

CRITERIO DE MÁXIMA FRECUENCIA PARA LA DETERMINACIÓN DE LA RIGIDEZ ESTÁTICA INICIAL DE PILOTES

Carina R. Caballero^a, Carlos A. Prato^b

^aFacultad de Ingeniería - Universidad Nacional del Comahue, Buenos Aires 1400 (8300), Neuquén,
Argentina, email: ccaballe@uncoma.edu.ar

^bF.C.E.F y N.-Universidad Nacional de Córdoba A. Vélez Sarsfield 1611 - (5006) - Córdoba –
Argentina

Palabras Clave: método de respuesta transitoria, ensayos dinámicos, bajas deformaciones, ondas elásticas.

Resumen. En este trabajo se presentan los principios básicos de la teoría de ondas elásticas que sustentan la aplicación del método de respuesta transitoria y se formula una aproximación analítica a partir de la ecuación de la onda unidimensional, comparándola los resultados obtenidos con los de la solución analítica de Paquet.

A partir de la formulación unidimensional propuesta se presentan las curvas de rigidez dinámica para pilotes flotantes en suelo homogéneo y en un medio estratificado y se determina un criterio de máxima frecuencia a ser considerada en la determinación de la rigidez estática inicial a partir de la curva de rigidez dinámica teórica.

1 INTRODUCCIÓN

El uso de pilotes es a menudo necesario para garantizar la seguridad estructural y limitar las deformaciones de las fundaciones en todo tipo de estructuras, incluso aquellas de gran porte como tanques, depósitos, puentes y edificios de gran altura, particularmente cuando el estrato o estratos superiores del suelo son altamente compresibles y demasiado débiles o deformables para soportar la carga transmitida por la superestructura. A pesar de los grandes progresos registrados en el estudio de la mecánica de los suelos, el comportamiento de los pilotes bajo cargas axiales o transversales aplicadas en la cabeza de los mismos presenta una serie de incertidumbres con relación a las aplicaciones prácticas de la ingeniería (O'Neill, 2001). Estas consideraciones indican que es necesario contar con datos confiables que permitan anticipar el comportamiento bajo carga axial del pilote una vez concluida la etapa constructiva. Es en este punto que los resultados experimentales cobran relevancia y entre los de características no destructivas se encuentra el método de respuesta transitoria comúnmente referido por su acrónimo en inglés, *TRM* (ASTM D 5882-00, 2000). Esta es una técnica dinámica de bajas deformaciones que se basa en la medición de la respuesta del pilote a la aplicación de una carga de tipo impulsiva.

En el presente trabajo se formula una aproximación analítica a partir de la ecuación de la onda unidimensional de la transmisión de ondas elásticas en un pilote y se comparan los resultados obtenidos con los de la solución analítica de Paquet(1968), basada en una formulación de tipo Bessel de la transmisión de ondas en un pilote inmerso en un semiespacio elástico homogéneo, la cual es utilizada corrientemente en la interpretación de los resultados del ensayo *TRM*.

Como corresponde a todo ensayo dinámico, la rigidez que se obtiene del mismo tiene dos componentes en el dominio de las frecuencias, una parte real y otra imaginaria. La parte real representa la rigidez estática, y la parte imaginaria representa la rigidez dinámica debida a la irradiación de energía mecánica que se transmite por el suelo y que se manifiesta como amortiguamiento o atenuación. La parte real es aproximadamente independiente de la frecuencia (para bajas frecuencias), mientras que la parte imaginaria es aproximadamente lineal con la frecuencia. Como consecuencia, se propone el uso de una curva de extrapolación que contemple las características anteriormente mencionadas para la determinación del valor de rigidez estática inicial, pero dado que la misma no es representativa de todo el rango de posible análisis resulta necesario determinar un criterio de máxima frecuencia a ser considerada por la curva de extrapolación.

2 FORMULACIÓN DE LA APROXIMACIÓN UNIDIMENSIONAL

Al aplicar una carga axial dinámica de corta duración en el extremo superior de un pilote, se genera un tren de ondas elásticas que viajan por el cuerpo del mismo. Una parte de la energía de este tren de ondas se disipa en el suelo al viajar por el fuste y el resto refleja y/o refracta en el extremo inferior del pilote. Asumiendo que el pilote es un cilindro de material elástico homogéneo embebido en un semiespacio infinito como se muestra en la Figura 1, perturbado longitudinalmente a lo largo del fuste, donde un plano en x se mueve a $x+u$, es posible modelar su comportamiento con la siguiente ecuación de movimiento:

$$\underbrace{EA \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \right) - \rho A \left(\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \right)}_{\text{pilote}} = \underbrace{C \left(\frac{\partial u}{\partial t} \right) + ku}_{\text{suelo}} \quad (1)$$

El primer miembro de la ecuación (1) caracteriza al tren de ondas que viaja por el pilote y

el segundo la energía disipada en el suelo, donde E es el Módulo de Young, ρ es la densidad del hormigón, A es la sección transversal del fuste, C es la constante de amortiguamiento viscoso y k es la constante elástica del suelo.

El fenómeno de reflexión de ondas en la punta del pilote, se estudió en el presente trabajo de tesis de acuerdo a la técnica utilizada por Ewing et al. (1957), para la reflexión y refracción de ondas elásticas en la interfase entre dos medios. Por equilibrio de tensiones al aplicar la fuerza $P = Fe^{i\omega t}$ en la cabeza de un pilote de longitud L :

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)_{x=0} &= \frac{F}{EA} \\ \left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)_{x=L} &= \frac{\rho^S V_p^S}{E} \left(\frac{\partial u}{\partial t}\right)_{x=L} \end{aligned} \quad (2)$$

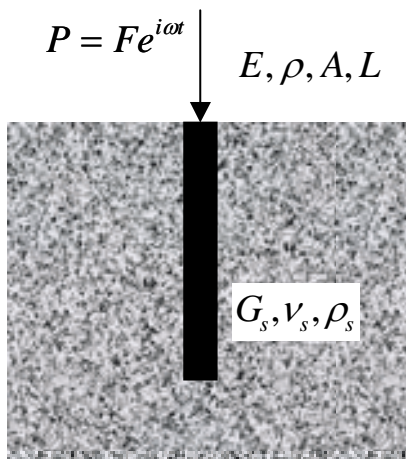


Figura 1 Pilote flotante en suelo homogéneo

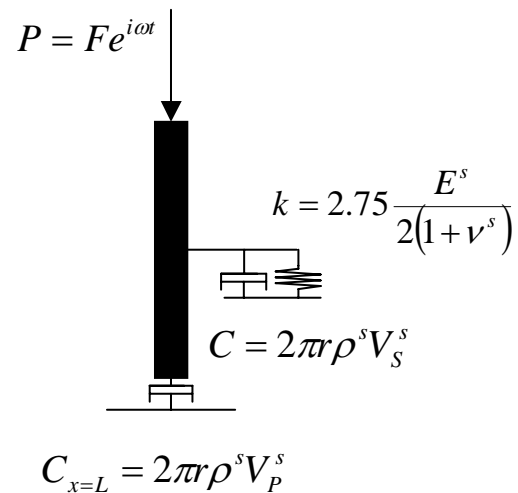


Figura 2 Esquema del modelo utilizado

La condición de borde para el extremo inferior responde al modelo elastodinámico planteado por Lysmer et al. (1969), en el cual se propone representar el semiespacio infinito que rodea al pilote mediante un sistema finito con condiciones de borde viscosas especiales cuyo esquema se presenta en la Figura 2 y responde a las siguientes expresiones:

$$\begin{aligned} \sigma &= \rho^S V_p^S \dot{u} \\ \tau &= \rho^S V_s^S \dot{w} \end{aligned} \quad (3)$$

donde σ , τ son las tensiones normal y de corte, \dot{u} y \dot{w} las velocidades normal y tangencial y V_p^S y V_s^S las velocidades de las ondas de compresión y de corte en el suelo. Esta condición aproxima el proceso de irradiación de energía elástica al infinito a través del contorno.

Para resolver el sistema de ecuaciones diferenciales resultante de las expresiones (1) y (2) en el presente trabajo de tesis se propuso la solución clásica de la ecuación de la onda:

$$u = A0 \cdot e^{[i(\omega t + \lambda x)]} + A1 \cdot e^{[i(\omega t - \lambda x)]} \quad (4)$$

y se utilizó el comando “solve” del programa Maple 6.01(2000) para obtener la forma explícita de los desplazamientos que se producen en la cabeza del pilote:

$$u = \frac{iFe^{i\omega t} \left[-(\lambda \cdot E + \rho^S V_p^S \omega) + e^{(i\lambda L)^2} (-\lambda \cdot E + \rho^S V_p^S \omega) \right]}{\lambda \cdot AE \left(-\lambda \cdot E e^{(i\lambda L)^2} + \rho^S V_p^S \omega + \lambda \cdot E + \rho^S V_p^S \omega \cdot e^{(i\lambda L)^2} \right)} \quad (5)$$

donde el número de onda complejo incluyendo amortiguamiento se define como:

$$\lambda = \sqrt{\frac{\rho \cdot A \omega^2 - iC\omega - k}{EA}} \quad (6)$$

Las constantes de amortiguamiento viscoso C y elástica k se calculan de las expresiones siguientes de acuerdo con el modelo elastodinámico de Randolph (Fleming et al. 1992):

$$C = 2\pi \cdot r_0 \rho^S V_s^S \quad (7)$$

$$k = 2.75 \frac{E^S}{2(1+\nu^S)} \quad (8)$$

donde r_0 es el radio del pilote y ν^S es el coeficiente de Poisson del suelo que rodea el pilote.

Una vez determinados los desplazamientos según la expresión (5), la velocidad en el sentido vertical está dada por:

$$V = i\omega \cdot u \quad (9)$$

La movilidad de un pilote usualmente se define como:

$$M(f) = \frac{V(f)}{F(f)} \quad (10)$$

que en la cabeza del pilote resulta:

$$M = \left| \frac{\omega \cdot \left[-(\lambda \cdot E + \rho^S V_p^S \omega) + e^{(i\lambda L)^2} (-\lambda \cdot E + \rho^S V_p^S \omega) \right]}{\lambda \cdot AE \left(-\lambda \cdot E e^{(i\lambda L)^2} + \rho^S V_p^S \omega + \lambda \cdot E + \rho^S V_p^S \omega \cdot e^{(i\lambda L)^2} \right)} \right| \quad (11)$$

Esta expresión posee buena concordancia con los resultados obtenidos por Paquet (1968) para un pilote de longitud finita flotante en un semiespacio homogéneo elástico y para un pilote apoyado rígidamente en la punta, como se observa en las Figuras 3 y 4.

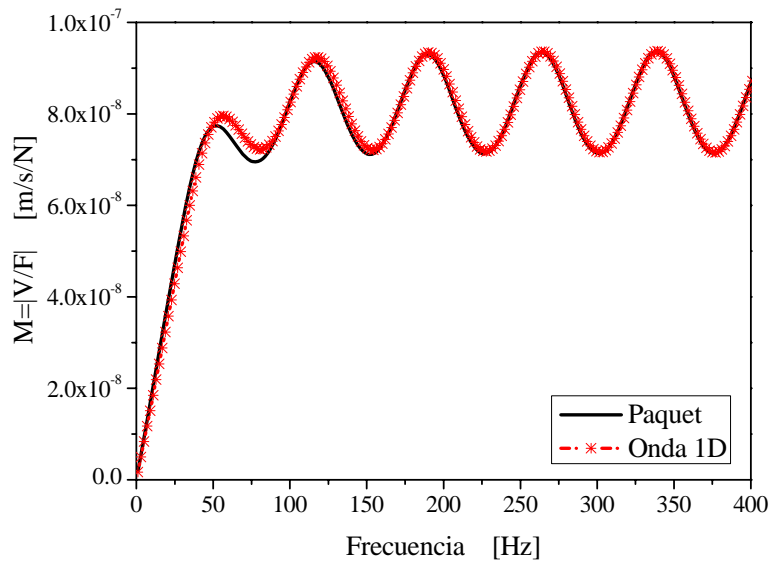


Figura 3: Curva de Movilidad de un pilote apoyado rígidamente en la punta

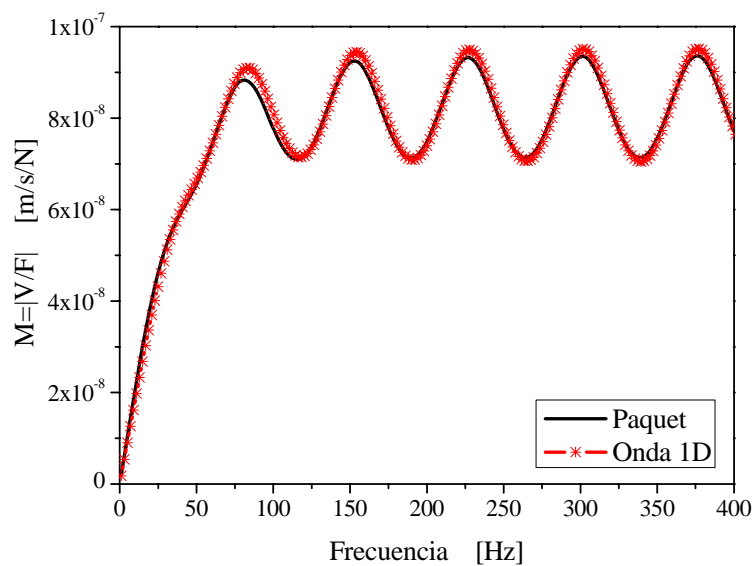


Figura 4: Curva de Movilidad de un pilote flotante en suelo homogéneo

La curva de Movilidad provee una representación gráfica ideal de tres parámetros mecánicos de importancia para la caracterización del pilote:

- La separación entre los picos sucesivos de la curva es la primera frecuencia natural distinta de cero del pilote, confirmando la continuidad estructural del pilote.

$$\Delta f = \frac{V_b}{2L} \tag{12}$$

donde V_b es la velocidad de la onda de compresión en una barra de acuerdo a la expresión (2.4) y L es la longitud del pilote.

- La impedancia característica N se define como:

$$N = \frac{1}{\rho \cdot V_b \cdot A} \quad (13)$$

donde ρ es la densidad del hormigón y A es la sección transversal del fuste.

La impedancia característica se calcula tomando la media aritmética de la altura de los picos resonantes (ver la Figura 5) en la porción de la curva de la movilidad donde la respuesta del pilote está en resonancia. Si la N medida es mayor que el valor teórico, es probable que exista un defecto en el pilote debido a una sección transversal menor que la teórica (es decir una estricción) o un hormigón de mala calidad (baja ρ o V_b).

- A bajas frecuencias, el sistema se comporta como un resorte y la movilidad aumenta en forma lineal con la frecuencia, hasta el inicio de la resonancia. La pendiente inicial de la curva de movilidad es inversamente proporcional a la rigidez dinámica del pilote y responde a la expresión:

$$m = \frac{\left| \frac{V}{F} \right|}{f} = \frac{\omega \cdot u}{fF} = \frac{2\pi \cdot u}{F} = \frac{2\pi}{K_d} \quad (14)$$

donde f y ω son la frecuencia y la frecuencia angular respectivamente.

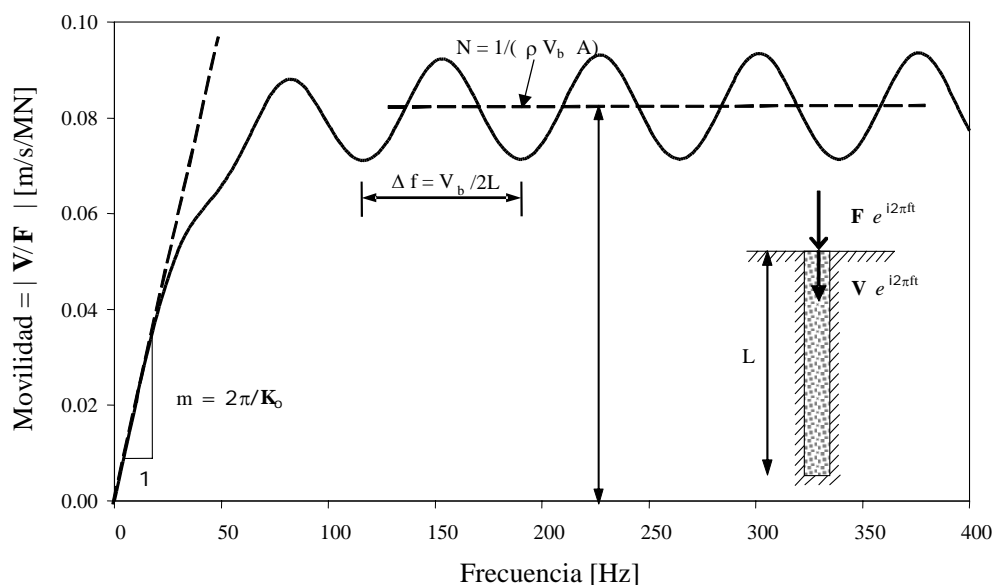


Figura 5: Curva de Movilidad Ideal

De (11)(11) y (14) se encuentra la rigidez dinámica del pilote de acuerdo a la expresión:

$$K_d = \frac{\lambda \cdot AE \left(-\lambda \cdot E e^{(i\lambda L)^2} + \rho^S V_p^S \omega + \lambda \cdot E + \rho^S V_p^S \omega \cdot e^{(i\omega L)^2} \right)}{i \cdot \left[-(\lambda \cdot E + \rho^S V_p^S \omega) + e^{(i\lambda L)^2} (-\lambda \cdot E + \rho^S V_p^S \omega) \right]} \quad (15)$$

Como corresponde a todo ensayo dinámico, la rigidez que se obtiene del mismo tiene dos componentes en el dominio de las frecuencias, una parte real y otra imaginaria. La parte real representa la rigidez estática, y la parte imaginaria representa la rigidez dinámica debida a la irradiación de energía mecánica que se transmite por el suelo y que se manifiesta como amortiguamiento o atenuación.

En las Figuras 6 a 8 se presentan la parte real, imaginaria y módulo de la rigidez dinámica teórica para un pilote flotante en semiespacio homogéneo elástico y para un pilote rodeado de un estrato homogéneo elástico y apoyado rígidamente en la punta. La parte real es aproximadamente independiente de la frecuencia (para bajas frecuencias), mientras que la parte imaginaria es aproximadamente lineal con la frecuencia de acuerdo a:

$$\begin{aligned} \operatorname{Re}(K_d) &\cong K_0 \\ \operatorname{Im}(K_d) &\cong P \cdot f \\ |K_d| &= \sqrt{\operatorname{Re}(K_d)^2 + \operatorname{Im}(K_d)^2} \end{aligned} \quad (16)$$

donde K_0 es la rigidez estática inicial, P es la pendiente de $\operatorname{Im}(K_d)$ y $\operatorname{Re}(K_d)$ e $\operatorname{Im}(K_d)$ son la parte real e imaginaria de la rigidez dinámica respectivamente.

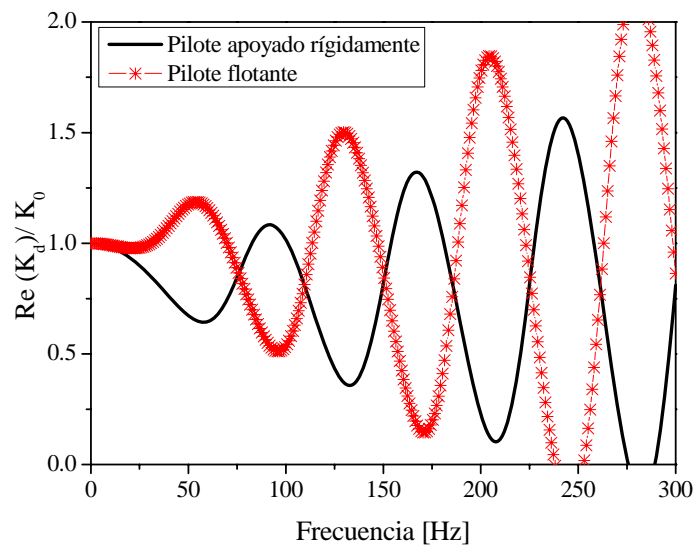


Figura 6: Parte real de la rigidez dinámica nominal para un pilote flotante en suelo homogéneo y para un pilote apoyado rígidamente en la punta

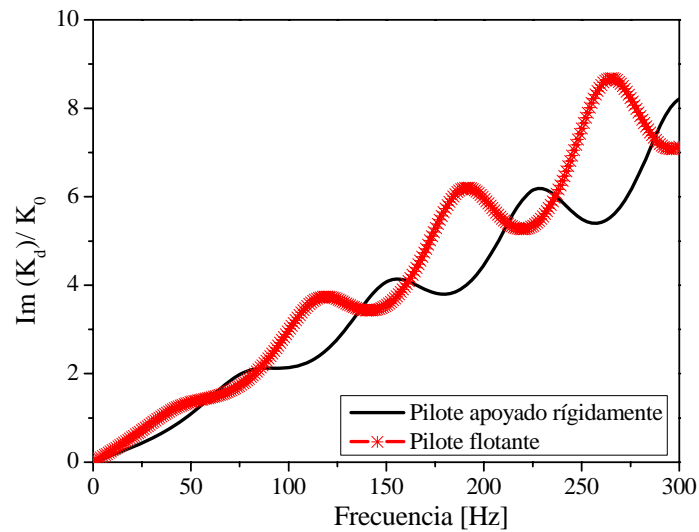


Figura 7: Parte imaginaria de la rigidez dinámica nominal para un pilote flotante en suelo homogéneo y para un pilote apoyado rígidamente en la punta

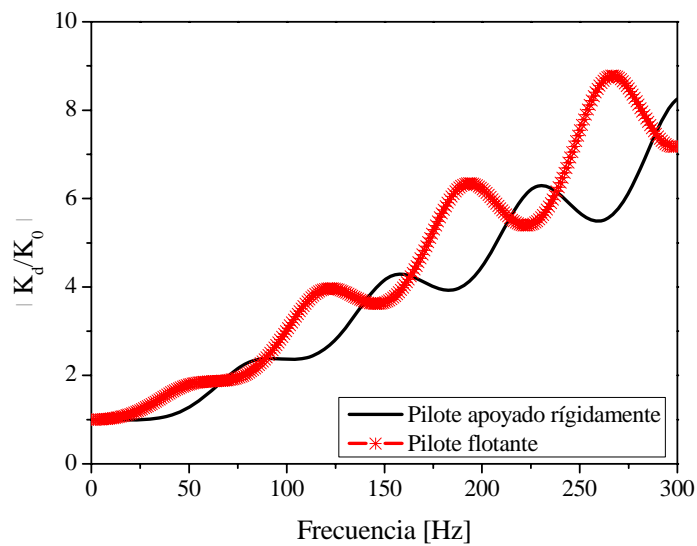


Figura 8: Módulo de la rigidez dinámica nominal para un pilote flotante en suelo homogéneo y para un pilote apoyado rígidamente en la punta

En algunos dispositivos experimentales utilizados para realizar el ensayo *TRM* (Caballero, 2007) existe una línea de corte a frecuencia por debajo de la cual los resultados del *TRM* ya no cuentan con la precisión adecuada para ser considerados en el análisis. En la Figura 9 se observa que la rigidez dinámica a 15Hz, para un pilote flotante en un semiespacio homogéneo, es aproximadamente un 10% mayor que el valor de rigidez estática por lo que resulta indispensable realizar una extrapolación adecuada a la frecuencia cero, siguiendo una línea de tendencia que caracterice el comportamiento.

En la Figura 9 se observa que según el pilote sea flotante o apoyado rígidamente en la punta, la rigidez dinámica K_d tiende a la rigidez estática K_0 siguiendo dos líneas de tendencia diferentes. Si el pilote se encuentra flotando en suelo homogéneo, la rigidez

dinámica disminuye a medida que se aproxima al estado estático es decir a frecuencia cero, siguiendo una tendencia monotónica creciente.

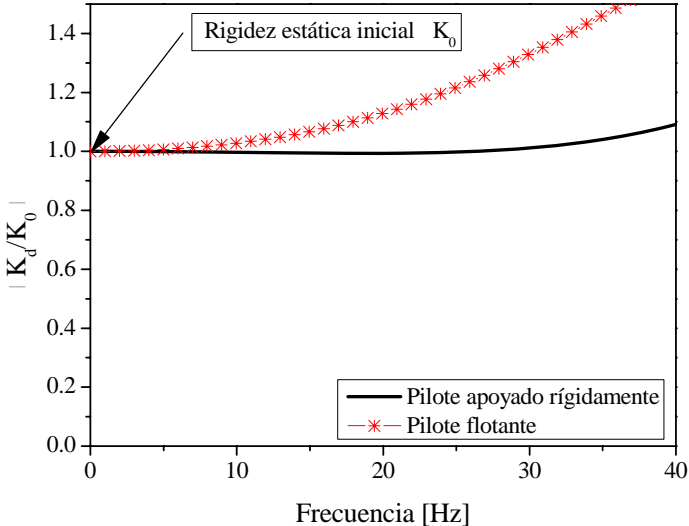


Figura 9: Módulo de la rigidez dinámica nominal a bajas frecuencias para pilote flotante en suelo homogéneo y apoyado rígidamente en la punta.

Si el pilote está empotrado en la punta, como el caso de los pilotes que se fundan en roca y trabajan principalmente soportando carga por la punta, la línea de tendencia presenta un valle por debajo del valor de rigidez estática en la zona de bajas frecuencias, como se observa en la Figura 10.

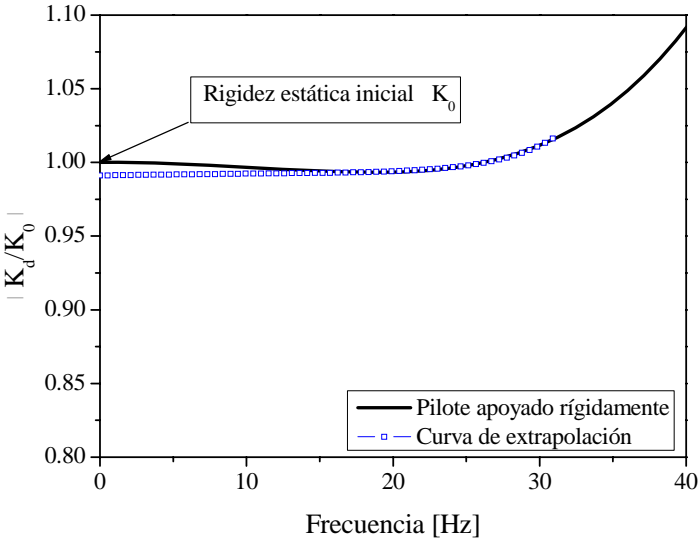


Figura 10: Extrapolación a frecuencia cero para un pilote apoyado rígidamente en la punta

La amplitud del valle que se observa en la rigidez dinámica de un pilote apoyado rígidamente en la punta es del orden del 1% del valor de la rigidez estática, por lo tanto a los efectos prácticos se utiliza en ambos casos la curva de extrapolación que responde a la expresión (16) para extrapolar el valor de rigidez dinámica a la frecuencia cero.

2.1 Criterio de máxima frecuencia de análisis

La curva de extrapolación propuesta, es adecuada en la región de bajas frecuencias en las cuales se puede considerar que la parte real de la rigidez dinámica es constante y que la parte imaginaria es lineal con la frecuencia, pero no es representativa de todo el rango de posible análisis por lo que resulta necesario determinar un criterio de máxima frecuencia a ser considerada por la curva de extrapolación.

Por esta razón se realizó un análisis de sensibilidad de la frecuencia límite máxima (Ver Figura 11), calculando la relación entre el valor de rigidez estática inicial teórica y el valor de rigidez estática inicial obtenido de la curva de extrapolación. Se fijó como máxima frecuencia de análisis distintos puntos significativos de la curva de movilidad teórica: el primer punto de inflexión, el primer pico, el segundo pico, así como la totalidad del rango de frecuencias. El punto de inflexión corresponde al valor del primer pico de la curva de movilidad menos la mitad del delta de frecuencias de la expresión (12).

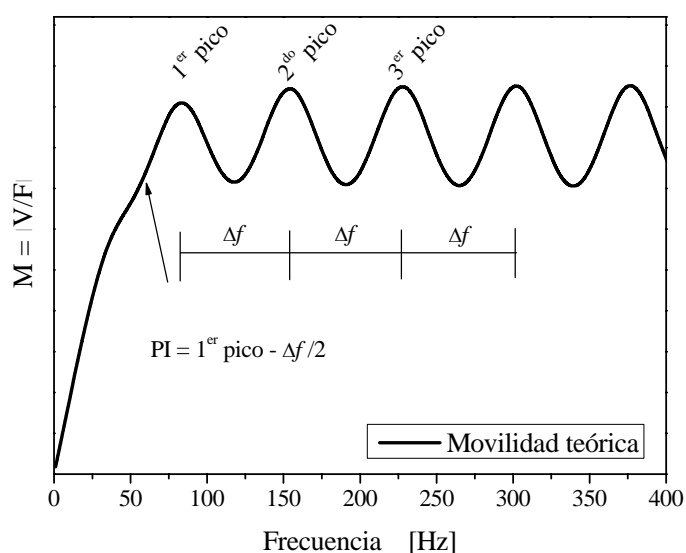


Figura 11: Análisis de sensibilidad de la máxima frecuencia de interpolación

En el caso del pilote flotante en suelo homogéneo no se observó una gran sensibilidad de la frecuencia máxima de análisis, como se presenta en la Tabla 1.

Máxima frecuencia de interpolación	de	PI	1 ^{er} pico	2 ^{do} pico	todo el rango
$(K_0/K_{0extrapolada}) \%$		2.7	5.1	5.1	7

Tabla 1: Máxima frecuencia de interpolación – pilote flotante en suelo homogéneo

El error relativo que se obtiene al considerar como máxima frecuencia de análisis la correspondiente al primer punto de inflexión de la curva de movilidad es del 2.7% y se observa que al fijar como frecuencia límite máxima la frecuencia correspondiente al primer o segundo pico la relación es del orden del 5 %. Al ajustar la curva de extrapolación a todo el rango de frecuencias (400Hz) el error relativo es del orden del 7%, por lo cual se puede concluir que el error es bastante mayor pero no es significativo:

3 PILOTE EN SUELO ESTRATIFICADO

Si el pilote está embebido en un suelo estratificado como el que se muestra en la Figura 12, la solución general de la aproximación de onda unidimensional formulada en la sección anterior tendrá la forma ya vista en cada estrato, pero es necesario vincular la solución en tramos sucesivos imponiendo condiciones de continuidad.

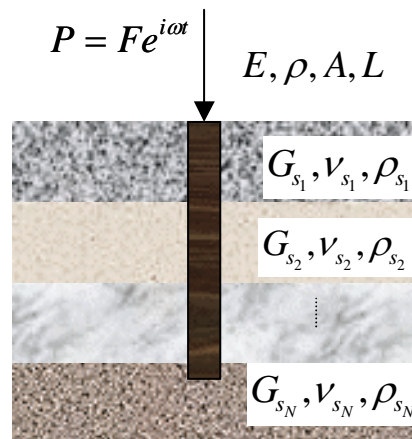


Figura 12: Esquema de suelo estratificado típico

Estas condiciones son:

- Debe existir continuidad de tensiones en el pilote al pasar de un estrato a otro de acuerdo con la expresión:

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial u_1}{\partial x} \right)_{x=0} &= \frac{F}{AE} \\ \left(\frac{\partial u_i}{\partial x} \right)_{x=l_i} &= \left(\frac{\partial u_{i+1}}{\partial x} \right)_{x=l_i} \\ \left(\frac{\partial u_N}{\partial x} \right)_{x=L} &= \frac{\rho^s V_P^s}{E} \left(\frac{\partial u_N}{\partial t} \right)_{x=L} \end{aligned} \quad (17)$$

- Debe cumplirse con la continuidad de desplazamientos en el límite de cada estrato:

$$(u_i)_{x=l_i} = (u_{i+1})_{x=l_i} \quad (18)$$

En la Figura 13 se presenta la curva de movilidad teórica de un pilote flotante en un semiespacio de suelo estratificado. Se puede apreciar que la parte oscilatoria de la curva no es uniforme sino algo irregular en amplitud y refleja más acertadamente los resultados

experimentales del ensayo de respuesta transitoria.

Se observa que la distancia entre picos está relacionada con la frecuencia fundamental del pilote como cuerpo libre en el espacio y no depende de la rigidez de los suelos que atraviesa, respondiendo a la expresión (12) por lo que es posible analizar la integridad del pilote de la manera desarrollada en la sección 2.

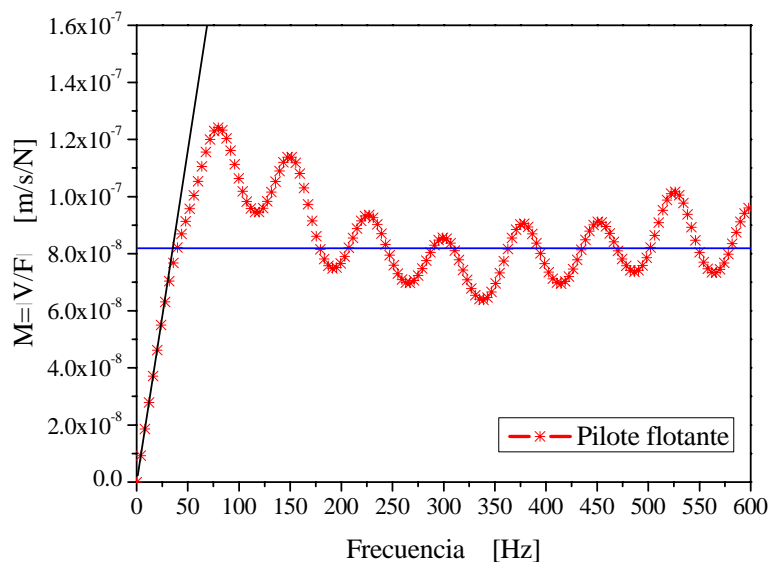


Figura 13: Curva de Movilidad Teórica de un pilote flotante en un suelo estratificado

En la Figura 14 se presenta la curva de movilidad de un pilote rodeado por suelo estratificado y apoyado rígidamente en la punta. Al igual que en el caso del pilote flotante en suelo estratificado, se observa que la parte oscilatoria de la curva no es uniforme sino algo irregular en amplitud.

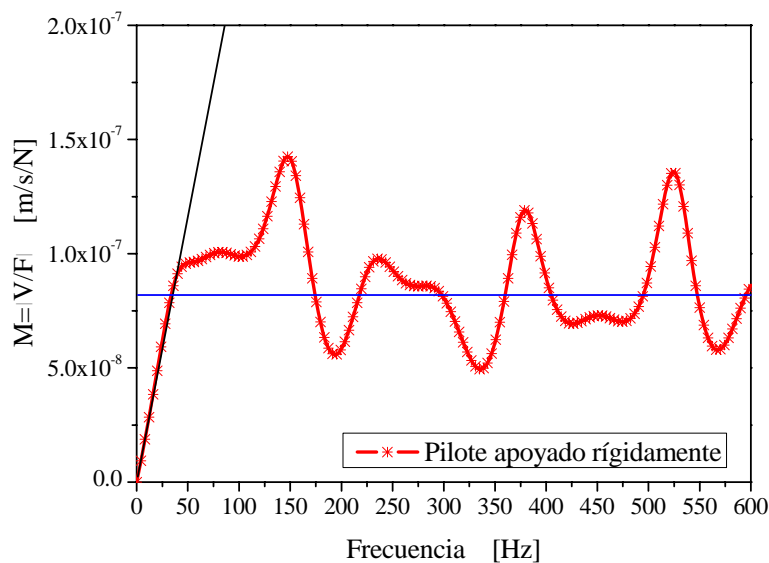


Figura 14: Curva de Movilidad Teórica de un pilote rodeado de suelo estratificado y apoyado rígidamente en la punta.

En las Figuras 15 y 16 se presenta la parte real e imaginaria de la rigidez dinámica teórica para un pilote flotante en semiespacio estratificado y para un pilote rodeado de suelo estratificado y apoyado rígidamente en la punta. La parte real es aproximadamente independiente de la frecuencia (para bajas frecuencias), mientras que la parte imaginaria es aproximadamente lineal con la frecuencia.

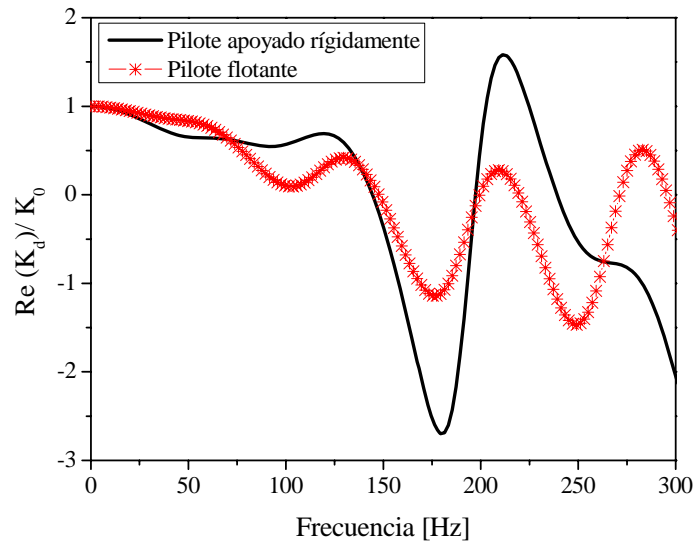


Figura 15: Parte real de la rigidez dinámica nominal para un pilote flotante en suelo estratificado y para un pilote apoyado rígidamente en la punta.

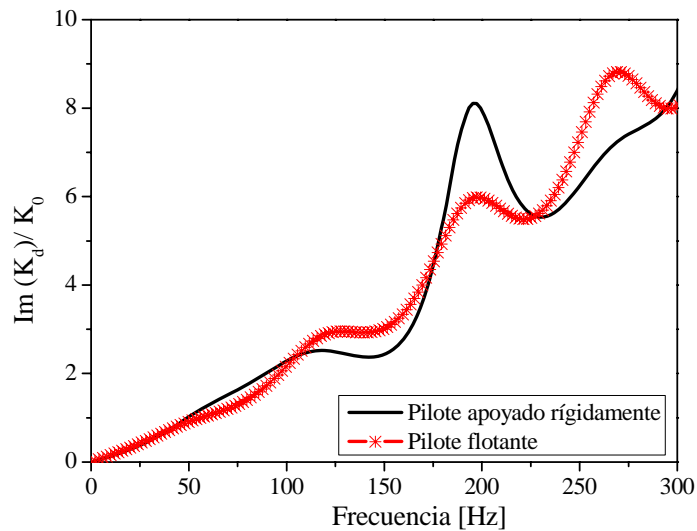


Figura 16: Parte imaginaria de la rigidez dinámica nominal para un pilote flotante en suelo estratificado y para un pilote apoyado rígidamente en la punta.

En cuanto a la rigidez estática inicial, al igual que en el caso de pilotes en suelo homogéneo, en la zona de bajas frecuencias el sistema se comporta como un resorte y la movilidad aumenta en forma lineal hasta el inicio de la resonancia. La pendiente inicial de la curva de movilidad es inversamente proporcional a la rigidez dinámica del pilote y en ambos

casos responde a la expresión (14). Como se mencionó en la sección anterior la rigidez dinámica a 15Hz debe ser extrapolada a la frecuencia cero, debido a que los resultados del *TRM* ya no cuentan con la precisión adecuada para ser considerados en el análisis.

En las Figuras 17 y 18 se presenta el módulo de la rigidez dinámica a bajas frecuencias para un pilote flotante en suelo estratificado y para un pilote rodeado de suelo estratificado y apoyado rígidamente en la punta.

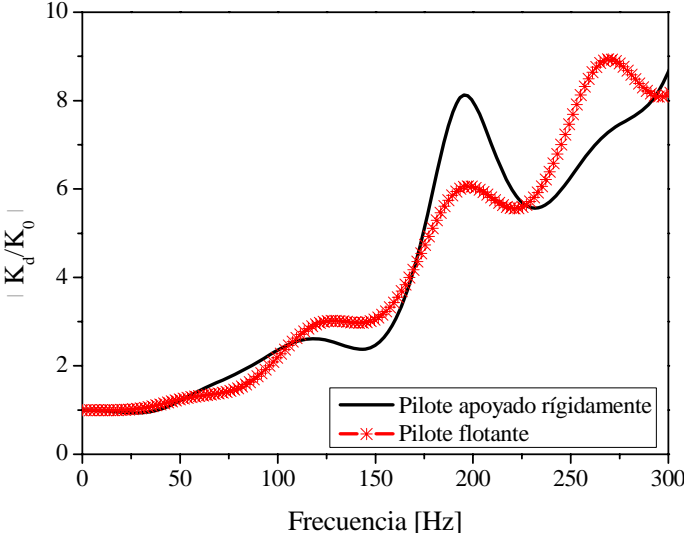


Figura 17: Módulo de la rigidez dinámica nominal a bajas frecuencias para pilote flotante en suelo estratificado y apoyado rígidamente en la punta.

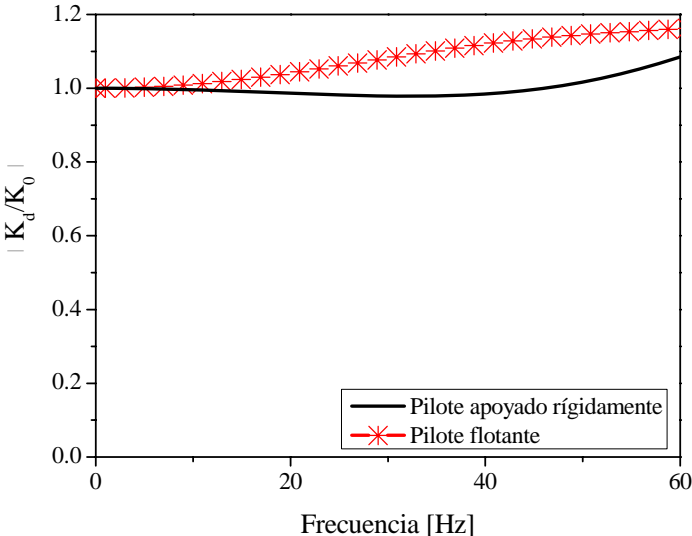


Figura 18: Módulo de la rigidez dinámica nominal a bajas frecuencias para pilote flotante en suelo estratificado y apoyado rígidamente en la punta

En el caso del pilote flotante en suelo estratificado, al igual que en el caso de pilotes en suelo homogéneo, la rigidez dinámica disminuye a medida que se aproxima a frecuencia cero, siguiendo una tendencia creciente sin presentar ningún cambio de concavidad en la región de

bajas frecuencias analizada. Si el pilote está apoyado rígidamente en la punta, la línea de tendencia presenta un valle por debajo del valor de la rigidez estática en la zona de bajas frecuencias como se observa en la Figura 19, cuya amplitud es menor al 6% de K_0 para suelos estratificados típicos de arena, limo y arcilla. Por esta razón a los efectos prácticos se utiliza en ambos casos una curva creciente que responde a la expresión (16) para extrapolar el valor de rigidez dinámica a la frecuencia cero.

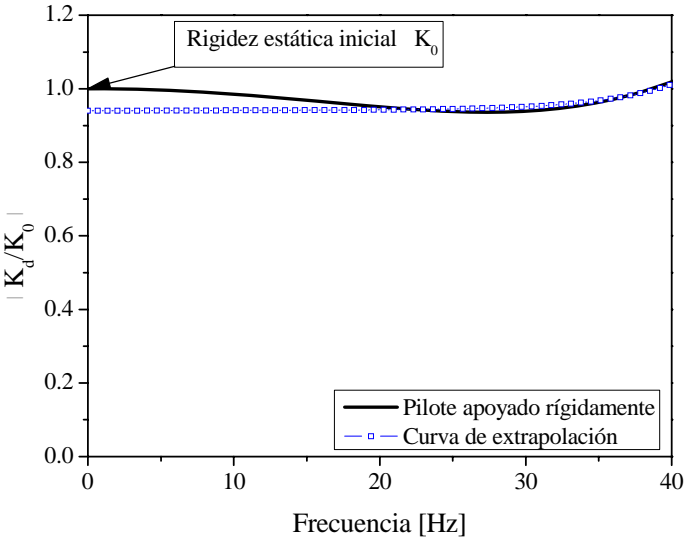


Figura 19: Extrapolación a frecuencia cero para un pilote apoyado rígidamente en la punta

3.1 Criterios de máxima frecuencia de análisis – Pilote en suelo estratificado

Como se mencionó para el caso homogéneo, la curva de extrapolación propuesta es adecuada en la región de bajas frecuencias en las cuales se puede considerar que la parte real de la rigidez dinámica es constante y que la parte imaginaria es lineal con la frecuencia. Por esta razón se realizó un análisis de sensibilidad de la frecuencia límite máxima siguiendo el criterio descrito en la sección 2 para el pilote flotante en suelo homogéneo y los resultados obtenidos se presentan en la Tabla 2.

Frecuencia máxima de interpolación	de	PI	1 ^{er} pico	2 ^{do} pico	todo el rango
$(K_0 - K_{0extrapolada}) \%$	0.8	8	2.8	8	35.6

Tabla 2: Máxima frecuencia de interpolación - pilote flotante en suelo estratificado.

Al analizar el caso de un pilote flotante en suelo estratificado, como la curva de movilidad no es tan regular como en el caso homogéneo existe una gran influencia de la frecuencia máxima de extrapolación, resultando en un error relativo del orden del 35% al utilizar la totalidad del rango de frecuencias involucrado en el ensayo *TRM* para realizar la extrapolación de la rigidez dinámica a frecuencia cero. En tanto que fijando como frecuencia máxima de análisis el primer punto de inflexión de la Figura 11, la relación $(K_0 - K_{0extrapolada})$ corresponde a un 0.8%. Por lo tanto es recomendable adoptar como criterio de máxima frecuencia de extrapolación la frecuencia correspondiente al primer punto de inflexión de la

curva de Movilidad.

4 CONCLUSIONES

La solución analítica presentada de la ecuación simplificada de la onda unidimensional de un pilote constituye un marco de referencia a los resultados del ensayo *TRM*. Dicha solución, que presenta buena correspondencia con la solución analítica de Paquet, permite determinar analíticamente las componentes real e imaginaria de la rigidez dinámica y visualizar el comportamiento en función de la frecuencia para pilotes inmersos en suelos estratificados con características muy diversas, desde pilotes flotantes hasta pilotes con apoyo principalmente en la punta.

El desarrollo permitió establecer pautas en la determinación de la rigidez estática inicial a través de la interpretación de los ensayos de respuesta transitoria y del estudio de sensibilidad de sus resultados respecto a los intervalos de frecuencia en que son válidos estos ensayos dinámicos.

5 AGRADECIMIENTOS

Este trabajo ha sido posible gracias al apoyo económico brindado por el proyecto FOMEC N° 258 y el programa de becas doctorales internas del CONICET. Se agradece profundamente el apoyo brindado por ambas instituciones.

6 REFERENCIAS

A.S.T.M. “*Standard Test Method for Low Strain Integrity Testing of Piles*”, D5882-00, Nov. 2000, pp 1-5.

Caballero, C.R. “Evaluación Numérico Experimental del Comportamiento Bajo Carga Axial de Pilotes” Tesis Doctoral, F.C.E.F.y N., Universidad Nacional de Córdoba, 2007.

Ewing, W.M; Jardetzky, W.S; Press, F. “*Elastic Waves in Layered Media*”, McGraw-Hill Book Company, 1957.

Fleming, W.G.K; Weltman, A. J; Randolph, M.F; Elson, W.K. “*Piling Engineering*”, John Wiley & Sons, Inc, New York and Toronto, 1992.

Lysmer, J; Kuhlemeyer, R. “*Finite Dynamic Model for Infinite Media*”, *Journal of the Engineering Mechanics Division, Proceedings of the American Society of Civil Engineers*, Vol. 95, N° EM 4, Aug. 1969.

Maple 6.01. *Computer system for advanced mathematics*, Copyright (c) Waterloo Maple Inc., 2000.

O’Neill, M. W “*Side Resistance in Piles and Drilled Shafts*”, *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, ASCE, January 2001.

Paquet, J. “*Etude Vibratoire des Pieux en Béton: Response Armonique et Impulsionnelle-Application au Controle*”, *Annales de l’Institute du Batiment et des Travaux Publics*, 21st year, N° 245, May 1968, pp. 789-803.