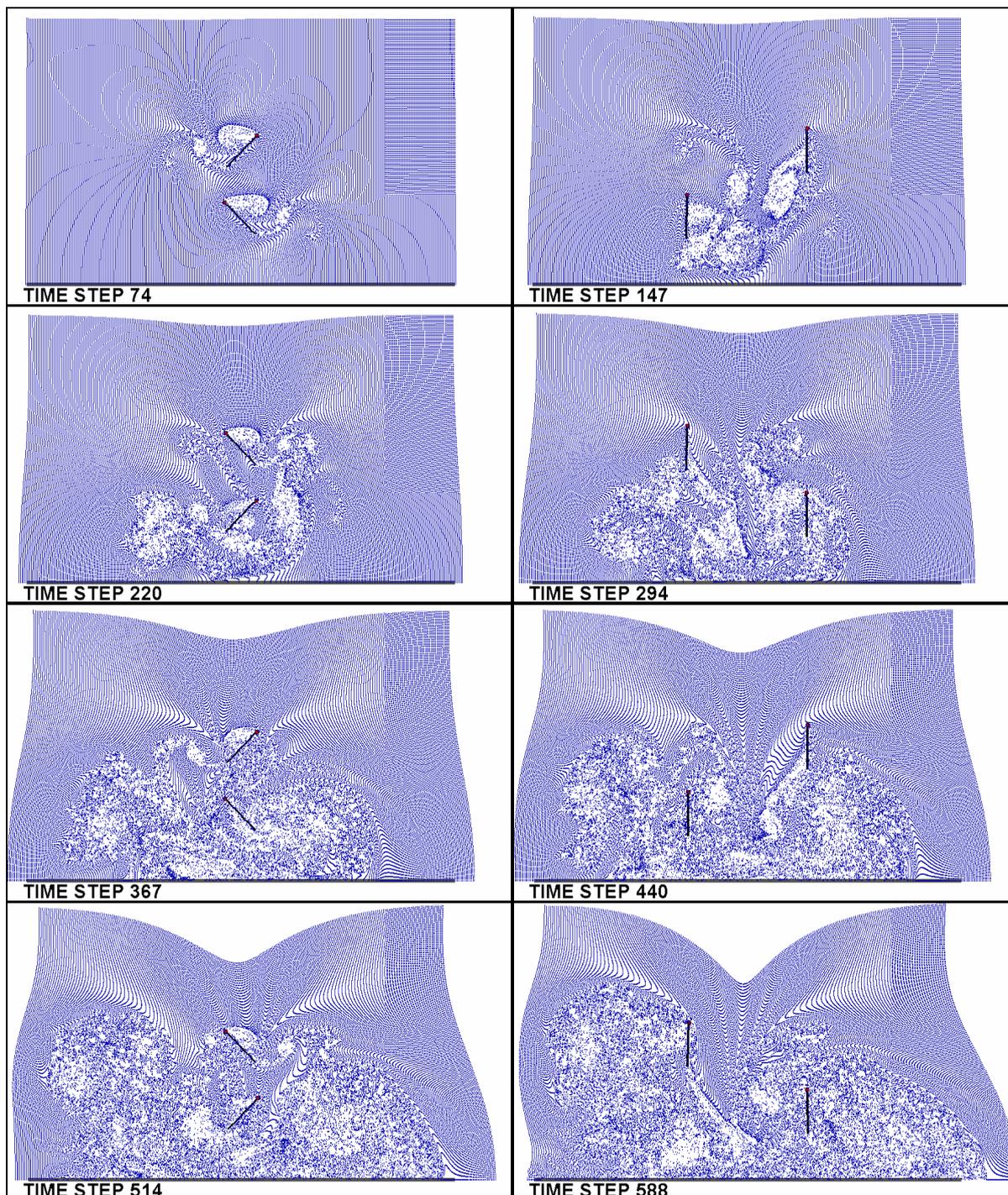


Figura 20: Visualización de partículas para dos perfiles con efecto suelo

### 6.2.5 Caso 5: Suelo con forma arbitraria

En este caso se analiza, de manera cualitativa, una de las ventajas más importantes del método de red de vórtices en la modelización del suelo: la posibilidad de incorporar suelos con formas arbitrarias. Se adopta en este caso un “suelo” con forma sinusoidal tal como puede apreciarse en la [Figura 21](#). Se emplea un único perfil con la misma cinemática empleada en el caso 4. Se puede observar en la figura cómo las estelas se ajustan a la forma del suelo cuando se encuentran sobre este.

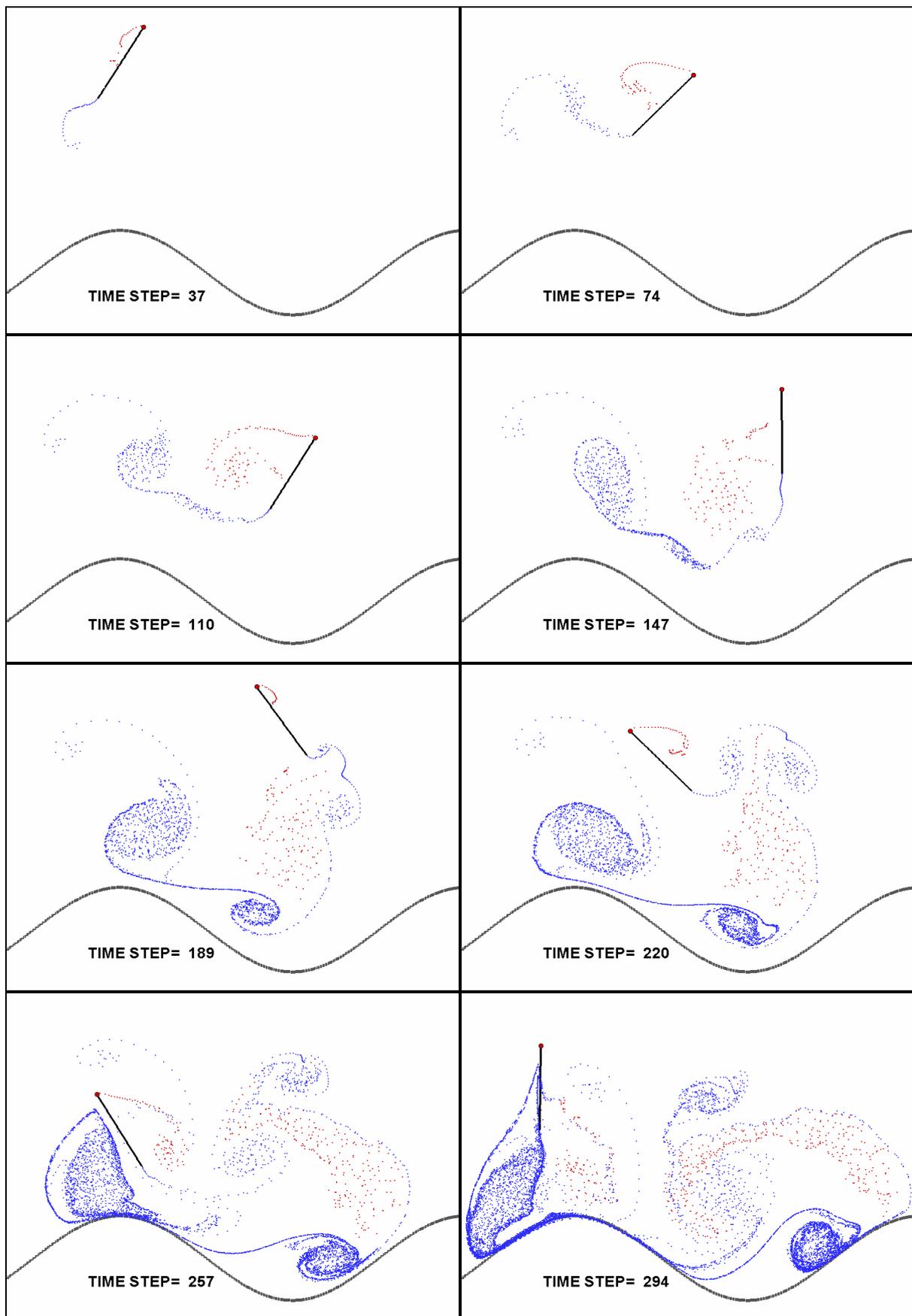


Figura 21: Evolución de las estelas correspondientes a una placa sobre suelo de forma sinusoidal

## 7 CONCLUSIONES

En este trabajo se ampliaron las capacidades de una herramienta computacional previamente desarrollada con el objeto de captar los fenómenos inestacionarios asociados a la interacción aerodinámica debida a dos perfiles aerodinámicos “aleteando” en un mismo seno fluido y a la presencia de un contorno sólido, particularmente el suelo. El modelo aerodinámico adoptado se basa en el Método de red de Vórtices Inestacionario.

Los resultados obtenidos permiten generar algunas conclusiones acerca de estos dos fenómenos de interacción aerodinámica. En primer lugar, no es posible concluir cabalmente acerca del efecto de la interacción aerodinámica entre dos perfiles aleteando simultáneamente en el seno fluido tal como mostró el caso 2, donde este efecto parece empobrecer el  $C_l$  de la placa inferior que se mueve en la estela generada por la placa superior. No obstante, como se mostró en el caso 3, el mecanismo de “aplauso y separación” resulta beneficioso en la etapa de la separación, obteniéndose importantes picos de sustentación. Esos resultados permiten afirmar que el efecto de interacción aerodinámica depende de la cinemática desarrollada por ambos perfiles y que para ciertos patrones de vuelo este efecto es beneficioso.

En segundo lugar, la presencia del suelo puede ser analizada desde dos puntos de vista distintos. Desde el punto de vista estacionario, los resultados muestran que este efecto tiene influencia significativa sobre el  $C_l$  a bajos ángulos de ataque. Evidentemente estos resultados parecen desalentadores, ya que en los movimientos de aleteo los ángulos de ataque no son precisamente pequeños. Sin embargo, de acuerdo a los resultados obtenidos en el caso 1, para un caso sencillo de aleteo, el efecto inestacionario de la presencia del suelo es realmente positivo y contribuye a incrementar la sustentación total del perfil.

Si bien, el análisis es bidimensional, este modelo reducido constituye buen punto de partida para llegar a comprender de forma definitiva los mecanismos del vuelo de los insectos, como así también para llevar a cabo simulaciones numéricas combinándolo con modelos de la dinámica estructural y con esquemas de control. Todo esto con el fin último de plasmar el desarrollo de micro-vehículos aéreos súper-maniobrables, no tripulados de alas batientes.

## REFERENCIAS

- Coulliette, C. and Plotkin A., Airfoil Ground Effect Revisited. *The Aeronautical Journal*, 100(992):65-74, 1996.
- Crighton, D.G., The Kutta Condition in Unsteady Flow. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 17:411-445, 1985.
- Ellington, C., The novel aerodynamics of insect flight: Applications to micro-air vehicles. *The Journal of Experimental Biology*, 202:3439-3448, 1999.
- Katz, J. and Plotkin, A., *Low-speed aerodynamics: From wing theory to panel methods*. McGraw-Hill, New York, 1991.
- Katz, J., A discrete vortex method for the non-steady separated flow over an airfoil. *Journal of Fluid Mechanics*, 102:315-328, 1981.
- Preidikman, S. and Mook, D.T., Time-Domain Simulations of Linear and Nonlinear Aeroelastic Behavior. *Journal of Vibration and Control*, 6(8):1135-1175, 2000.
- Valdez, M.F., Análisis aerodinámico de flujos bidimensionales e inestacionarios dominados por vorticidad aplicado a micro-vehículos aéreos inspirados en la biología. *Trabajo Final de grado*, Universidad Nacional de Córdoba, 2006a.
- Valdez, M.F., Aerodinámica de flujos bidimensionales e inestacionarios dominados por vorticidad. *Revista de Mecánica Computacional*, 25:2333-2357, 2006b.
- Wang, Z.J., Birch, J.M. and Dickinson, M.H., Unsteady forces and flows in low Reynolds number hovering flight: two-dimensional computations vs. robotic wing experiments. *Journal of Experimental Biology* 207:449-460, 2004.
- Weis-Fogh, T., Unusual mechanisms for the generation of lift in flying animals. *Scientific American*, 233(5):81-7, 1975.