

## TRANSFERENCIA DE CALOR EN UN RECINTO RECTANGULAR INCLINADO Y PARTICIONADO

Esteban, Ester Sonia<sup>a</sup>, Aramayo, Ana María<sup>b</sup>, Cardón, Luis<sup>a</sup>

<sup>a</sup> INENCO, Departamento de Física. Universidad Nacional de Salta, Av. Bolivia 5150, Salta, Argentina, [estebans@unsa.edu.ar](mailto:estebans@unsa.edu.ar)

<sup>b</sup>Departamento de Matemática, Universidad Nacional de Salta, Argentina, [aaramayo@unsa.edu.ar](mailto:aaramayo@unsa.edu.ar)

**Palabras Claves:** convección natural, rotación, partición de recintos.

**Abstract.** La geometría de recintos rectangulares inclinados ha recibido mucha atención en distintas aplicaciones ingenieriles, sin embargo la literatura disponible reporta escasos resultados numéricos en cuanto al estudio de la transferencia de calor en recintos separados por placas inclinadas, un resultado interesante sería determinar si la presencia de estas placas en el interior del recinto, aumenta o disminuye la transferencia de calor. Nuestro grupo de trabajo ha estudiado recientemente la transferencia de calor en recintos trapezoidales apilados separados por placas (Aramayo et al., 2006). El cálculo del número de Nusselt necesita de la elección apropiada de escalas de longitud y de salto de temperatura. Esto dificulta la obtención de una correlación  $Nu(Ra)$  ya que las superficies inferior, superior del recinto y las placas no son paralelas. Esta geometría posibilita la elección de distintas longitudes características, por ejemplo, las proyecciones verticales de los lados del trapecio. En el presente trabajo se ha simplificado la geometría anterior tomando placas paralelas a las superficies inferior y superior, lo que permite una mejor elección de la escala de longitud. Se estudia numéricamente la transferencia de calor en un recinto rectangular (de altura  $H$  y ancho  $L$ ) inclinado, el cual se encuentra dividido por varias placas, que da lugar a distintos sub-dominios. Se considera las superficies laterales aisladas y se impone un salto de temperatura constante entre las superficies inferior y superior, mientras que las temperaturas de las placas internas están determinadas por el tipo de flujo desarrollado en el interior de los sub-dominios adyacentes. En este trabajo se pretende hallar la dependencia de  $Nu$  con el número de Rayleigh, la inclinación del recinto y la cantidad de sub-dominios. Para ello se ha variado el ángulo de inclinación desde  $0^\circ$  a  $90^\circ$ , la razón de aspecto ( $L/H$ ) entre  $1$  y  $10$ , la cantidad de sub-dominios (uno a cuatro) y el número de Rayleigh desde  $10^3$  a  $10^7$ . Una correlación general de  $Nu$  involucraría además la dependencia con la conductividad y espesor de las placas separadoras. Se encuentra que el mecanismo de transferencia de calor varía desde convección de Bénard a  $0^\circ$  hasta convección unicelular a  $90^\circ$ , mientras que para ángulos intermedios ambos mecanismos compiten.

## 1 INTRODUCCION

En general la mayoría de la bibliografía revisada analiza distintos casos de recintos rectangulares inclinados, cuyo ángulo de inclinación medido ya sea respecto a la dirección vertical u horizontal, cuya configuración de referencia corresponde al problema de calentamiento lateral.

Strada y Henrich (1982) estudian numéricamente una cavidad bidimensional calentada de lado para  $Ra < 10^7$  y ángulos de inclinación hasta  $90^\circ$ , respecto a la dirección vertical; con razones de aspecto 1, 5 y 10. Los autores presentan los campos de velocidad y las isotermas para algunos casos representativos.

Wirtz et.al. (1982), realizan un trabajo experimental para  $10^8 \leq Ra \leq 5 \times 10^9$  con un recinto, de pequeña razón de aspecto, inclinado  $\phi$  grados, con una variación desde  $0^\circ$  (calentamiento lateral) hasta  $90^\circ$  (calentamiento por debajo). Para  $\phi \leq 72^\circ$  la convección consiste en una capa límite periférica muy adherida a los bordes del recinto. Para las razones de aspecto consideradas (0.1 y 0.2) la transferencia de calor promedio presenta un máximo a  $50^\circ < \phi < 60^\circ$ . Los autores encuentran una correlación para  $Nu$  promedio, para todos los ángulos con una desviación del  $\pm 10\%$ .

Song et.al. (1996) realizan una investigación numérica de la convección natural, los fenómenos de histéresis y modos de transición en un recinto bidimensional inclinado calentado de lado ( $\phi = 0^\circ$ ). El número de  $Ra$  varía entre  $1 \times 10^3$  y  $2 \times 10^4$  y el ángulo de inclinación de  $0^\circ$  a  $90^\circ$ . Para un determinado ángulo de inclinación, por ejemplo  $5^\circ$ , se utiliza como condición inicial los campos obtenidos del problema correspondiente al ángulo inferior calculado,  $0^\circ$ . Los autores encuentran que el aumento de la transferencia de calor en los casos de altos  $Ra$  y  $\phi$ , está relacionado con la variación de la velocidad transversal. Para un dado  $Ra$  a una razón de aspecto fija, la transición de flujo depende de si domina el término de flotación o el flujo de corte, debido a la inclinación (a lo largo de las paredes caliente y fría). También observan un fenómeno de histéresis, los flujos obtenidos no son los mismos si  $\phi$  decrece de  $90^\circ$  a  $0^\circ$  que si  $\phi$  incrementa desde  $0^\circ$ . Los patrones de flujo son muy sensible a las condiciones iniciales impuesta.

Elsherbiny (1996) realiza una investigación experimental de la transferencia de calor convectiva estacionaria en un recinto rectangular calentado por debajo, para dos razones de aspecto ( $A=20$  y  $80$ ). El ángulo de inclinación varía de  $0^\circ$  (calentado por debajo) a  $180^\circ$  (calentado por arriba). El autor presenta una correlación del número de Nusselt con el ángulo de inclinación para  $120^\circ \leq \phi \leq 180^\circ$  y razón de aspecto 20. Además obtiene dos correlaciones de  $Nu$  en función de  $Ra$ , una para  $\phi = 120^\circ$  y otra para  $180^\circ$ .

En este trabajo se estudia numéricamente la transferencia de calor en un recinto rectangular inclinado, de altura  $H$  y longitud  $L$ . Para tener en cuenta cómo se modifica la transferencia de calor con el número de etapas, se ha dividido el dominio con placas de vidrio, lo que resulta en dos sub-dominios. Se ha variado el ángulo de inclinación  $\gamma$ , desde  $0^\circ$  a  $90^\circ$ , la razón de aspecto ( $L/H$ ) entre 1 y 10, la cantidad de subdivisiones (una y dos) y el número de Rayleigh desde  $10^3$  a  $10^7$ . Se ha elegido un recinto de una etapa con una razón de aspecto 10 para analizar la influencia de la inclinación para distintos  $Ra$ . En la sección 3.1 se muestra los patrones de flujos y las isotermas obtenidas para una sola etapa, mientras que en 3.2 los correspondientes a dos etapas.

El mecanismo de transferencia de calor varía desde convección de Bénard a  $\gamma = 0^\circ$  hasta convección unicelular a  $90^\circ$ . Para ángulos intermedios ambos mecanismos compiten.

No es posible realizar comparaciones detalladas de nuestros resultados con otros autores,

debido a la diferencia en los distintos parámetros (razón de aspecto, número de Rayleigh, ángulo de inclinación, número de Prandtl). No obstante, se han tenido en cuenta los datos obtenidos por otros autores, que corresponden a nuestro problema.

## 2 MODELO MATEMATICO Y NUMERICO

Se ha estudiado la convección natural en dos tipos de configuraciones:

2.1. **Configuración A:** recinto rectangular de ancho  $L$  y altura  $H$ , el cual se ha girado un ángulo respecto a la horizontal. Las paredes ubicadas en  $x=0$  y  $x=L$  se encuentran aisladas, en tanto que la superficie ubicada en  $y=0$  se encuentra a la temperatura  $T_C$ , y la ubicada en  $y=H$  a  $T_F$ .

2.2. **Configuración B:** recinto rectangular con las mismas características geométricas que la configuración A, al cual se ha particionado con una delgada placa de vidrio ubicada a la distancia media entre las paredes donde se imponen las temperaturas, determinando así dos subdominios rectangulares a los que llamaremos cavidades.

La figura 1 muestra el dominio de cálculo y las condiciones de bordes del problema, tanto para la configuración A (a la izquierda) como una correspondiente a la configuración B (a la derecha).

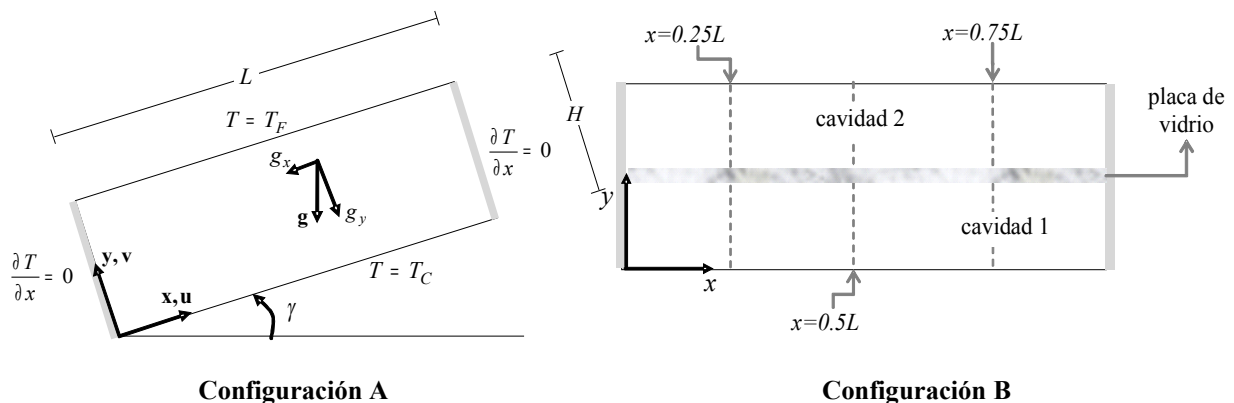


Figura 1. Dominio de cálculo y condiciones de borde

La convección natural en recintos está modelada por las siguientes ecuaciones adimensionales:

$$\text{Continuidad:} \quad \frac{\partial u^*}{\partial x^*} + \frac{\partial v^*}{\partial y^*} = 0 \quad (1)$$

Momento en la dirección x

$$\frac{\partial u^*}{\partial t^*} + u^* \frac{\partial u^*}{\partial x^*} + v^* \frac{\partial u^*}{\partial y^*} = - \frac{\partial P^*}{\partial x^*} + \frac{\text{Pr}}{\text{Ra}^{0.5}} \left( \frac{\partial^2 u^*}{\partial x^{*2}} + \frac{\partial^2 u^*}{\partial y^{*2}} \right) + \text{Pr} T^* \sin \gamma \quad (2)$$

Momento en la dirección y:

$$\frac{\partial v^*}{\partial t^*} + u^* \frac{\partial v^*}{\partial x^*} + v^* \frac{\partial v^*}{\partial y^*} = - \frac{\partial P^*}{\partial y^*} + \frac{\text{Pr}}{\text{Ra}^{0.5}} \left( \frac{\partial^2 v^*}{\partial x^{*2}} + \frac{\partial^2 v^*}{\partial y^{*2}} \right) + \text{Pr} T^* \cos \gamma \quad (3)$$

Energía: 
$$\frac{\partial T^*}{\partial t^*} + u^* \frac{\partial T^*}{\partial x^*} + v^* \frac{\partial T^*}{\partial y^*} = \frac{1}{Ra^{0.5}} \left( \frac{\partial^2 T^*}{\partial x^{*2}} + \frac{\partial^2 T^*}{\partial y^{*2}} \right) \quad (4)$$

Siendo  $Pr$ ,  $Ra$  los números de Prandtl y Rayleigh del fluido, definidos por

$$Ra = \frac{g \beta \Delta T H^3}{\alpha \nu}$$

$$Pr = \frac{\nu}{\alpha}$$

Las ecuaciones anteriores son adimensionalizadas aplicando las siguientes transformaciones:

$$x^* = \frac{x}{H}, \quad y^* = \frac{y}{H}, \quad t^* = \frac{u_0 t}{H}$$

$$u^* = \frac{u}{u_0}, \quad v^* = \frac{v}{u_0}, \quad T^* = \frac{T - T_m}{\Delta T}$$

$$p^* = \frac{p + g\rho(x \sin \gamma + y \cos \gamma)}{\rho u_0^2}$$

donde  $u_0$  es la velocidad característica para una cavidad calentada diferencialmente (Bejan, 1995) definida por:

$$u_0 = \frac{\alpha Ra_H^{1/2}}{H}$$

donde  $g$  es la aceleración de la gravedad,  $T_m$  y  $\Delta T$  son la temperatura media y la diferencia de temperatura entre  $T_C$  y  $T_F$  (al que denominaremos salto de temperatura), respectivamente. Además,  $\nu$  es la viscosidad cinemática del fluido,  $\rho$  es la densidad,  $\beta_T$  el coeficiente de expansión volumétrico, evaluados en la temperatura de referencia  $T_m$ .

### 3 PATRONES DE FLUJO Y TEMPERATURA OBTENIDOS

Se han obtenido resultados de patrones de flujo, isothermas, distribuciones de temperatura, número de Nusselt que permiten el análisis del comportamiento térmico y de flujo en el recinto. Estos resultados abarcan un amplio rango de parámetros:  $A=10, 7.5, 5, 2.5$  y  $1$ ; para estas razones de aspecto se ha variado  $\gamma$  desde  $0^\circ$  a  $90^\circ$ , con incrementos de  $15^\circ$ , como así también el número de Rayleigh desde  $10^3$  a  $10^7$ , en algunos casos hasta  $10^8$ . En determinadas situaciones se ha tomado  $\gamma$  y  $Ra$  intermedios. En las siguientes secciones se muestran sólo algunos resultados, que a nuestro criterio son significativos y describen el comportamiento general de los casos estudiados. En algunas secciones se hace mención a resultados que no se muestran en este trabajo, ya que su inclusión lo haría muy extenso. En la sección de transferencia de calor, sin embargo se incluyen la evolución temporal del número de Nusselt promedio de estos casos

#### 3.1 Configuración A: Un Recinto

Los resultados obtenidos para un recinto con  $A=10$ , muestran que para  $\gamma \leq 15^\circ$  existe un valor de  $Ra$  particular ( $Ra_{crit}$ ) para el cual el flujo cambia de multicelular a unicelular, por ejemplo para  $\gamma=10^\circ$  a  $Ra=10^5$  tenemos una única celda convectiva en todo el recinto, a pesar de que a  $Ra=10^4$  el tipo de flujo es multicelular. Este valor de  $Ra$  crítico disminuye con el aumento del ángulo  $\gamma$ , resultado que es razonable ya que con el aumento de  $\gamma$ , el problema se

aproxima al de calentamiento lateral.

La figura 2 muestra las funciones de corriente para un recinto con  $A=10$ ,  $\gamma=0^\circ$ , para  $10^4 \leq Ra \leq 10^7$ . Podemos observar que para esta razón de aspecto la multiplicación de celdas ocurre hasta  $Ra=10^5$  y que para  $Ra=5 \times 10^5$  la cantidad de celdas disminuye (a este proceso lo llamaremos retroceso), es decir que para este caso el valor del  $Ra_{crit}$  se encuentra entre  $10^5$  y  $5 \times 10^5$ . Este proceso ocurre hasta ángulos de  $15^\circ$ .

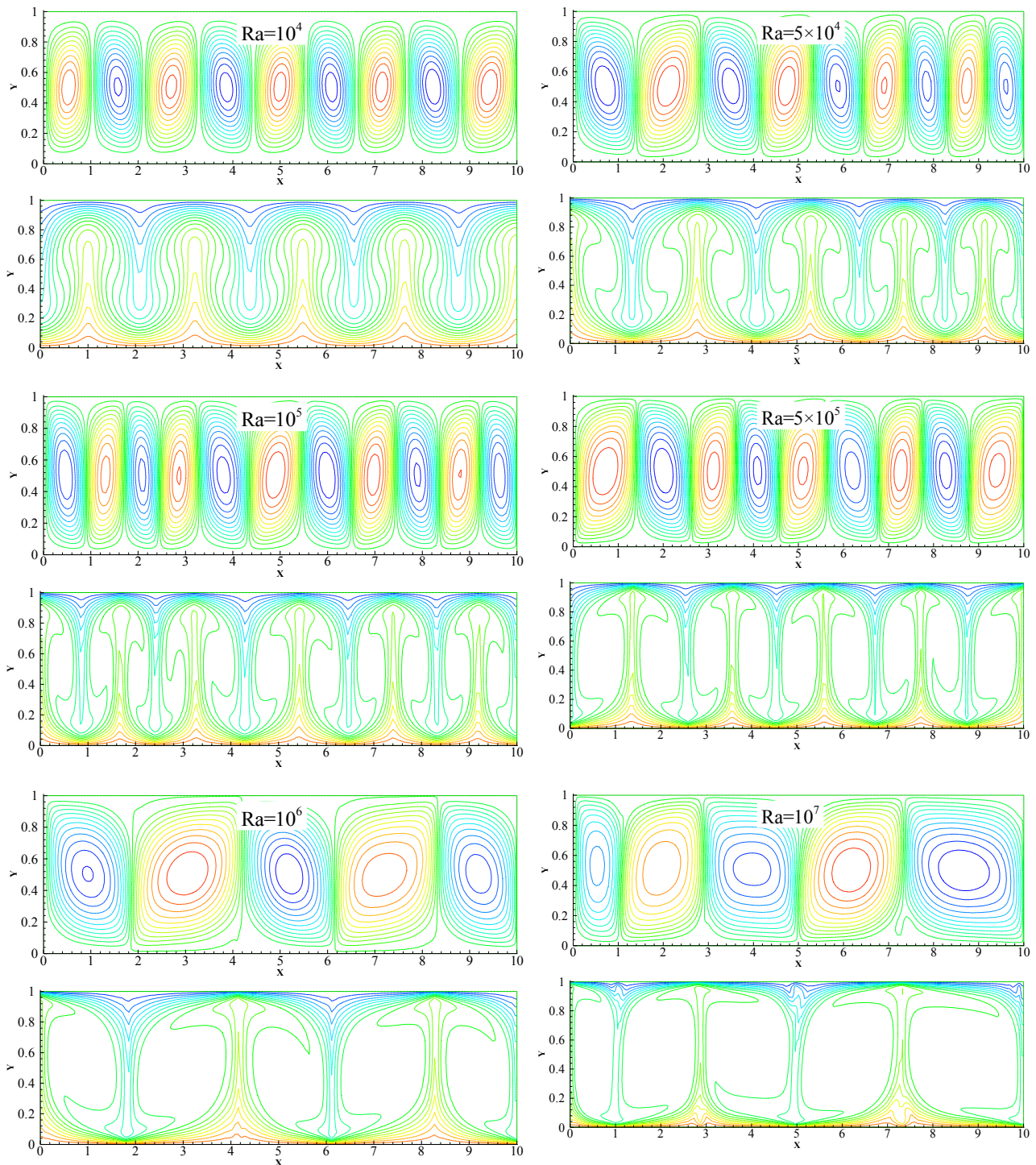


Figura 2. Funciones de corriente para  $A=10$ ,  $\gamma=0^\circ$ .



La figura 3 muestra las funciones de corriente e isothermas para un recinto de razón de aspecto 10, a  $Ra=10^6$  para distintos  $\gamma$ . A fin de tener una apreciación cualitativa de los flujos obtenidos se ha mantenido un  $\Delta\phi=0.005$  (salto de función de corriente). A  $\gamma=0^\circ$ , problema correspondiente a convección de Bénard, se obtiene cinco celdas convectivas; las cuales presentan un alargamiento (no son circulares) según el sentido de giro: horario levemente girado hacia la izquierda y antihorario levemente hacia la derecha, respecto de la vertical. Para este valor de  $Ra$  ya ha comenzado el proceso de disminución del número de celdas, ya que para  $Ra=10^5$  se observan una mayor cantidad de celdas (figura 2). Para  $\gamma=5^\circ$  se observa una única celda convectiva con sentido antihorario y dos celdas secundarias internas, que con el aumento de  $\gamma$  se intensifican. Con el aumento del ángulo  $\gamma$ , el régimen a este número de  $Ra$ , se aproxima al de capa límite.

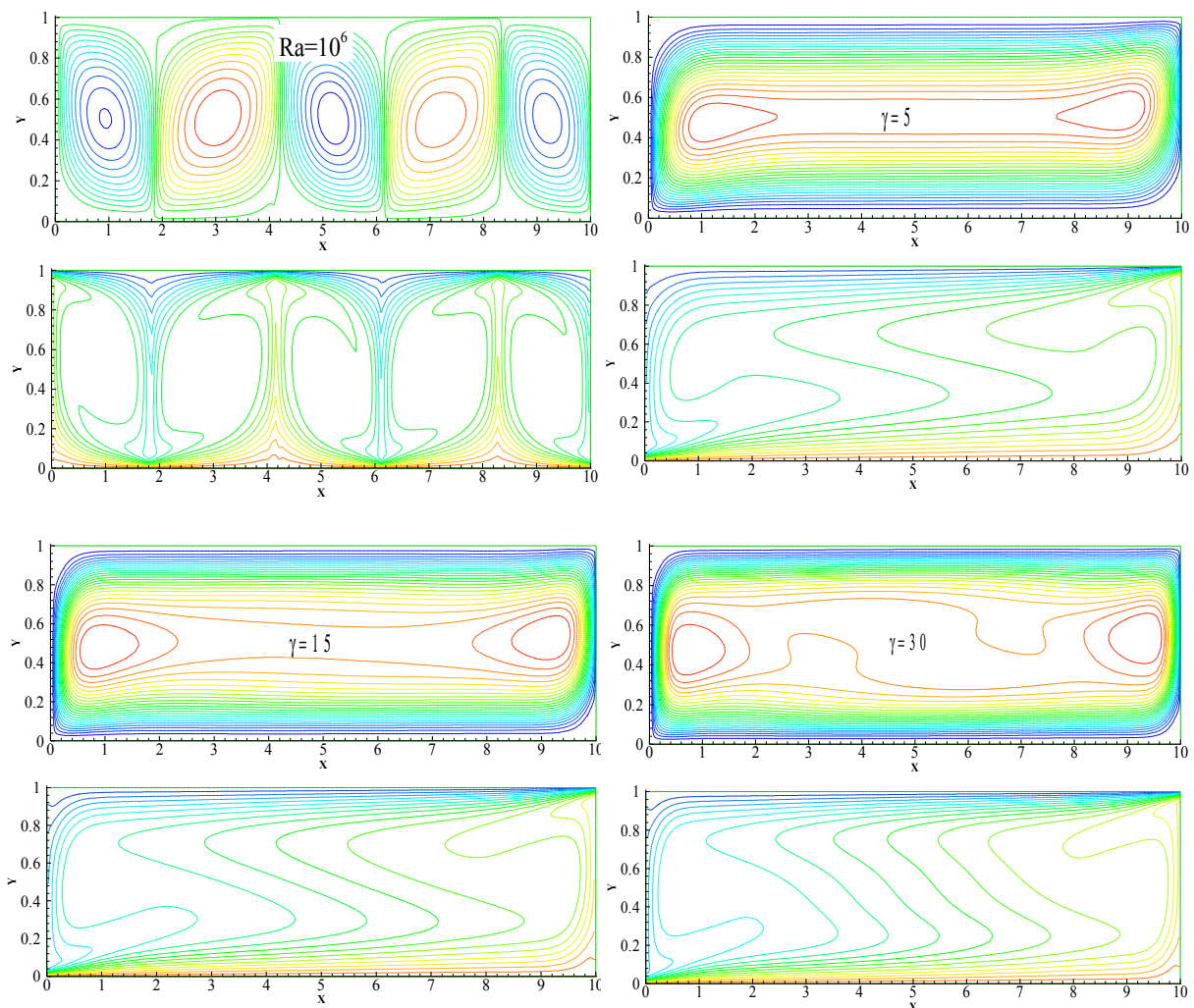


Figura 3. Funciones de corriente e isothermas para  $A=10$ ,  $Ra=10^6$ .

La figura 4 muestra la función de corriente y las isothermas para un recinto de razón de aspecto 5 a  $Ra=10^6$  para distintos ángulos de inclinación. Para  $\gamma=0^\circ$  se obtiene siete celdas convectivas y los patrones de isothermas muestran las correspondientes plumas ascendentes y descendentes, características del flujo del tipo de Bénard. Al igual que en un recinto con  $A=10$ , en este caso a  $\gamma=5^\circ$  una única celda convectiva ocupa la totalidad del recinto, la misma presenta un alargamiento en la dirección del eje  $x$ . A medida que aumenta el ángulo de

inclinación algunas celdas internas secundarias se intensifican, dando lugar a pequeños vórtices en las proximidades de las paredes aisladas ( $\gamma=10^\circ$ ), que se desplazan a hacia el extremo superior derecho (inferior izquierdo), a medida que aumenta el ángulo de inclinación ( $\gamma=30^\circ$ ).

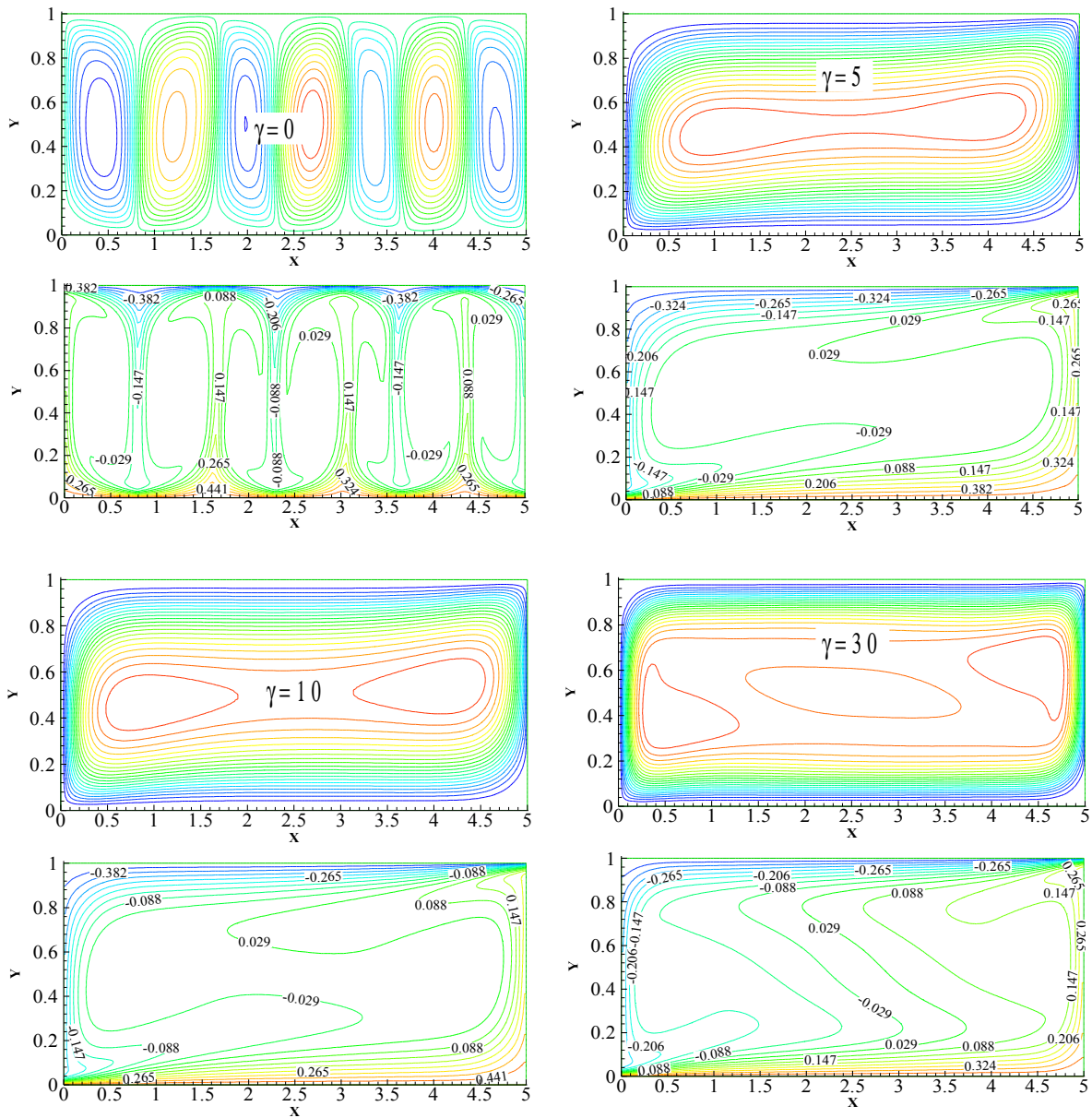


Figura 4. Funciones de corriente e isothermas para  $A=5$ ,  $Ra=10^6$ .

### 3.2 Configuración B: Dos Recintos

Para el caso de la Configuración B (dominio con dos subdivisiones) se ha obtenido resultados para  $A=5, I$  para estas razones de aspecto y ángulos considerados, existe un valor de  $Ra$  para el cual las soluciones se vuelven muy inestables y no se alcanza el estado estacionario, esto no implica, sin embargo, que para  $Ra$  mayores no se consiga el estado estacionario.

La figura 5 muestra los patrones de flujo e isothermas para un dominio del tipo

configuración B, con  $A=5$ ,  $Ra=10^5$ ,  $\gamma=0^\circ$  (calentamiento inferior) y  $\gamma=5^\circ$ . En el primer caso se observa que el mecanismo de transferencia de calor es puramente conductivo en las dos cavidades mientras que una pequeña inclinación lleva este mecanismo a uno típico de convección multicelular. Si bien las isotermas muestran la formación de plumas ascendentes y descendentes, el salto de temperatura en las cavidades es mínimo por lo tanto, las celdas convectivas serán de poca intensidad, resultado encontrado en Aramayo et. al. (2006).

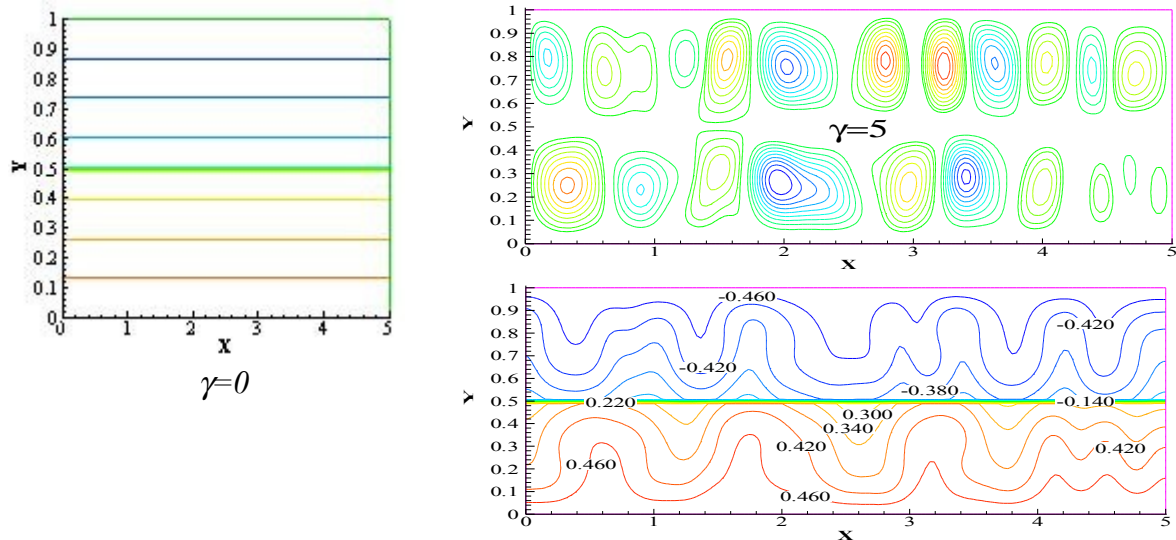


Figura 5. Función de corriente e isotermas para un recinto con dos subdominios  $A=5$ ,  $Ra=10^7$

#### 4 DISTRIBUCIÓN DE TEMPERATURA

La figura 6 muestra la variación de temperatura, a lo largo los nodos adyacentes a la superficie caliente, con el número de  $Ra$ , para  $A=10$ ,  $\gamma=0^\circ$  (figura 6-a) y  $5^\circ$  (figura 6-b). En la figura 6-a los picos y valles que presentan las distintas curvas son característicos del régimen de convección de Bénard. A medida que aumenta  $Ra$  la amplitud de las variaciones de temperatura se intensifican, a  $Ra=10^4$  la máxima variación de temperatura es del 2% del salto total, mientras que a  $Ra=10^7$  esta variación alcanza el 20%, lo que da cuenta que la intensidad del flujo convectivo incrementa con el aumento de  $Ra$ , a pesar que la cantidad de celdas disminuya.

Los perfiles de temperatura de la figura 6-b muestran que el régimen para  $Ra < 10^6$  es del tipo multicelular, mientras que para  $Ra \geq 10^6$  existe una celda convectiva principal. Para este último caso se puede observar que a  $x^*=0$  la temperatura en los nodos adyacentes a la superficie caliente es inferior a la impuesta, esto se puede explicar teniendo en cuenta que el sentido de giro de la celda principal es antihorario, lo que permite el ingreso de fluido enfriado en esta posición. Este salto de temperaturas crece a medida que aumenta  $Ra$ , lo que indica que la celda se ha intensificado. A  $Ra=10^7$  se observan pequeñas oscilaciones, en la parte superior del recinto, lo que da cuenta de la existencia de celdas secundarias de poca intensidad.

En la figura 7 se ha graficado nuevamente la temperatura de los nodos adyacentes a la superficie caliente para un recinto con  $A=5$  y  $\gamma=0^\circ, 5^\circ, 30^\circ$ . Los resultados encontrados a  $\gamma=0^\circ$  muestran un comportamiento similar al descrito para  $A=10$ , aunque los porcentajes de variación de temperatura han disminuido significativamente, por ejemplo, para  $Ra=10^4$  tenemos una variación de aproximadamente  $0.8\% \Delta T$  y a  $Ra=10^7$  el  $12\% \Delta T$ . Para ángulos superiores observamos el mismo tipo de flujo que al correspondiente a  $A=10$ .



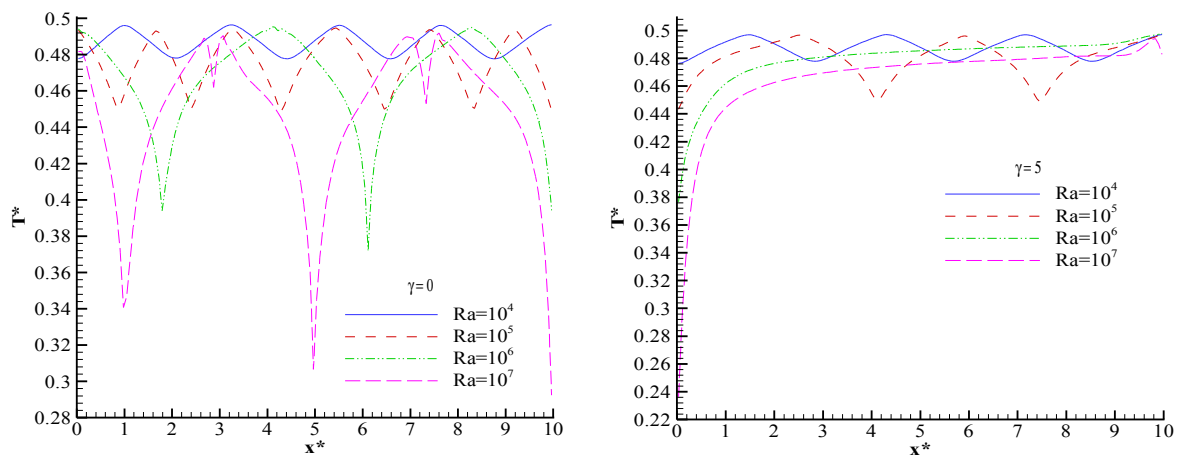


Figura 6. Variación de la temperatura a lo largo de la superficie calentada con  $Ra$ , para  $A=10$ .

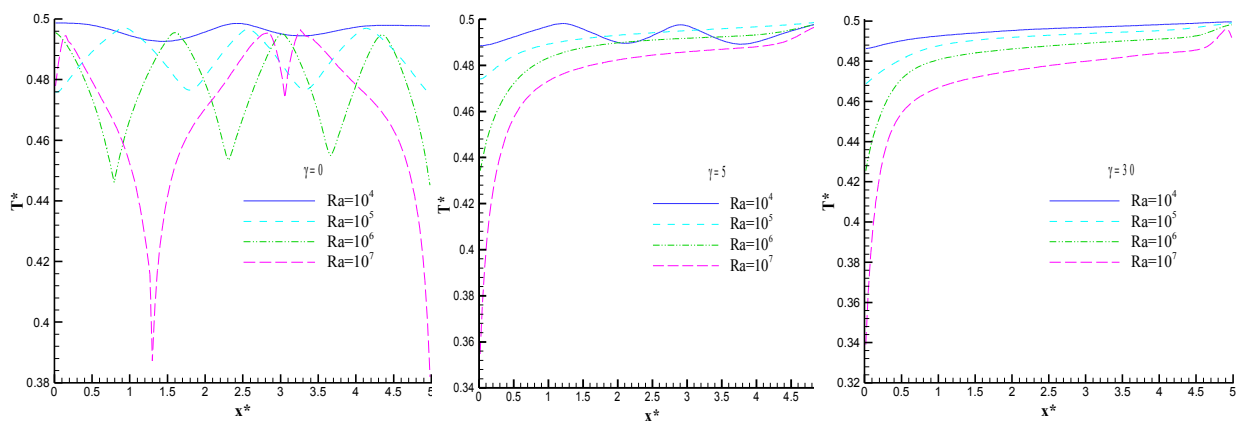


Figura 7. Variación de la temperatura a lo largo de la superficie calentada con el número de  $Ra$ ,  $A=5$

Los perfiles de temperatura transversales mostrados en las figuras 8 a 10, se obtienen en  $x=0.25L, 0.5L$  y  $0.75L$ , ver figura 1-b.

La figura 8 muestra los perfiles transversales de temperatura a  $x=0.5L$  a distintos  $Ra$ , para un recinto  $A=10$  y  $\gamma=0^\circ$ . A  $Ra=10^4$ , en esta posición se encuentra el centro de una quinta celda convectiva (contada a partir de la pared izquierda) de allí la simetría observada en el perfil. A  $Ra=10^5, 10^6$  al disminuir la cantidad de celdas, en esta ubicación ya no se encuentra el centro de ninguna de ellas, por lo que las curvas correspondientes no son simétricas.

A  $Ra=10^7$ , se puede observar el efecto de una pluma descendente que enfría bruscamente el fluido adyacente a la superficie caliente ( $\approx 60\% \Delta T$ ), luego hasta  $y^*=0.7$  la temperatura se mantiene prácticamente constante; a partir de esta altura se produce un enfriamiento hasta la superficie fría ( $y^*=1$ ). A  $y^*\approx 0.9$  se observa una pequeña zona donde la temperatura se mantiene constante.

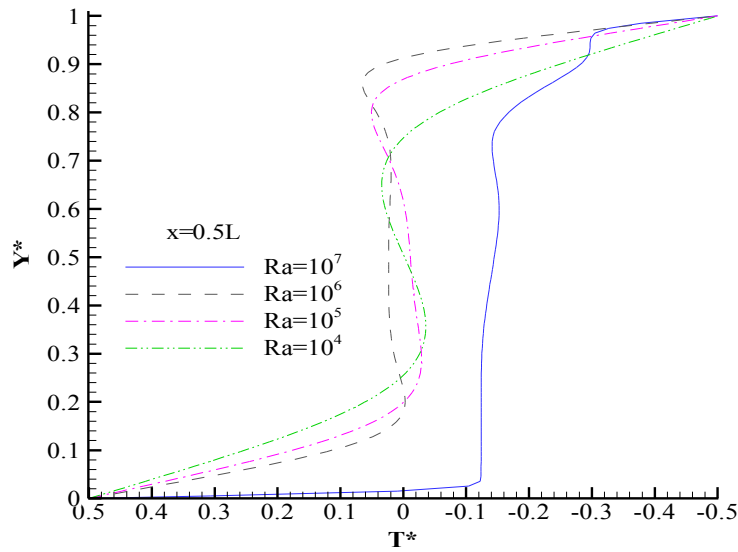


Figura 8. Perfiles transversales de temperatura a  $x=0.5L$  para distintos  $Ra$ , con  $A=10$  y  $\gamma=0^\circ$

La figura 9 muestra el perfil de temperatura a través de un recinto de razón de aspecto  $A=10$  y  $\gamma=5^\circ$ , una vez alcanzado el estado estacionario. Los perfiles corresponden a  $Ra=10^6$  en las tres posiciones mencionadas anteriormente. Los tres perfiles muestran un aumento de temperatura a medida que aumenta  $x$ , esto se produce por el descenso, en el lado izquierdo del recinto, del fluido enfriado y el ascenso por el lado derecho, del fluido calentado; esto nuevamente confirma el sentido de giro antihorario de la celda principal (Figura 3-b).

En todos los casos, se observa un enfriamiento hasta la posición  $y^*\approx 0.2$ , luego la temperatura aumenta levemente para  $0.2 < y^* < 0.7$ , posición a partir de la cual se siente el efecto de la pared fría.

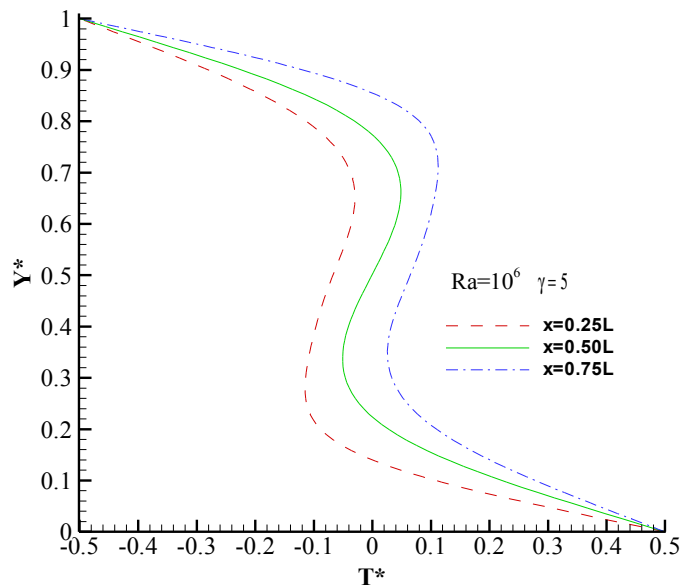


Figura 9. Perfiles transversales de temperatura para  $Ra=10^6$  y  $\gamma=5^\circ$  a distintas posiciones.

Las gráficas de la figura 10 muestran perfiles transversales de temperatura para un recinto que presenta la configuración B,  $A=5, Ra=10^7$  (a)  $\gamma=0^\circ$  (b)  $\gamma=5^\circ$ . En ambos casos en la superficie de vidrio (ubicada a  $y^*=0.5$ ) se observa prácticamente la totalidad del salto de temperatura

impuesto ( $\approx 90\% \Delta T$ , para  $\gamma=0^\circ$  y  $\approx 80\% \Delta T$ , para  $\gamma=5^\circ$ ), lo que indica que las celdas convectivas formadas a este  $Ra$  son poco intensas (figura 4 y 5)

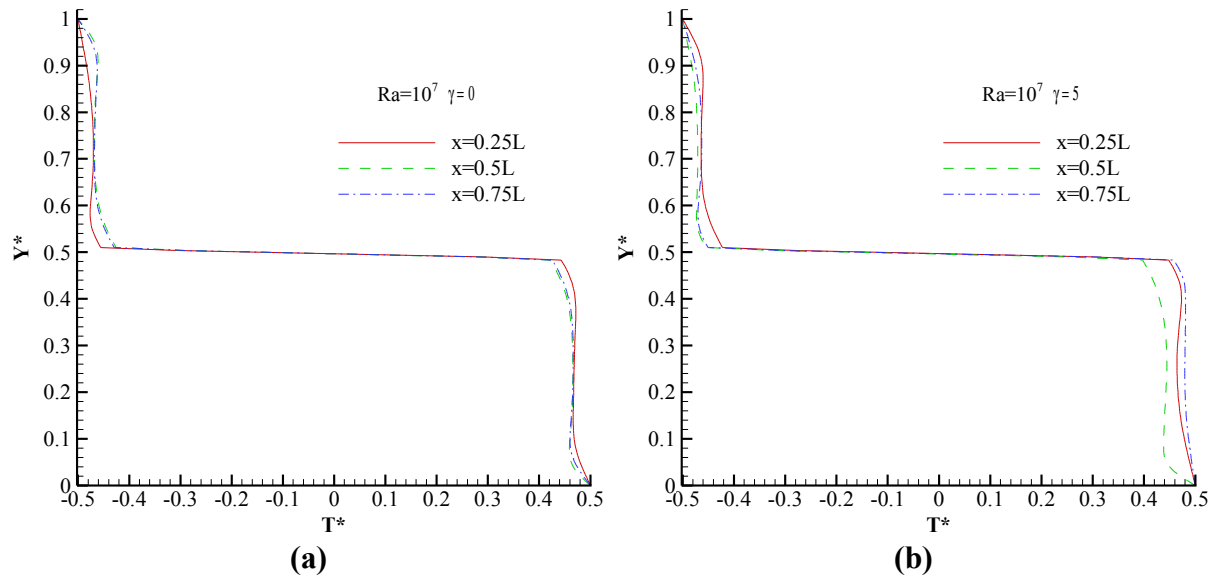


Figura 10. Perfiles transversales de temperatura para  $Ra=10^7$ , a distintas posiciones.

## 5 TRANSFERENCIA DE CALOR

El estudio de la dependencia de la transferencia de calor con el número de Rayleigh, la razón de aspecto del recinto, el ángulo de giro, la cantidad de subdivisiones realizadas en el recinto, puede realizarse calculando el calor adimensional, expresado mediante el cálculo del número de Nusselt tanto local como global, del siguiente modo:

$$\text{Número de Nusselt Local} : Nu(x^*) = \frac{\partial T^*}{\partial y^*}$$

$$\text{Número de Nusselt Global} : \bar{Nu} = \frac{H}{L} \int_0^{L/H} Nu(x^*) dx^* b$$

Estos valores se han calculado en los nodos adyacentes a las superficies en las cuales se ha impuesto la temperatura.

En la figura 11 se presentan la evolución temporal del  $\bar{Nu}$  para  $A=10$ ,  $10^4 \leq Ra \leq 10^7$ , y ángulos hasta  $15^\circ$ , con incrementos de  $5^\circ$  desde la posición horizontal. A mayores inclinaciones el comportamiento de  $\bar{Nu}$  es el característico del problema de calentamiento lateral, incremento gradual de  $\bar{Nu}$  con  $Ra$ , razón por la cual no se han incluido en este trabajo.

Debido a la imposición repentina de las condiciones de borde de temperatura en las superficies del recinto se produce, en todos los casos, un descenso significativo en el valor de  $\bar{Nu}$ . Luego de esto, existe un intervalo de tiempo, a  $\gamma=0^\circ$ , en el que  $\bar{Nu}$  permanece constante, cuya duración disminuye a medida que aumenta  $Ra$ ; para ángulos mayores no se observa este comportamiento. Después de este intervalo, la transferencia de calor incrementa hasta alcanzar su valor de estado estacionario.

En todos los casos se aprecia un aumento de  $\bar{Nu}$  con el incremento de  $Ra$ , este aumento no es gradual con  $Ra$ , observándose por ejemplo que para  $\gamma=0^\circ$  la curva de  $\bar{Nu}$  correspondiente a  $Ra=5 \times 10^5$  presenta un valor muy cercano al correspondiente a  $Ra=10^6$ . Para los otros ángulos

de inclinación este comportamiento se aprecia a otros valores de  $Ra$ .

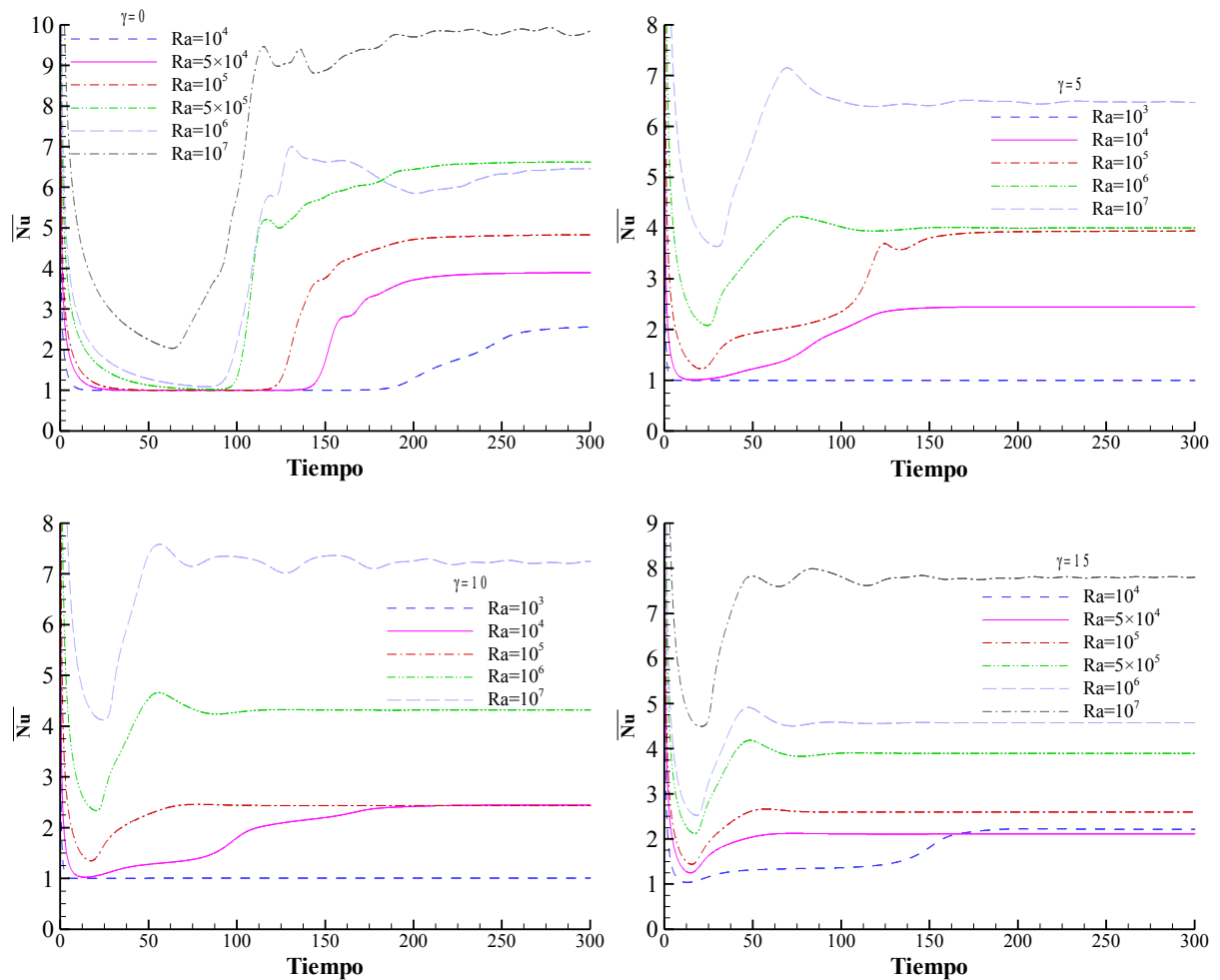


Figura 11. Evolución temporal de  $\overline{Nu}$  para  $\gamma=0^\circ, 5^\circ, 10^\circ, 15^\circ$ ,  $A=10$

Para estudiar el efecto del ángulo de inclinación en la transferencia de calor se ha graficado la evolución temporal de  $\overline{Nu}$  para  $Ra=10^6$ , para dos razones de aspecto  $A=2.5, 10$ , presentados en la figura 12. Para las dos razones de aspecto consideradas se puede apreciar que los valores de  $\overline{Nu}$  para  $\gamma=0^\circ$  al principio es menor que los correspondientes a ángulos superiores. Sin embargo, los valores alcanzados en el estado estacionario para un recinto horizontal son superiores a los alcanzados cuando se inclina el recinto. Para  $\gamma>0^\circ$ ,  $\overline{Nu}$  crece a medida que  $\gamma$  aumenta.

La transferencia de calor, para todos los ángulos considerados, es mayor para  $A=2.5$  que para  $A=10$ , pero el efecto de la inclinación del recinto es más significativo a medida que aumenta la razón de aspecto.

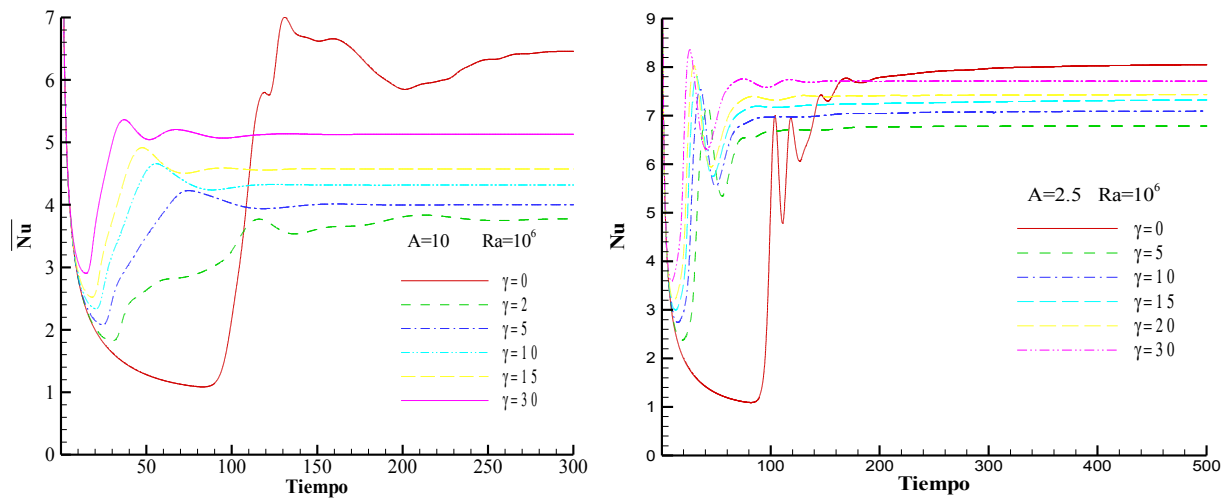


Figura 12. Efecto del ángulo de inclinación en la evolución temporal de  $\overline{Nu}$  para  $Ra=10^6$

En la figura 13 se muestra la variación del número de Nusselt global con el ángulo de inclinación  $\gamma$ , una vez alcanzado el estado estacionario (parametrizado con  $A$ ), para  $Ra=10^6$  empezando con una razón de aspecto  $A=2.5$  con incrementos de 2.5 hasta  $A=10$ .

El comportamiento general muestra que la transferencia de calor aumenta con la disminución de la razón de aspecto, excepto para  $A=5$  y  $1$  a  $\gamma=0^\circ$  los valores de  $\overline{Nu}$  encontrados son practicamente iguales. A  $\gamma=0^\circ$  para  $A \geq 5$ ,  $\overline{Nu}$  presenta valores cercanos a  $10$  y luego un descenso significativo hasta un ángulo  $\gamma^*$  ( $\gamma^* < 10^\circ$ ). A partir de  $\gamma=15^\circ$ ,  $\overline{Nu}$  incrementa moderadamente hasta alcanzar un máximo aproximadamente a  $60^\circ$ . El comportamiento de  $\overline{Nu}$  para  $A=1$ , es diferente de los anteriores ya que la curva no presenta mínimo y el máximo se ha desplazado a  $\gamma=45^\circ$ .

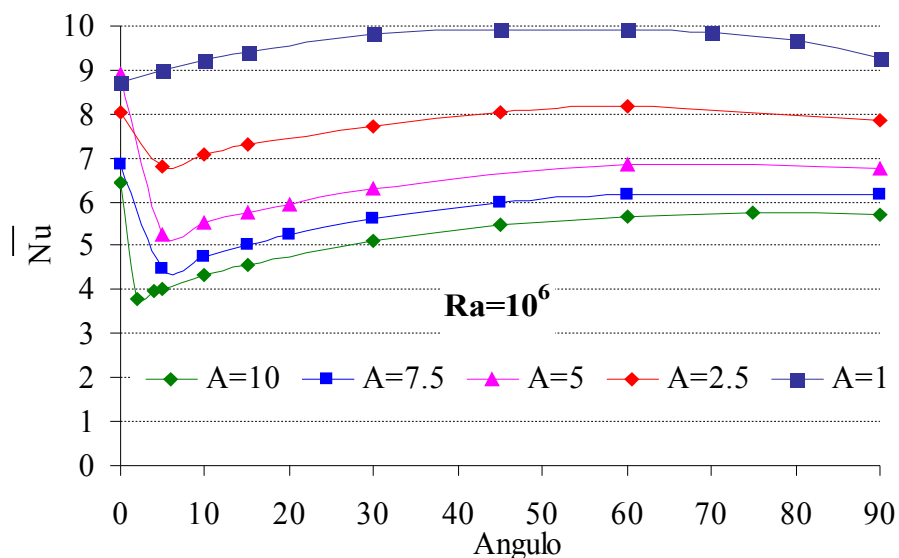


Figura 13. Dependencia de  $\overline{Nu}$  con el ángulo de inclinación a  $Ra=10^6$ , para  $1 \leq A \leq 10$

Para el análisis del comportamiento de  $\overline{Nu}$  con  $Ra$ , se ha tomado como referencia el recinto con  $A=10$ , figura 14. Para ángulos pequeños ( $\gamma \leq 10^\circ$ ) en algunos casos se observa un solapamiento de las curvas. A partir de  $\gamma=10^\circ$ ,  $\overline{Nu}$  aumenta con el aumento de  $Ra$ . A  $\gamma=0^\circ$



en todos los casos mostrados se tiene convección multicelular, por ejemplo nueve celdas a  $Ra=10^4$  número que va disminuyendo a medida que aumenta  $Ra$  (a  $Ra=10^7$  tenemos cinco celdas). A pesar de esta disminución de celdas el valor de  $\overline{Nu}$  aumenta, esto puede explicarse por el aumento en el tamaño de las celdas convectivas.

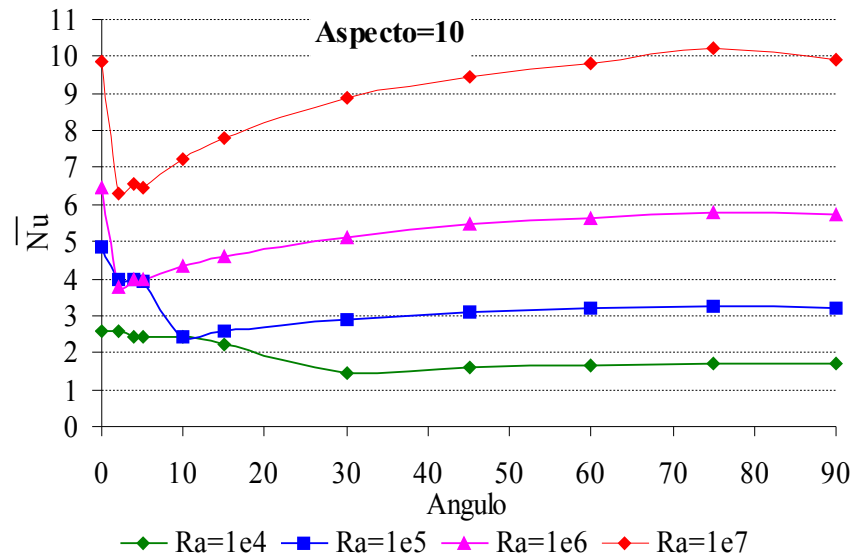


Figura 14. Correlación de  $Nu$  con el ángulo de inclinación, para  $10^4 \leq Ra \leq 10^7$ ,  $A=10$

Una vez concluido el análisis de la evolución temporal de  $\overline{Nu}$  es de interés estudiar el efecto conjunto del ángulo de inclinación y de la razón de aspecto, en los valores de  $\overline{Nu}$  alcanzados en el estado estacionario. Esto permite obtener una correlación de  $\overline{Nu}$  en función de  $Ra$  y  $A$ .

La expresión teórica para la correlación de  $\overline{Nu}$  en función de  $Ra$ , para un  $\gamma$  y  $A$  dados, es del tipo potencial:

$$\overline{Nu} = C_1 Ra^{C_2}$$

En la sección 2.1 se ha visto que dependiendo del número de Rayleigh, se tiene convección multicelular o bien unicelular, a esta última situación, se llega a través de un proceso de disminución de celdas, para ángulos mayores a  $5^\circ$ . El valor de  $Ra$  al cual ocurre el proceso de disminución de celdas ( $Ra_{crit}$ ) depende del ángulo de inclinación del recinto, esto se puede apreciar en la figura 15; en la cual se observa que para  $\gamma \leq 15^\circ$  las distintas curvas presentan un cambio de pendiente cuando esto sucede. Se ha determinado un rango aproximado para el valor de  $Ra_{crit}$  los cuales se muestran en la tabla 1.

Con los resultados de nuestros cálculos no es posible determinar un  $Ra_{crit}$  para  $\gamma$  mayores que  $30^\circ$ . Para mayor claridad no se ha graficado las curvas de  $\overline{Nu}$  en función de  $Ra$  para ángulos mayores a  $30^\circ$  en la figura 15, los mismos se muestran en la figura 17.

Para obtener las correlaciones de  $\overline{Nu}$  en función de  $Ra$  y  $\gamma$ , se ha distinguido tres tipos de situaciones, la primera relacionada con la multiplicación de celdas, efecto característico del calentamiento por debajo (figura 16-a); la segunda con el proceso de disminución de celdas (figura 16-b) y la tercera con la convección unicelular, característica del calentamiento lateral (figura 17)

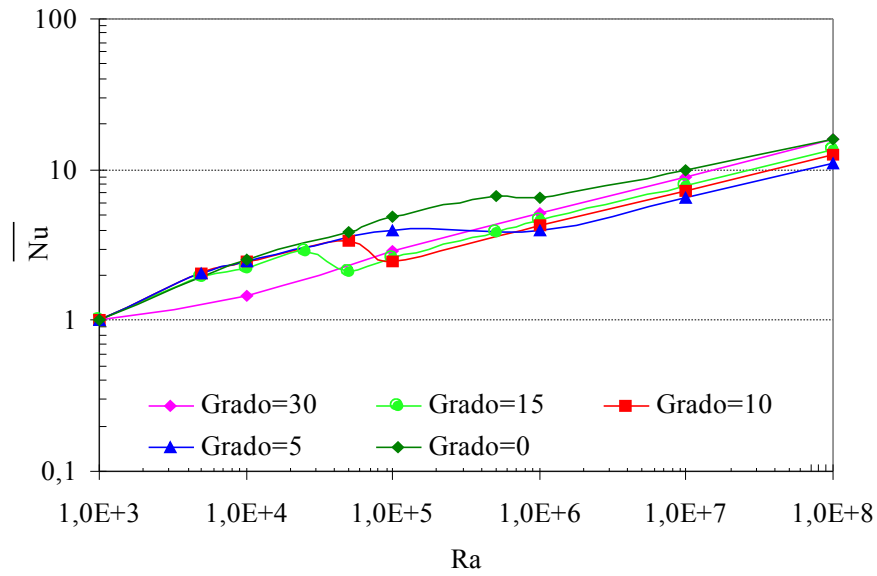


Figura 15. Dependencia de  $\overline{Nu}$  con  $Ra$ ,  $A=10$ ,  $\gamma \leq 30^\circ$

Grado	$Ra_{crit}$
$0^\circ$	$5 \times 10^5 - 10^6$
$5^\circ$	$10^5 - 10^6$
$10^\circ$	$5 \times 10^4 - 10^5$
$15^\circ$	$2.5 \times 10^4 - 5 \times 10^4$
$30^\circ$	$10^3 - 10^4$

Tabla 1. Intervalo para  $Ra_{crit}$  en función de  $\gamma$

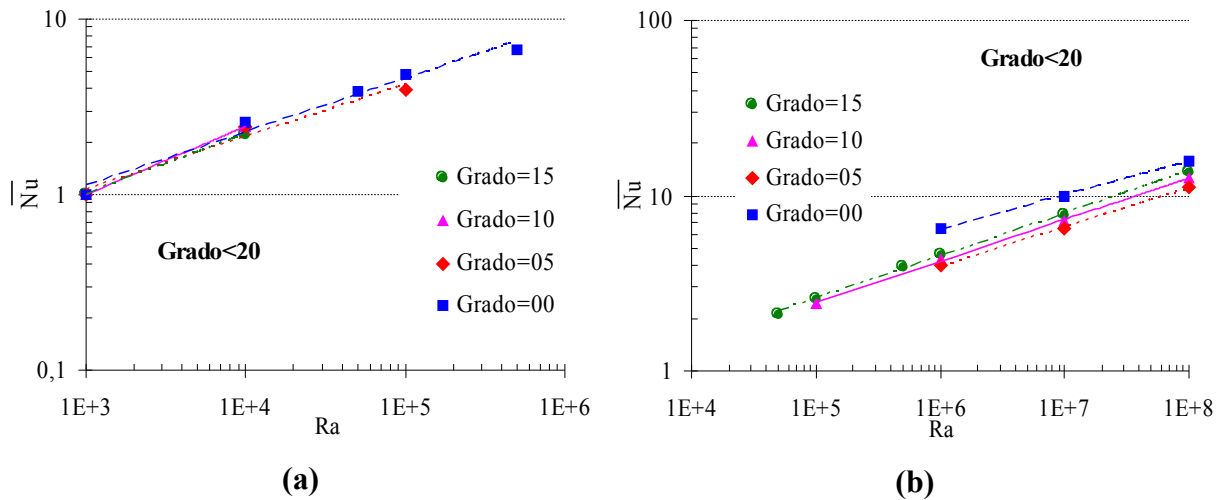


Figura 16. Dependencia de  $\overline{Nu}$  con  $Ra$ ,  $A=10$ ,  $\gamma < 20^\circ$

Utilizando los resultados de  $\overline{Nu}$ , de estado estacionario, alcanzado en las distintas simulaciones (figura 16) se ha obtenido correlaciones cuyos coeficientes  $C_1$  y  $C_2$  se presentan en la tabla 2; también se ha incluido los valores de  $R^2$  (coeficiente de correlación lineal). Para ángulos menores a  $20^\circ$  y  $Ra$  hasta  $10^6$  se obtienen distintas correlaciones, en las cuales el

coeficiente  $C_2$  es aproximadamente igual a  $1/3$ , para  $\gamma=0^\circ$  y aumenta levemente a medida que incrementa  $\gamma$ . Mientras que el coeficiente  $C_1$  disminuye levemente con el incremento de  $\gamma$ . Como en este caso la variación de  $C_1$  y  $C_2$  no es muy significativa podría incluirse todos estos datos en una única correlación, obteniéndose:  $\overline{Nu} = 0.1359Ra^{0.3038}$ .

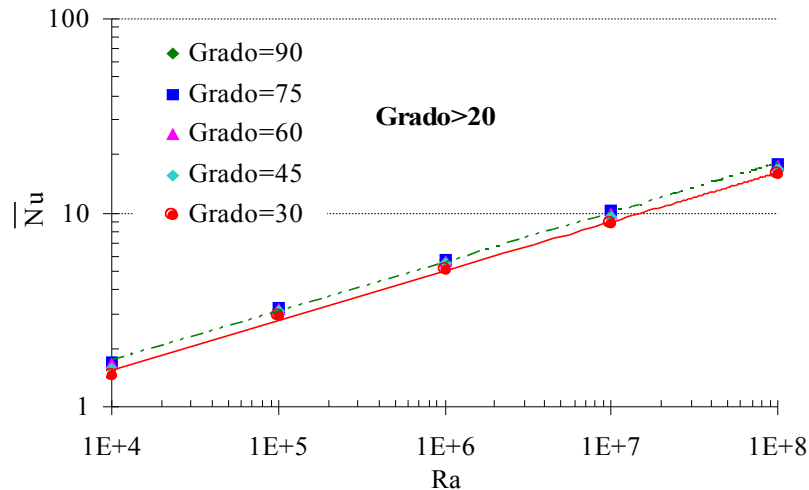


Figura 17. Dependencia de  $\overline{Nu}$  con  $Ra$ ,  $A=10$ ,  $10^4 \leq Ra \leq 10^8$ ,  $\gamma \geq 30^\circ$

Para los casos de disminución de celdas el coeficiente  $C_2$  disminuye aproximadamente a  $1/5$  para  $\gamma=0^\circ$  y aumenta a medida que incrementa  $\gamma$ , alcanzado un valor cercano a  $1/4$  para  $\gamma=15^\circ$ , lo que revela que para estos ángulos y para  $Ra > Ra_{crit}$  el comportamiento de flujo es del tipo calentamiento lateral.

	C1	C2	R	C1	C2	R
	Multiplicación de celdas			Disminución de celdas		
Grado=0	0,136	0,306	0,977	0,437	0,194	0,999
	Convección multicelular			Convección unicelular		
Grado=5	0,133	0,308	0,946	0,186	0,222	0,999
Grado=10	0,131	0,310	0,952	0,162	0,237	1,000
Grado=15	0,113	0,324	0,979	0,157	0,243	0,999

Tabla 2. Coeficientes de la Correlación de  $\overline{Nu}$ , en función de  $Ra$ , para  $\gamma \leq 15^\circ$ .

En la tabla 3 se muestran los coeficientes  $C_1$  y  $C_2$  con los cuales se han correlacionado todos los datos correspondiente a  $\gamma \geq 30^\circ$ , como era de esperarse para estos ángulos el valor de  $C_2$  es  $1/4$ ; y no se observa una dependencia de  $\overline{Nu}$  con el ángulo de inclinación.

	Convección unicelular		
	C1	C2	R
Grado=30	0,162	0,254	0,996
Grado=45			
Grado=60			
Grado=75			
Grado=90			

Tabla 3. Coeficientes de la Correlación de  $\overline{Nu}$ , en función de  $Ra$ , para  $\gamma \geq 30^\circ$

## 6 CONCLUSIONES

Se estudia numéricamente la transferencia de calor en un recinto rectangular (de altura  $H$  y ancho  $L$ ) inclinado, el cual se encuentra dividido por una placa, que da lugar a dos sub-dominios. Para ello se ha variado el ángulo de inclinación desde  $0^\circ$  a  $90^\circ$ , la razón de aspecto ( $L/H$ ) entre 1 y 10, la cantidad de sub-dominios y el número de Rayleigh desde  $10^3$  a  $10^7$ .

Se ha obtenido que para ángulos mayores a  $30^\circ$  la dependencia de  $\overline{Nu}$  con el número de Rayleigh es del tipo:  $\overline{Nu} = 0.162Ra^{0.254}$ , el exponente encontrado es aproximadamente igual a  $1/4$ , el cual corresponde al problema de calentamiento lateral. Para ángulos menores, dependiendo del rango de  $Ra$ , se distinguen dos tipos de situaciones:

- Para  $Ra$  menores que  $Ra_{crit}$  predomina el comportamiento tipo Bénard y se puede obtener una única correlación dada por:  $\overline{Nu} = 0.1359Ra^{0.3038}$ , el exponente de esta correlación es aproximadamente igual a  $1/3$ , valor típico de este tipo de problema.
- Para  $Ra$  mayores que  $Ra_{crit}$  no es posible encontrar una única correlación, ya que la misma depende del ángulo de inclinación, y para todos los casos analizados el exponente es menor que  $1/4$ .

Consideramos que es necesario un estudio teórico más profundo que explique el cambio de flujo a determinados valores de  $Ra$ , ángulo de inclinación y razón de aspecto.

## REFERENCES

- Aramayo, A. M., Esteban, S, Cardon, L.. Convección y Transferencia de Calor Conjugada en un Apilamiento de Recintos. *Mecánica Computacional*, ENIEF, XXV:250-261, 2006
- Bejan A. *Convection heat transfer*, John Wiley&Sons, Inc, 1995.
- Elsherbiny, S. M.. Free convection in inclined air layers heated from above. *Int. Journal Heat and Mass Transfer*,19,18:3925-3930. 1996
- Strada, M. and Heinrich, J. . Heat transfer rates in natural convection at high Rayleigh numbers in rectangular enclosures: A numerical study. *Numerical Heat Transfer*, 5: 81-93, 1982.
- Wirtz, R. Righi, J. and Zirilli, F.. Measurements of natural convection across tilted rectangular enclosures of aspect ratio 0.1 and 0.2. *Journal of Heat Transfer*,104:521-526, 1982.
- Soong, C., Tzeng P., Chiang, D., Sheu T. Numerical study on mode-transition of natural convection in differentially heated inclined enclosures. *Int. Journal Heat Mass Transfer*,39,14:2869-2882. 1996