

## COMPORTAMIENTO AERODINÁMICO Y AEROELÁSTICO DE ROTORES DE GENERADORES EÓLICOS DE EJE HORIZONTAL Y DE GRAN POTENCIA

Cristian Gebhardt<sup>a</sup>, Sergio Preidikman<sup>a,b</sup>, Julio C. Massa<sup>a,b</sup> y Guillermo Weber<sup>c</sup>

<sup>a</sup> Facultad de C. E. F. y N., Universidad Nacional de Córdoba, Casilla de Correo 916, 5000 Córdoba, Argentina, [cgebhardt@efn.uncor.edu](mailto:cgebhardt@efn.uncor.edu), <http://www.efn.uncor.edu>

<sup>b</sup> Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional de Río Cuarto, Ruta Nacional 36 Km. 601, 5800 Río Cuarto, Argentina, [spreidik@ing.unrc.edu.ar](mailto:spreidik@ing.unrc.edu.ar), <http://www.ing.unrc.edu.ar>

<sup>c</sup> Department of Engineering, The University of Texas at Brownsville, Brownsville, TX 78520, USA [guillermo.weber@utb.edu](mailto:guillermo.weber@utb.edu), <http://www.csmt.utb.edu>

**Palabras clave:** generadores eólicos de eje horizontal, rotor, aeroelasticidad, aerodinámica inestacionaria, integración en el dominio del tiempo.

**Resumen.** En el presente trabajo se simula numéricamente el comportamiento aerodinámico y aeroelástico no-lineal e inestacionario del rotor de un generador eólico de eje horizontal y de gran potencia (mayor a 1MW). El problema aerodinámico es modelado mediante la técnica de red de vórtices no-lineal e inestacionaria, que permite determinar la magnitud y la evolución en el tiempo de las cargas aerodinámicas que actúan sobre las palas. El problema dinámico es modelado como un eje rígido rotante que en un extremo tiene acoplado un rotor rígido cuyas palas están sometidas a la acción de fuerzas de origen aerodinámico. El rotor transforma energía eólica en energía mecánica. En el otro extremo del eje esta aplicado el par resistente asociado a la presencia de un equipo de generación eléctrica que toma la energía mecánica del eje y la convierte en energía eléctrica. Todas las ecuaciones que gobiernan al sistema dinámico son integradas en forma simultánea e interactiva en el dominio del tiempo por medio de un método predictor-corrector. En este esfuerzo se estudian las características de las cargas aerodinámicas y la incidencia de la configuración geométrica del rotor y las condiciones de viento sobre la potencia obtenida. También se estudia la respuesta aeroelástica del rotor operando en vacío (sin tener en cuenta la dinámica del equipo de generación de energía), determinando la velocidad límite en función de la velocidad del viento y del ángulo de pitch de las palas.

## 1. INTRODUCCIÓN

Las energías renovables, como la solar, la eólica, y las provenientes de los recursos energéticos de las biomasas son una muy buena alternativa frente a los combustibles fósiles y a todo otro tipo de energía no renovable. La industria de grandes aerogeneradores (mayores a 100 KW de potencia) es la más dinámica entre las industrias productoras de grandes equipos para la generación eléctrica y dentro del conjunto de ramas industriales emergentes sólo es superada por la telefonía móvil. Un aerogenerador obtiene su potencia de entrada convirtiendo la fuerza del viento en un par que actúa sobre el eje del rotor. La densidad del aire, el área de barrido del rotor y la velocidad del viento son parámetros que determinan cuanta energía del viento está disponible para ser capturada por una turbina eólica. Por otro lado, la cantidad de energía que el rotor “es capaz de capturar” depende exclusivamente de su eficiencia aerodinámica. Por lo tanto es primordial poder evaluar en la etapa de diseño la eficiencia de las turbinas eólicas para ayudar a encontrar la configuración la optimice.

La aerodinámica asociada a generadores eólico de eje horizontal y de gran potencia es inherentemente no-lineal e inestacionaria debido a la presencia de condiciones ambientales complejas, vientos de amplitud y dirección cambiante, existencia de la capa límite terrestre, deformaciones estáticas, y flujos dominados por vorticidad (Muljadi et al. 1997).

El rango de velocidades de operación (subsónico bajo) se conjuga con las grandes dimensiones del equipo dando lugar a flujos incompresibles cuyos números de Reynolds son altos. Este hecho avala la hipótesis de que los efectos viscosos están confinados únicamente, a las capas límite y a las estelas vorticosas, y permite estimar las cargas aerodinámicas mediante una conocida técnica de la dinámica de fluidos: el método de red de vórtices no-lineal e inestacionario (NLUVLM) (Gebhardt et al., 2008a; Gebhardt et al., 2008b).

En el presente trabajo se simula numéricamente el comportamiento aerodinámico y aeroelástico no-lineal e inestacionario del rotor de un generador eólico de eje horizontal y de gran potencia (mayor a 1MW). El problema aeroelástico aquí abordado es un fenómeno de interacción entre las cargas aerodinámicas y la dinámica estructural del rotor. El problema aerodinámico es modelado mediante el NLUVLM, y el problema dinámico es modelado como un eje rígido rotante que en un extremo tiene acoplado un rotor rígido cuyas palas están sometidas a la acción de fuerzas de origen aerodinámico. El rotor transforma energía eólica en energía mecánica. En el otro extremo del eje esta aplicado el par resistente asociado a la presencia de un equipo de generación eléctrica que toma la energía mecánica del eje y la convierte en energía eléctrica. En este esfuerzo se considera al flujo de aire y a la estructura del rotor como elementos de un único sistema dinámico, y todas las ecuaciones que gobiernan al sistema son integradas en forma simultánea e interactiva en el dominio del tiempo por medio de un método predictor-corrector de cuarto orden desarrollado por Hamming (Carnahan et al., 1969) y posteriormente modificado para resolver este tipo de problemas (Preidikman, 1998).

Los datos necesarios para llevar a cabo las simulaciones numéricas son: (i) la variación temporal del ángulo de “pitch” y las características aerodinámicas de las palas (modeladas como una colección de cuerpos rígidos); (ii) las características dinámicas del rotor; y (iii) la corriente de aire que puede variar en el tiempo, tanto en magnitud como en dirección. Los datos que caracterizan el flujo incidente pueden ser de origen sintético, o bien, pueden ser obtenidos experimentalmente a partir de mediciones de campo. En este trabajo se fija la velocidad de la corriente libre y el valor del ángulo de “pitch”, y se obtiene la respuesta del sistema mediante integración numérica en el dominio del tiempo.

## 2. EL MODELO AERODINÁMICO

En el modelo estudiado se considera el flujo de un fluido incompresible caracterizado por un número de Reynolds muy elevado. La ecuación gobernante es la ecuación de continuidad para flujos incompresibles e irrotacionales conocida como ecuación de Laplace:

$$\nabla^2 \varphi(\mathbf{R}, t) = 0 \quad (1)$$

donde  $\varphi(\mathbf{R}, t)$  es la función potencial de velocidad válida en todo el dominio irrotacional del fluido (fuera de las estelas y las capas límites). La dependencia explícita del tiempo en la ecuación de Laplace se introduce a través de las condiciones de contorno (Preidikman, 1998; Preidikman y Mook, 2005).

Cuando existe velocidad relativa entre el rotor y el fluido, se genera vorticidad en el seno de las capas límites. Los efectos viscosos son los responsables de la existencia de las capas límites. Parte de esta vorticidad es emitida desde el borde de fuga y la punta de las palas, es transportada por el fluido, y forma las estelas. El campo de velocidades asociado con toda esta vorticidad interactúa con la corriente libre: mientras las condiciones de borde de no-penetración y no-deslizamiento son satisfechas sobre las superficies sólidas generadoras de vorticidad, la vorticidad en las estelas se mueve libremente en el fluido de forma tal que no se produzcan saltos de presión a través de las mismas.

Para atacar este problema se modelan las superficies sustentadoras (palas del rotor) y las estelas como sábanas vorticosas adheridas y desprendidas, respectivamente. A través de las palas existe una discontinuidad en la componente tangencial de la velocidad relativa aire-pala, dando origen las cargas aerodinámicas.

La ecuación diferencial que gobierna el problema es complementada con las siguientes condiciones de contorno: i) *condición en el infinito*: las perturbaciones producidas por la presencia de las superficies sólidas decaen en el infinito; ii) *condición de no penetración*: la trayectoria de las partículas de fluido es tangente a las superficies sólidas; iii) *condición de estela libre de fuerzas*: la variación de presión es continua a través de la estela; iv) *condición de conservación de circulación*: el campo de vorticidad es solenoidal (Lugt, 1983), esto se satisface de manera automática debido a que las superficies sólidas y las estelas son modeladas como colecciones de anillos vorticosos cerrados; y v) *condición de Kutta no-estacionaria*: las estelas son emitidas de manera suave desde los bordes filosos de las palas.

En el seno del fluido el campo de vorticidad  $\boldsymbol{\Omega}$  coexiste con el campo de velocidad  $\mathbf{V}$ , y ambos campos están relacionados cinemáticamente por la siguiente expresión:

$$\boldsymbol{\Omega} = \nabla_{\mathbf{R}} \times \mathbf{V} \quad \text{donde: } \nabla_{\mathbf{R}} = \left( \frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z} \right) \quad (2)$$

Para el caso de segmentos vorticosos de longitud finita con circulación  $\Gamma(t)$  la ley de Biot-Savart toma la siguiente forma:

$$\mathbf{V} = \frac{\Gamma(t)}{4\pi} \frac{\mathbf{L} \times \mathbf{r}_1}{\|\mathbf{L} \times \mathbf{r}_1\|^2} \left[ \mathbf{L} \cdot \left( \frac{\mathbf{r}_1}{\|\mathbf{r}_1\|} - \frac{\mathbf{r}_2}{\|\mathbf{r}_2\|} \right) \right] \quad (3)$$

donde  $\mathbf{r}_1$  y  $\mathbf{r}_2$  son los vectores posición, relativos a los extremos del segmento vorticoso de longitud finita, del punto donde se calcula la velocidad y  $\mathbf{L} = \mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1$ .

## 2.1 El Método de Red de Vórtices Inestacionario

En el método de red de vórtices inestacionario las sábanas vorticosas son reemplazadas por una red de segmentos vorticosos de longitud finita y circulación  $\Gamma(t)$ . Para conservar la circulación se utilizan anillos vorticosos cerrados de circulación  $G(t)$ , donde  $\Gamma(t)$  es obtenida como suma vectorial de las circulaciones de los anillos adyacentes. Para obtener los valores de  $G(t)$  se utiliza la condición de no-penetración:

$$\left( \mathbf{V}_\infty + \mathbf{V}_{adherida} + \mathbf{V}_{estela} - \mathbf{V}_{cuerpo} \right) \cdot \hat{\mathbf{n}} = 0 \quad (4)$$

donde  $\mathbf{V}_{adherida}$ ,  $\mathbf{V}_{estela}$  y  $\mathbf{V}_\infty$  son las velocidades asociadas a las sábanas vorticosas adheridas (capas limites), las sábanas vorticosas libres (estelas), y la corriente libre, respectivamente,  $\mathbf{V}_{cuerpo}$  es la velocidad de la superficie del sólido, y  $\hat{\mathbf{n}}$  es un vector normal a dicha superficie.

Idealmente, es preferible satisfacer la ecuación (4) en todos los puntos de la superficie sólida. Pero debido a que se ha discretizado la superficie en un número  $NP$  de elementos, sólo es posible imponer la condición de no-penetración en un número finito de puntos, llamados puntos de control. Hay un punto de control en el centroide de los nodos de cada elemento. Para aproximar  $\hat{\mathbf{n}}$ , en cada elemento se utiliza el producto vectorial de sus dos vectores diagonales. Cuando se resuelve la ecuación (4), la estela, la corriente libre, y el movimiento de la superficie sustentadora son conocidos; se resuelve esta ecuación para encontrar  $\mathbf{V}_{adherida}$ , que puede expresarse en términos de las incógnitas  $G_i(t)$  y de los coeficientes de influencia aerodinámicos  $A_{ij}$  (Preidikman y Mook, 2005; Konstandinopoulos et al 1981; Katz and Plotkin, 2001):

$$\sum_{j=1}^N A_{ij} G_j(t) = - \left( \mathbf{V}_\infty + \mathbf{V}_{estela} - \mathbf{V}_{cuerpo} \right) \cdot \hat{\mathbf{n}}_i \quad i=1, 2, \dots, NP \quad (5)$$

Una vez calculadas las circulaciones  $G_i(t)$  se “convectan” las estelas. Los nodos que definen los extremos de cada segmento vorticoso en las estelas son convectados con la velocidad local del fluido, y su nueva posición,  $\mathbf{R}_{nodo}(t+\Delta t)$ , se determina de la siguiente manera (Preidikman y Mook, 2005; Konstandinopoulos et al 1981; Kandil et al, 1976):

$$\mathbf{R}_{nodo}(t+\Delta t) = \mathbf{R}_{nodo}(t) + \int_t^{t+\Delta t} \mathbf{V}_{nodo}(\tau) d\tau \approx \mathbf{R}_{nodo}(t) + \mathbf{V}_{nodo}(t) \Delta t \quad (6)$$

donde  $\mathbf{R}_{nodo}(t)$  es la posición del nodo en el tiempo  $t$ , y  $\Delta t$  es el incremento de tiempo.

## 2.2 Cálculo de las cargas aerodinámicas sobre cada elemento

A continuación se considera el cálculo de las cargas aerodinámicas sobre las superficies sustentadoras. Para cada elemento, se debe hallar el salto de presiones en el punto de control y luego multiplicarlo por el área del elemento y por el versor normal. Finalmente, se suman las fuerzas y los momentos de dichas fuerzas sobre todos los elementos. La presión en el punto de control de cada elemento se calcula mediante la ecuación de Bernoulli para flujos inestacionarios:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} + \frac{\mathbf{V} \cdot \mathbf{V}}{2} + \frac{p}{\rho} = \frac{\mathbf{V}_\infty \cdot \mathbf{V}_\infty}{2} + \frac{p_\infty}{\rho} = \text{una constante} \quad (7)$$

Más detalles sobre el tratamiento de cada uno de los términos que aparecen en la ecuación (7) pueden encontrarse en las Referencias (Preidikman y Mook, 2005; Konstandinopoulos et al 1981).

### 3. DESCRIPCIÓN CINEMÁTICA

Para determinar las cargas actuantes sobre el rotor en cada condición de operación es necesario conocer la cinemática del mismo, ya que las fuerzas aerodinámicas dependen de la posición, la velocidad y la aceleración de cada componente del equipo.

#### 3.1 Sistemas de coordenadas

En este trabajo el rotor es modelado como una colección de cuerpos rígidos. Para facilitar la descripción cinemática se introduce un conjunto de sistemas de referencia asociados a cada uno de los cuerpos que conforman el rotor.

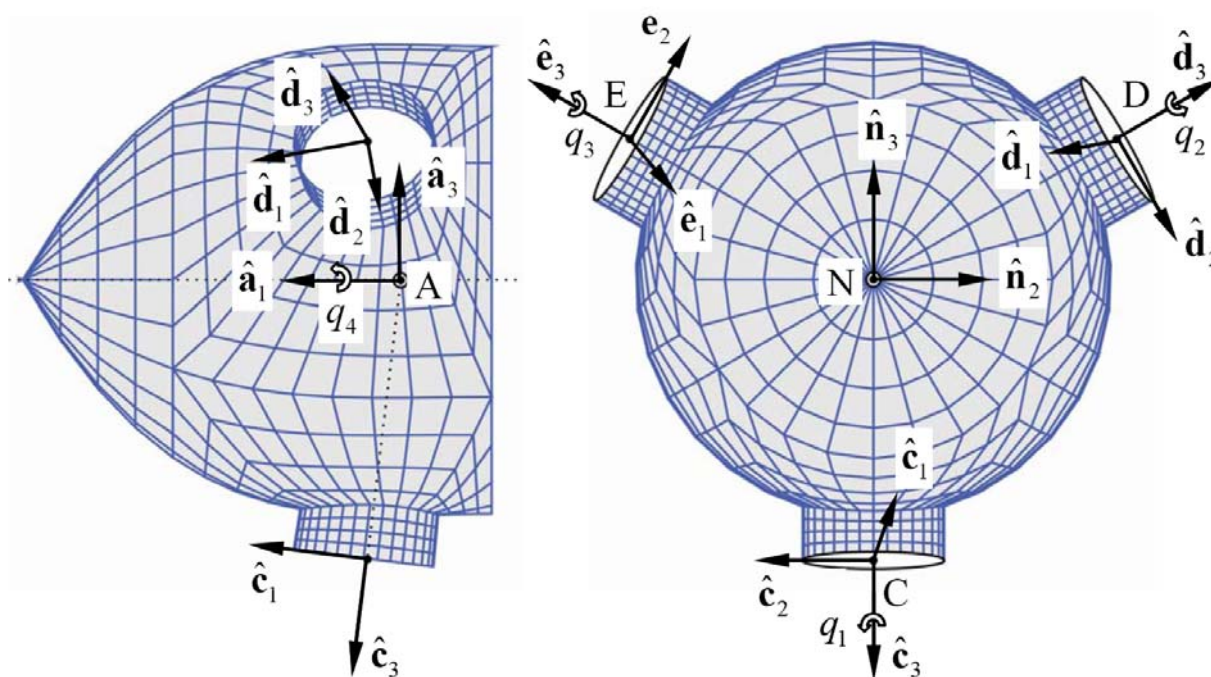


Figura 1: Sistemas de coordenadas en el cubo y las palas

En la Figura 1 se muestran los sistemas de referencia utilizados: N, A, C, D y E. El sistema de referencia N- $(\hat{n}_1, \hat{n}_2, \hat{n}_3)$  es un sistema fijo a tierra o Newtoniano. Sobre el cubo se encuentra un sistema de referencia rotante A- $(\hat{a}_1, \hat{a}_2, \hat{a}_3)$ , cuyo origen coincide con el origen de N. El cubo rota, relativo al sistema N, con una velocidad angular  $\dot{q}_4(t) \hat{n}_1$ .

Los sistemas C, D, y E están fijos a cada pala. En la Figura 2 se muestra la pala 1 y el sistema C- $(\hat{c}_1, \hat{c}_2, \hat{c}_3)$  ubicado en el origen de la misma. La pala 1 puede cambiar su ángulo de actitud  $q_1$  en función del tiempo. La actitud (ángulo de “pitch”) de la pala 1 consiste en una rotación de la pala alrededor del eje  $\hat{c}_3$ . La coordenada generalizada que describe esta rotación es  $q_1(t)$ .

La pala 1 posee, además, una ley de distribución de alabeo geométrico representada por el ángulo  $\gamma$ . Este ángulo se mide respecto del plano de rotación. En la puntera de la pala el valor de  $\gamma$  es nulo, definiendo de esta manera una referencia para el ángulo de actitud  $q_1(t)$ . Las actitudes y alabeos de las palas 2 y 3 se describen de manera análoga a la utilizada en la pala 1.

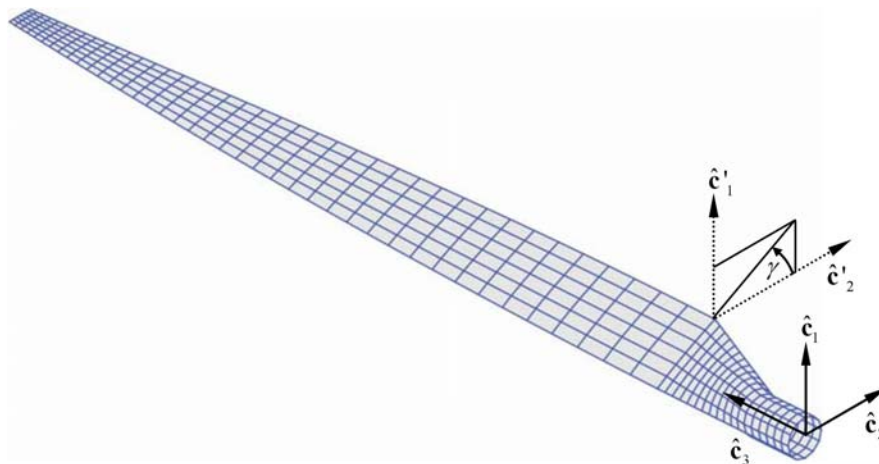
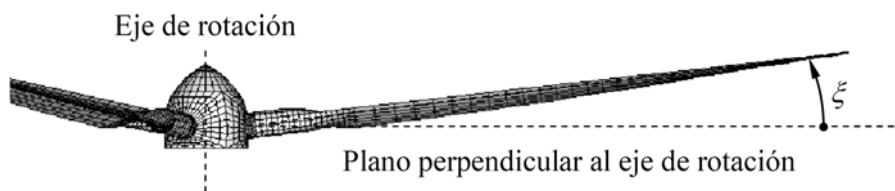


Figura 2: Sistema de coordenadas asociado a la Pala 1

### 3.2 Conicidad de las palas

La geometría del rotor de un generador eólico se define por medio de varios parámetros. Los parámetros geométricos más importantes son: la distribución de perfiles aerodinámicos, la distribución de ahusamiento y de alabeo a lo largo de la pala, y la conicidad del rotor respecto al plano perpendicular al eje de rotación.

La conicidad del rotor queda definida por medio del ángulo  $\xi$ , que indica el ángulo existente entre el plano perpendicular al eje de rotación y el eje longitudinal de la pala, ver Figura 3.

Figura 3: Ángulo de conicidad  $\xi$  de las palas de un rotor

El ángulo de conicidad permite montar el rotor más cerca de la torre, ya que aleja las punteras de las palas evitando las colisiones que se podrían producir cuando las palas se flexionan por acción de las cargas aerodinámicas y pasan próximas a la torre.

Debido a que el flujo asociado a un generador eólico es altamente complejo, es importante determinar de manera cualitativa y cuantitativa como influye sobre el comportamiento aerodinámico la variación de conicidad del rotor para diferentes condiciones de viento. En el presente trabajo se estudia como incide la conicidad de las palas del rotor, pero se ignora la deformación de las palas y la interacción aerodinámica entre el rotor y la torre.

### 3.3 Posición y velocidad

En esta sección se presentan las expresiones para los vectores posición y velocidad de los puntos materiales de cada una de las componentes del rotor.

#### 3.3.1 Cubo

Los vectores posición y velocidad de los puntos materiales que conforman el cubo se obtienen como sigue:

$${}^N \mathbf{R}_{Cubo} = [{}^N \mathbf{T}_{NA}]^A \mathbf{r}_{Cubo} \quad {}^N \mathbf{V}_{Cubo} = \frac{{}^N d\mathbf{R}_{Cubo}}{dt} = [{}^N \mathbf{T}_{NA}] \left\{ {}^N \boldsymbol{\omega}^A \times {}^A \mathbf{r}_{Cubo} \right\} \quad (8)$$

donde  ${}^N\mathbf{R}_{Cubo}$  es el vector posición, respecto del sistema N, de un punto material arbitrario del cubo,  ${}^A\mathbf{r}_{Cubo}$  es el vector posición del mismo punto del cubo respecto del sistema A,  $[\mathbf{T}_{NA}]$  es la matriz de rotación que define la orientación del sistema A respecto del sistema N,  ${}^N\mathbf{V}_{Cubo}$  es la velocidad del punto del cubo respecto del sistema N, y  ${}^N\boldsymbol{\omega}^A$  es la velocidad angular del sistema A respecto del sistema N.

### 3.3.2 Pala 1

Los vectores posición y velocidad de los puntos materiales de la pala 1 se obtienen de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} {}^N\mathbf{R}_{Pala1} &= [\mathbf{T}_{NA}] {}^A\mathbf{R}_{AC} + [\mathbf{T}_{NC}] {}^C\mathbf{r}_{Pala1} \\ {}^N\mathbf{V}_{Pala1} &= \frac{{}^N d\mathbf{R}_{Pala1}}{dt} = [\mathbf{T}_{NA}] \left\{ {}^N\boldsymbol{\omega}^A \times {}^A\mathbf{R}_{AC} \right\} + [\mathbf{T}_{NC}] \left\{ {}^N\boldsymbol{\omega}^C \times {}^C\mathbf{r}_{Pala1} \right\} \end{aligned} \quad (9)$$

donde  ${}^N\mathbf{R}_{Pala1}$  representa la posición, respecto del sistema N, de un punto material arbitrario perteneciente a la pala 1,  ${}^C\mathbf{r}_{Pala1}$  representa la posición del mismo punto respecto del sistema C,  $[\mathbf{T}_{NC}]$  es la matriz de rotación que define la orientación del sistema C respecto del sistema N,  ${}^N\boldsymbol{\omega}^C$  es la velocidad angular del sistema C respecto del sistema N, y  ${}^N\mathbf{V}_{Pala1}$  es la velocidad del punto en la pala 1 respecto al sistema N.

### 3.3.3 Palas 2 y 3

Los vectores posición y velocidad de las palas 2 y 3 se obtienen de manera análoga a los de la pala 1.

## 4. INCIDENCIA DE LA DIRECCIÓN DEL VIENTO SOBRE LA POTENCIA

Las condiciones ambientales en las que opera un generador eólico son complejas. La presencia de vientos de amplitud y dirección cambiante, efectos de turbulencia y de capa límite terrestre, hacen que la aerodinámica asociada a estos sistemas de generación de energía sea inherentemente no-lineal y no-estacionaria. En una primera aproximación, se adopta un perfil de viento uniforme y se desprecian los efectos de turbulencia y capa límite terrestre.

La potencia que puede generar un rotor, depende de la dirección del viento incidente. La velocidad efectiva,  $V_E$ , que capta el rotor para la producción de potencia en el eje es la proyección de la velocidad de corriente libre respecto al eje de rotación  $\hat{\mathbf{a}}_1$ , y esta dada por:

$$V_E = V_\infty \cos(\alpha) \quad (10)$$

donde  $\alpha$  es el ángulo que forma la dirección del viento incidente respecto al eje de rotación.

La potencia producida por el rotor es igual al producto escalar entre el momento aerodinámico  $\mathbf{M}$  y la velocidad angular del rotor  ${}^N\boldsymbol{\omega}^A = {}^N\boldsymbol{\omega}^A \hat{\mathbf{n}}_1$ , por lo tanto:

$$P = \mathbf{M} \cdot {}^N\boldsymbol{\omega}^A = q_E (L_C)^3 C_M {}^N\boldsymbol{\omega}^A \quad (11)$$

donde  $q_E$  es la presión dinámica efectiva,  $L_C$  es una longitud característica, y  $C_M$  es el coeficiente de momento aerodinámico.

La presión dinámica efectiva se define como:

$$q_E = \frac{1}{2} \rho (V_E)^2 \quad (12)$$

Reemplazando la ecuación (10), en la ecuación (12), se obtiene:

$$q_E = \frac{1}{2} \rho (V_\infty)^2 \cos^2(\alpha) \quad (13)$$

donde se observa que la presión dinámica efectiva varía con el cuadrado del coseno de  $\alpha$ . Reemplazando la ecuación (13), en la ecuación (11), se obtiene la siguiente fórmula para el cómputo de la potencia obtenida:

$$P = \frac{1}{2} \rho (V_\infty)^2 (L_R)^3 N \omega^A C_M \cos^2(\alpha) \quad (14)$$

Si la expresión (14) se divide por  $P_0$  (valor de potencia cuando  $\alpha = 0$ ), se obtiene una versión adimensionalizada de la potencia obtenida:

$$\frac{P}{P_0} = \frac{C_M(\alpha)}{C_M(0)} \cos^2(\alpha) \quad (15)$$

donde el cociente  $C_M(\alpha)/C_M(0)$  es una función no lineal del ángulo  $\alpha$  que toma un valor próximo a la unidad. Por lo tanto, en una primera aproximación, se puede estimar que la variación  $P/P_0$  en función de  $\alpha$  es igual a  $\cos^2(\alpha)$ .

## 5. EL MODELO DINÁMICO

El rotor es modelado dinámicamente como un eje rotante rígido y sin masa que en un extremo tiene acoplado un rotor cuyas palas están sometidas a la acción de fuerzas de origen aerodinámico. El rotor transforma energía eólica en energía mecánica. El otro extremo del eje está sometido al par resistente asociado a la presencia de un equipo de generación eléctrica que toma la energía mecánica del eje y la convierte en energía eléctrica. En la Figura 4 se muestra el modelo simplificado adoptado para el sistema rotor-eje- equipo de generación.

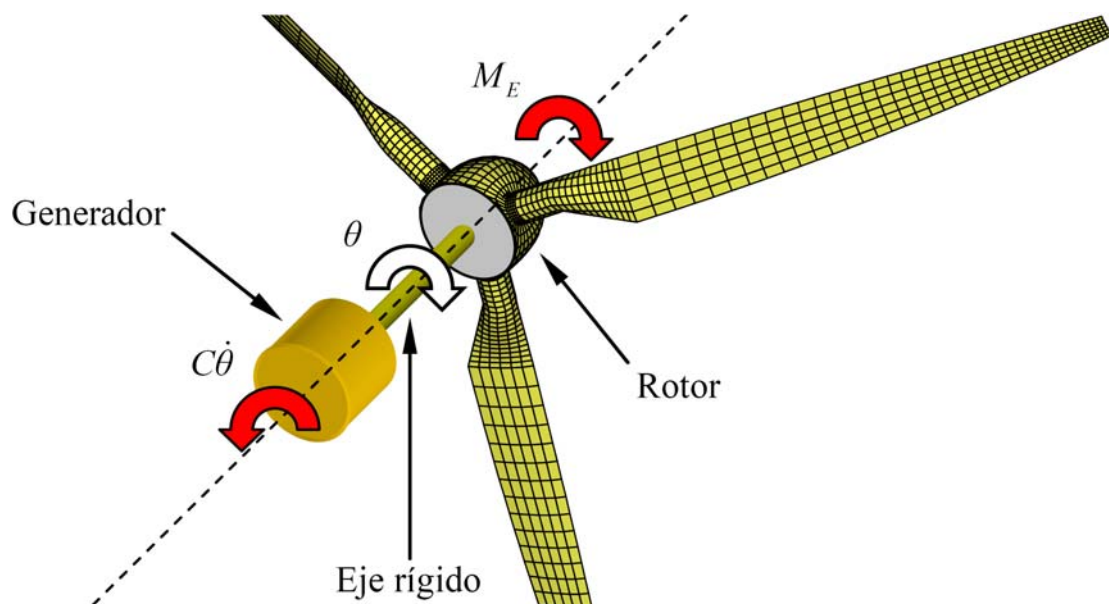


Figura 4: Modelo simplificado del sistema dinámico



## 5.1 Derivación de la ecuación de movimiento

Las ecuaciones de movimiento de un sistema mecánico pueden obtenerse de diversas maneras. En este trabajo se utiliza el principio de Hamilton o de mínima acción, que constituye la formulación más general de la mecánica clásica (Landau, 1965). Aplicando dicho principio se llegan a las ecuaciones diferenciales de movimiento, cuya solución minimiza la acción,  $S$ , del sistema en estudio. Este principio en su forma extendida se expresa de la siguiente manera (Baruh, 1999):

$$\delta S = \int_{t_1}^{t_2} (\delta T + \overline{\delta W}) dt = 0 \quad (16)$$

donde  $\delta S$  es la variación de la acción,  $\delta T$  es la variación de la energía cinética y  $\overline{\delta W}$  es el trabajo virtual realizado por fuerzas y momentos actuantes. En el problema aquí abordado este término es originado por fuerzas y momentos de carácter no-conservativo.

El modelo aquí adoptado posee un único grado de libertad representado por la variable  $\theta$  que es el ángulo de rotación del rotor. A continuación se aplica el principio de Hamilton extendido al modelo considerado.

La energía cinética  $T$  puede escribirse como:

$$T = \frac{1}{2} I \dot{\theta}^2 \quad (17)$$

donde  $I$  es el momento de inercia del rotor respecto del eje  $\hat{\mathbf{a}}_1$ .

La variación de la energía cinética se obtiene como:

$$\delta T = \delta \left( \frac{1}{2} I \dot{\theta}^2 \right) = I \dot{\theta} \delta \dot{\theta} \quad (18)$$

El par de entrada,  $M_E$ , es el encargado de accionar el sistema, y es producido por las cargas aerodinámicas que actúan sobre las palas que componen el rotor. Este par es función de  $\theta$ ,  $\dot{\theta}$ ,  $V_\infty$ , del tiempo y de la historia del fluido, entre otros.

El par de salida,  $M_S$ , es de origen resistente, y está asociado a la presencia de un equipo de generación eléctrica ubicado en el otro extremo del eje. En este esfuerzo, como una primera aproximación, el equipo de generación es modelado como un amortiguador viscoso:

$$M_S = -C \dot{\theta} \quad (19)$$

donde  $C$  es el coeficiente de amortiguamiento viscoso.

El momento resultante es la suma de los momentos actuantes:

$$M = M_E + M_S = M_E - C \dot{\theta} \quad (20)$$

El trabajo virtual realizado por el momento resultante se obtiene como:

$$\overline{\delta W} = M \delta \theta = [M_E - C \dot{\theta}] \delta \theta \quad (21)$$

Por lo tanto, para el modelo dinámico aquí adoptado, la variación de la acción toma la forma:

$$\delta S = \int_{t_1}^{t_2} \left\{ I \dot{\theta} \delta \dot{\theta} + [M_E - C \dot{\theta}] \delta \theta \right\} dt = 0, \quad \delta \theta(t_1) = \delta \theta(t_2) = 0 \quad (22)$$

Integrando por partes el término que contiene  $\delta \dot{\theta}$ , se puede reescribir (22) como:

$$\delta S = I \dot{\theta} \delta \theta \Big|_{t_1}^{t_2} - \int_{t_1}^{t_2} [I \ddot{\theta} + C \dot{\theta} - M_E] \delta \theta dt = 0, \quad \delta \theta(t_1) = \delta \theta(t_2) = 0 \quad (23)$$

Haciendo uso de la arbitrariedad de  $\delta \theta$  (Baruh, 1999) se concluye que:

$$I \ddot{\theta} + C \dot{\theta} - M_E = 0 \quad \Rightarrow \quad I \ddot{\theta} + C \dot{\theta} = M_E \quad (24)$$

## 5.2 Parámetros característicos y adimensionalización

En el presente problema es necesario expresar la ecuación de movimiento en forma adimensional, ya que para resolver el problema de interacción deben ser compatibilizados los modelos dinámico y aerodinámico. El modelo aerodinámico ha sido adimensionalizado previamente para que los elementos pertenecientes a las estelas sean uniformes.

Para llevar a cabo el proceso de adimensionalización se introducen los siguientes parámetros característicos:

$L_C$  longitud promedio de los elementos pertenecientes a la red de vórtices adherida.

$V_C$  una velocidad de referencia que tiene en cuenta la velocidad no perturbada de la corriente de aire y la velocidad asociada al movimiento del cuerpo.

$\rho_C$  densidad del fluido sin perturbar.

El tiempo característico puede ser definido como  $T_C = L_C / V_C$ . Más detalles sobre los parámetros característicos pueden encontrarse en (Preidikman, 1998). Es conveniente introducir "el asterisco" para denotar cantidades dimensionales (válido únicamente desde aquí hasta el final de esta sección). Utilizando esta convención, la versión dimensional de la ecuación de movimiento es:

$$I^* \ddot{\theta}^* + C^* \dot{\theta}^* = M_E^* \quad (25)$$

La variable  $\theta$  representa el ángulo de rotación en radianes, y es función de  $t^*$ . Además variable  $q_4$  representa el ángulo de rotación en radianes, pero es función de  $t$ , y ambas variables se relacionan como  $q_4 = (\theta \circ t^*)(t)$ .

La derivada de  $\theta$  respecto del tiempo  $t^*$  se calcula de la siguiente manera:

$$\dot{\theta}^* = \frac{d\theta}{dt^*} = \frac{d\theta}{dt} \frac{dt}{dt^*} = \frac{dq_4}{dt} \frac{dt}{dt^*} = \dot{q}_4 \frac{dt}{dt^*}, \quad \text{donde: } \frac{dt}{dt^*} = \frac{1}{T_C} \quad (26)$$

Siguiendo el mismo razonamiento para el cálculo de la derivada segunda de  $\theta$  respecto del tiempo  $t^*$ , la ecuación (25) puede ser reescrita de la siguiente manera:

$$\frac{I^*}{T_C^{*2}} \ddot{q}_4 + \frac{C^*}{T_C^*} \dot{q}_4 = M_E^* \quad (27)$$

Simplificando la ecuación (27) se obtiene la versión adimensional de la ecuación de movimiento:

$$\ddot{q}_4 + C \dot{q}_4 = M_E \quad (28)$$

donde  $C = (C^* T_C^*) / I^*$  es el coeficiente adimensional de amortiguamiento viscoso, y  $M_E = M_E^* (T_C^*)^2 / I^*$  es el momento adimensionalizado.

Para el caso en que el amortiguamiento es nulo,  $C^* = 0$ , la ecuación de movimiento adimensionalizada toma la siguiente forma:

$$\ddot{q}_4 = M_E \quad (29)$$

Teniendo en cuenta la definición de momento aerodinámico  $M_E^* = q_E^* (L_C^*)^3 C_M$ , y la definición de  $T_C^*$ , la ecuación (29) puede ser escrita finalmente como:

$$\ddot{q}_4 = \frac{1}{2} \frac{\rho^*}{I^*} (L_C^*)^5 C_M (q_1, q_2, q_3, q_4, \dot{q}_1, \dot{q}_2, \dot{q}_3, \dot{q}_4, V_\infty, t, \tau) \quad (30)$$

donde  $q_1 = q_2 = q_3 = \text{constante}$ ,  $\dot{q}_1 = \dot{q}_2 = \dot{q}_3 = 0$ , y  $\tau \leq t$  representa la dependencia de la historia. Es importante resaltar que esta ecuación es independiente de la velocidad dimensional  $V_\infty^*$ .

### 5.3 Determinación del momento de inercia del rotor

Para realizar las simulaciones numéricas presentadas en este trabajo es necesario determinar el momento de inercia del rotor respecto del eje de rotación. El rotor está compuesto por el cubo y las tres palas, y cada uno de estos componentes realiza un aporte aditivo al tensor de inercia del rotor:

$$[\mathbf{I}_{Rotor}] = [\mathbf{I}_{Cubo}] + [\mathbf{I}_{Pala1}] + [\mathbf{I}_{Pala2}] + [\mathbf{I}_{Pala3}] \quad (31)$$

Para poder realizar la suma en forma directa es necesario que todos los términos del miembro derecho estén expresados respecto del mismo punto, y en un mismo sistema de referencia. En el presente caso es de vital interés conocer el tensor de inercia del rotor respecto del origen del sistema A, expresado en la base del sistema A. La componente  $I_{11}$  es el momento de inercia  $I$  que aparece en la ecuación de movimiento.

#### 5.3.1 Cubo

A modo de ejemplo se detalla el procedimiento para obtener el tensor de inercia del cubo respecto del origen del sistema A, expresado en la base del sistema A. De un modelo de elementos finitos se obtuvieron los siguientes datos: i) tensor de inercia del cubo respecto de su centro de masa  $CM$  expresado en la base del sistema A  $[{}^A\mathbf{I}^{Cubo/CM}]$ ; ii) el vector posición del  $CM$  del cubo expresado en la base del sistema A,  ${}^A\mathbf{R}_{CM/A}$ ; y iii) la masa del cubo  $m_{Cubo}$ . Para obtener el tensor de inercia respecto del origen de A  $[{}^A\mathbf{I}^{Cubo/A}]$ , es necesario aplicar el teorema de Steiner (Baruh, 1999; Tenenbaum, 2004):

$$[{}^A\mathbf{I}^{Cubo/A}] = [{}^A\mathbf{I}^{Cubo/CM}] + \left\{ ({}^A R_{CM/A})^2 [\mathbf{1}] - {}^A\mathbf{R}_{CM/A} \otimes {}^A\mathbf{R}_{CM/A} \right\} m_{Cubo} \quad (32)$$

donde  $({}^A R_{CM/A})^2$  es el módulo al cuadrado del vector  ${}^A\mathbf{R}_{CM/A}$ ,  $[\mathbf{1}]$  es la matriz identidad  $3 \times 3$ , y  $\otimes$  denota el producto exterior de vectores.

#### 5.3.2 Pala 1

También, a modo de ejemplo se describe el procedimiento para obtener el tensor de inercia de la pala 1 respecto del origen del sistema A, expresado en la base del sistema A. En la Figura 5 es mostrada la pala 1 y los sistemas de referencia asociados a esta.

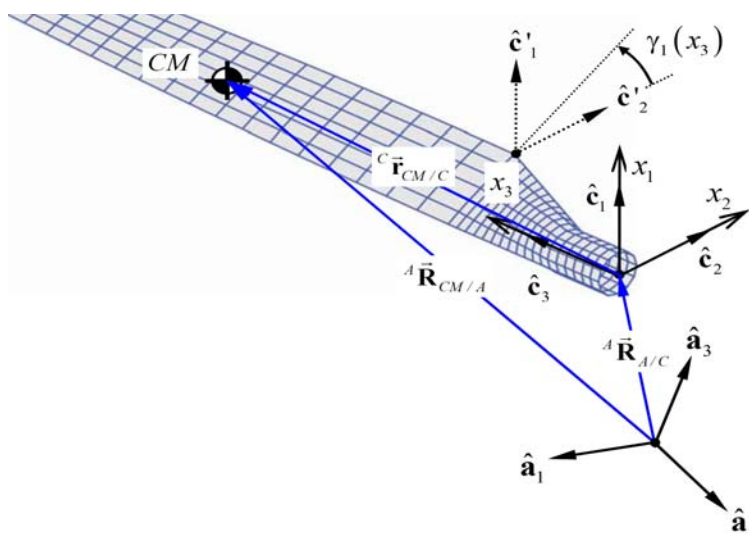


Figura 5: Sistemas de referencia usados al calcular el tensor de inercia de la Pala 1

De un modelo de elementos finitos se obtuvieron los siguientes datos: i) tensor de inercia de la pala 1 respecto de su  $CM$  expresado en la base del sistema C,  ${}^C \mathbf{I}^{Pala\ 1/CM}$ ; ii) el vector posición del  $CM$  de la pala 1 expresado en la base del sistema C,  ${}^C \mathbf{r}_{CM/A}$ ; y iii) la masa de la pala 1,  $m_{Pala\ 1}$ .

Para obtener el tensor de inercia respecto del origen de A  ${}^A \mathbf{I}^{Pala\ 1/A}$ , es necesario rotar el tensor, ya que el sistema C esta rotado respecto del sistema A (Baruh, 1999), y aplicar el teorema de Steiner. Esto es:

$${}^A \mathbf{I}^{Pala\ 1/A} = [\mathbf{T}_{CA}] [{}^C \mathbf{I}^{Pala\ 1/CM}] [\mathbf{T}_{CA}]^T + \left\{ ({}^A R_{CM/A})^2 [\mathbf{1}] - {}^A \mathbf{R}_{CM/A} \otimes {}^A \mathbf{R}_{CM/A} \right\} m_{Pala\ 1} \quad (33)$$

donde  ${}^A \mathbf{R}_{CM/A} = {}^A \mathbf{R}_{C/A} + [\mathbf{T}_{CA}] {}^C \mathbf{r}_{C/A}$ , siendo  ${}^A \mathbf{R}_{C/A}$  la posición del origen del sistema C expresado en la base de A, y  $[\mathbf{T}_{CA}]$  la matriz de rotación que define la orientación del sistema C respecto del sistema A.

### 5.3.3 Palas 2 y 3

Los tensores de inercia de las palas 2 y 3 se obtienen de manera análoga al de la pala 1.

### 5.3.4 Rotor

Finalmente, el tensor de inercia del rotor respecto del origen de A, expresado en la base del sistema A se puede expresar como la siguiente suma:

$${}^A \mathbf{I}^{Rotor/A} = [{}^A \mathbf{I}^{Cubo/A}] + [{}^A \mathbf{I}^{Pala\ 1/A}] + [{}^A \mathbf{I}^{Pala\ 2/A}] + [{}^A \mathbf{I}^{Pala\ 3/A}] \quad (34)$$

## 6. COMBINACIÓN DE LOS MODELOS

En el presente trabajo se trata a la aerodinámica y a la dinámica como elementos de un único sistema dinámico. Todas las ecuaciones que gobiernan al sistema dinámico son integradas en forma simultánea e interactiva en el dominio del tiempo. El método aquí utilizado esta basado en un método predictor-corrector de cuarto orden desarrollado por Hamming (Carnahan et al., 1969) y posteriormente adaptado para atacar problemas de interacción fluido-estructura (Preidikman, 1998).

La ecuación diferencial de movimiento del sistema puede ser escrita como un sistema de 2 ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden:

$$\dot{\mathbf{y}}(t) = \mathbf{F}[\mathbf{y}, \dot{\mathbf{y}}, t, \tau], \quad 0 \leq \tau \leq t \quad (35)$$

donde  $\mathbf{y}(t) = [y_1(t), y_2(t)]^T$  es el vector de estado,  $\tau$  denota la dependencia de la historia. La primera componente del vector  $\mathbf{F}[\mathbf{y}, \dot{\mathbf{y}}, t, \tau]$  representa el momento generalizado y la segunda componente representa la velocidad generalizada.

A continuación se presentan los pasos seguidos por el algoritmo de integración:

Sean  $t_j = j\Delta t$  y  $\Delta t$  el tamaño del paso de tiempo usado para integrar numéricamente la ecuación (35). Sean:

$$\mathbf{y}^j = \mathbf{y}(t_j) \quad \dot{\mathbf{y}}^j = \dot{\mathbf{y}}(t_j) \quad \mathbf{F}^j = \mathbf{F}[\mathbf{y}(t_j), \dot{\mathbf{y}}(t_j), t_j, \tau_j] \quad (36)$$

- 1) En  $t = 0$  la solución es construida a partir de las condiciones iniciales  $\mathbf{y}^0$ .
- 2) En  $t = \Delta t$  se predice la solución,  ${}^p\mathbf{y}^1$ , mediante un algoritmo de primer orden, el método de Euler Explícito (Heath, 2002; Burden and Faires, 2005).

Utilizando el método de Euler Modificado (Burden and Faires, 2005), se obtiene la solución corregida,  ${}^1\mathbf{y}^1$ . Esta solución es iterativamente corregida hasta satisfacer  $\|{}^{k+1}\mathbf{y}^1 - {}^k\mathbf{y}^1\|_\infty < \varepsilon$ , donde  $k$  es el número de iteraciones,  $\varepsilon$  es una tolerancia y  $\|\cdot\|_\infty$  denota la norma vectorial infinito.

- 3) En  $t = 2\Delta t$  se predice la solución,  ${}^p\mathbf{y}^2$ , mediante un algoritmo de segundo orden, el método de Adams-Bashfort de dos pasos (Burden and Faires, 2005).

Utilizando el método de Adams-Moulton de dos pasos (Burden and Faires, 2005), se obtiene la solución corregida,  ${}^1\mathbf{y}^2$ . Esta solución es iterativamente corregida hasta satisfacer  $\|{}^{k+1}\mathbf{y}^2 - {}^k\mathbf{y}^2\|_\infty < \varepsilon$ .

- 4) En  $t = 3\Delta t$  se predice la solución,  ${}^p\mathbf{y}^3$ , mediante un algoritmo de tercer orden, el método de Adams-Bashfort de tres pasos (Burden and Faires, 2005).

Utilizando el método de Adams-Moulton de tres pasos (Burden and Faires, 2005), se obtiene la solución corregida,  ${}^1\mathbf{y}^3$ . Esta solución es iterativamente corregida hasta satisfacer  $\|{}^{k+1}\mathbf{y}^3 - {}^k\mathbf{y}^3\|_\infty < \varepsilon$ . Se calcula el error de truncamiento local,  $\mathbf{e}^3 = {}^{k+1}\mathbf{y}^3 - {}^1\mathbf{y}^3$ .

- 5) En  $t = j \Delta t$ , con  $j \geq 4$  se predice la solución,  ${}^p\mathbf{y}^j$ , mediante un algoritmo de cuarto orden, el método de Hamming modificado (Preidikman, 1998).

La solución predicha es modificada con el error de truncamiento local calculado durante el paso anterior.

Utilizando el método de Hamming modificado se obtiene la solución corregida,  ${}^1\mathbf{y}^j$ . Esta solución es iterativamente corregida hasta satisfacer  $\|{}^{k+1}\mathbf{y}^j - {}^k\mathbf{y}^j\|_\infty < \varepsilon$ . Se calcula el error de truncamiento local,  $\mathbf{e}^j$ .

Finalmente, la solución corregida es modificada mediante el uso de  $\mathbf{e}^j$ . Esta solución corregida mediante el error de truncamiento es la solución final.

La necesidad de realizar iteraciones para hallar la solución en  $t > 0$  es debida a que la interacción entre la aerodinámica y la dinámica es fuerte. En cada paso de tiempo las iteraciones son realizadas manteniendo fijas, ambas, la posición y la forma de las estelas. Las mismas son convectadas una vez determinada la solución final en ese paso de tiempo.

El método de integración aquí utilizado permite tratar problemas en los que la aceleración aparece en ambos lados de la ecuación de movimiento, y exige evaluar las cargas aerodinámicas, solamente, en múltiplos enteros del paso de tiempo. En el problema aquí estudiado, el cálculo de las cargas aerodinámicas representa la parte más costosa de la simulación y evaluarla dentro del intervalo de tiempo en el que se realiza la integración aumentaría en gran medida el costo de cálculo. Este hecho hace que la implementación de un método tipo Runge-Kutta sea impracticable.

## 7. RESULTADOS

A continuación se presentan resultados obtenidos con la herramienta computacional desarrollada. Los resultados son de dos tipos: primero, en la sección 7.1 se presentan resultados de carácter puramente aerodinámico y, posteriormente, en la sección 7.2 se muestran resultados correspondientes al comportamiento aeroelástico del sistema dinámico.

### 7.1 Comportamiento Aerodinámico

En esta sección se presentan cuatro casos de carácter puramente aerodinámico asociados a variaciones de la dirección del viento respecto al eje del rotor y a variaciones de la conicidad de las palas. En los dos primeros casos el viento tiene un perfil uniforme y una velocidad de 72 Km por hora ( $V_\infty = 20$  m/s) y se aplica mediante una función escalón en  $t = 0$ .

Se considera un rotor de tres palas de 70 m de diámetro rotando a 12 rpm. En los tres primeros casos la conicidad del rotor es  $\xi = 7^\circ$  y en el cuarto se estudia la incidencia de variar la conicidad en el intervalo  $[-15^\circ \leq \xi \leq +15^\circ]$ .

#### 7.1.1 Caso 1 – Viento de frente (paralelo al eje del rotor)

Este caso corresponde a la condición de generador con viento de frente. En la Figura 6 se presentan diferentes vistas del rotor y la evolución de sus estelas. En cada subfigura se puede apreciar el enrollamiento del vórtice de puntera de cada pala; hecho que indica la existencia de fuerzas sustentadoras.

En la Figura 7 se muestran las fuerzas (Figuras 7a, 7b y 7c) y los momentos aerodinámicos (Figuras 7d, 7e y 7f) actuantes sobre el rotor en función del ángulo de rotación. Cada columna corresponde a una dirección en el sistema N. En los gráficos correspondientes a la dirección  $\hat{n}_1$  se observa que las fuerzas y momentos actuantes sobre el rotor son prácticamente constantes, excepto durante un corto transitorio. La fuerza sobre el rotor en la dirección  $\hat{n}_1$  tiene el mismo sentido que la corriente de viento y representa el empuje actuante sobre el disco. El momento en esta dirección tiene el mismo sentido que la rotación del rotor; este hecho indica que el generador está tomando energía del viento. Se observa que las componentes en las direcciones  $\hat{n}_2$  y  $\hat{n}_3$  de la fuerza y los momentos aerodinámico actuante sobre el rotor son nulas.

#### 7.1.2 Caso 2 – Viento inclinado $30^\circ$ respecto al eje del rotor

En este caso actúa un viento horizontal pero inclinado  $30^\circ$  respecto del eje del rotor. En la Figura 8 se presentan diferentes vistas del rotor y sus estelas donde se observa claramente como las estelas tienden a alinearse con la dirección de la corriente libre y no con la dirección del eje del rotor.

En la Figura 9 se muestran las fuerzas (Figuras 9a, 9b y 9c) y los momentos aerodinámicos actuantes sobre el rotor (Figuras 9d, 9e y 9f) en función del ángulo de rotación. Cada columna corresponde a una dirección en el sistema N. En las Figuras 9a y 9d, correspondientes a la dirección  $\hat{n}_1$ , se observa que la evolución temporal de la fuerza y el momento actuantes sobre el rotor alcanzan rápidamente el estado de régimen (el signo es consistente con la dirección del viento incidente y el sentido de giro del rotor).

Es importante advertir que el generador, en condición de viento inclinado, produce en el eje un par menor que el producido con un viento de frente de igual magnitud. En concordancia con la ecuación (15), en la Figura 9 se observa una reducción de potencia del orden del 27 % cuando el viento actúa con una inclinación del  $30^\circ$  respecto al eje de rotación del rotor.

En la Figura 9, se observa que las cargas actuantes sobre el rotor en la dirección  $\hat{n}_2$  y  $\hat{n}_3$  no son nulas, quedando evidenciada, cualitativamente, la influencia de la distribución de alabeo a lo largo de las palas y del ángulo de conicidad del rotor sobre su comportamiento aerodinámico. Los estudios hasta ahora realizados no son suficientes para inferir cuantitativamente la influencia de tales parámetros geométricos sobre la aerodinámica de un rotor como el aquí estudiado.

### 7.1.3 Caso 3 – Influencia de la dirección del viento sobre la potencia

Para estudiar la influencia de la dirección del viento sobre la potencia extraída se realizaron simulaciones variando la dirección del viento incidente respecto al eje del rotor. Las simulaciones fueron realizadas para una misma velocidad del viento pero variando los valores del ángulo de incidencia  $\alpha$  desde  $0^\circ$  hasta  $45^\circ$ , con incrementos de  $5^\circ$ . La potencia producida por el rotor función de  $\alpha$  fue normalizada respecto de la potencia correspondiente a  $\alpha = 0^\circ$ .

Los resultados se muestran en la Figura 10, donde además fue graficada la función  $\cos^2(\alpha)$  con la finalidad de mostrar la incidencia del factor  $C_M(\alpha)/C_M(0)$  en la potencia adimensionalizada. Se advierte que para valores de  $\alpha$  menores a  $15^\circ$ , la potencia adimensionalizada varía como  $\cos^2(\alpha)$ ; esto significa que el efecto de las no linealidades sobre  $C_M(\alpha)$  es pequeño. En cambio, para valores de  $\alpha$  mayores a  $15^\circ$  los efectos no lineales comienzan a ser importantes; notar que los valores predichos por las simulaciones se separan bastante de la curva correspondiente a la función  $\cos^2(\alpha)$ .

### 7.1.4 Caso 4 – Influencia de la conicidad de las palas sobre la potencia

Para analizar la influencia de la conicidad de las palas sobre la potencia extraída se realizaron una serie de simulaciones, variando la conicidad de las palas del rotor (ver Figura 3), para una condición de viento incidente de dirección y magnitud fijas,  $V_\infty = 20$  m/s y  $\alpha = 0^\circ$ . Las simulaciones fueron realizadas para valores del ángulo  $\xi$  que van desde  $-15^\circ$  hasta  $+15^\circ$  con incrementos de  $5^\circ$ .

En la Figura 11a se muestra la variación de la potencia obtenida en función del ángulo de conicidad del rotor. Se observa una curva sesgada hacia la izquierda que alcanza su máximo cuando  $\xi = -3,5^\circ$ . Este valor carece de importancia práctica por lo comentado en la Sección 3.2.

En la Figura 11b se ha adimensionalizado la potencia para mostrar la importante pérdida debida a la conicidad de las palas ( $P_0$  es la potencia cuando  $\xi = 0$ ). Allí se observa que cuando la conicidad es de  $7^\circ$ , la potencia es un 4 % menor que la correspondiente a  $\xi = 0$ .

Puede concluirse que la aerodinámica asociada a rotores es fuertemente dependiente de la geometría. Los resultados obtenidos en el presente estudio son solo válidos para el rotor aquí considerado, ya que no se dispone aún, de suficiente información como para emitir conclusiones de un carácter más general.

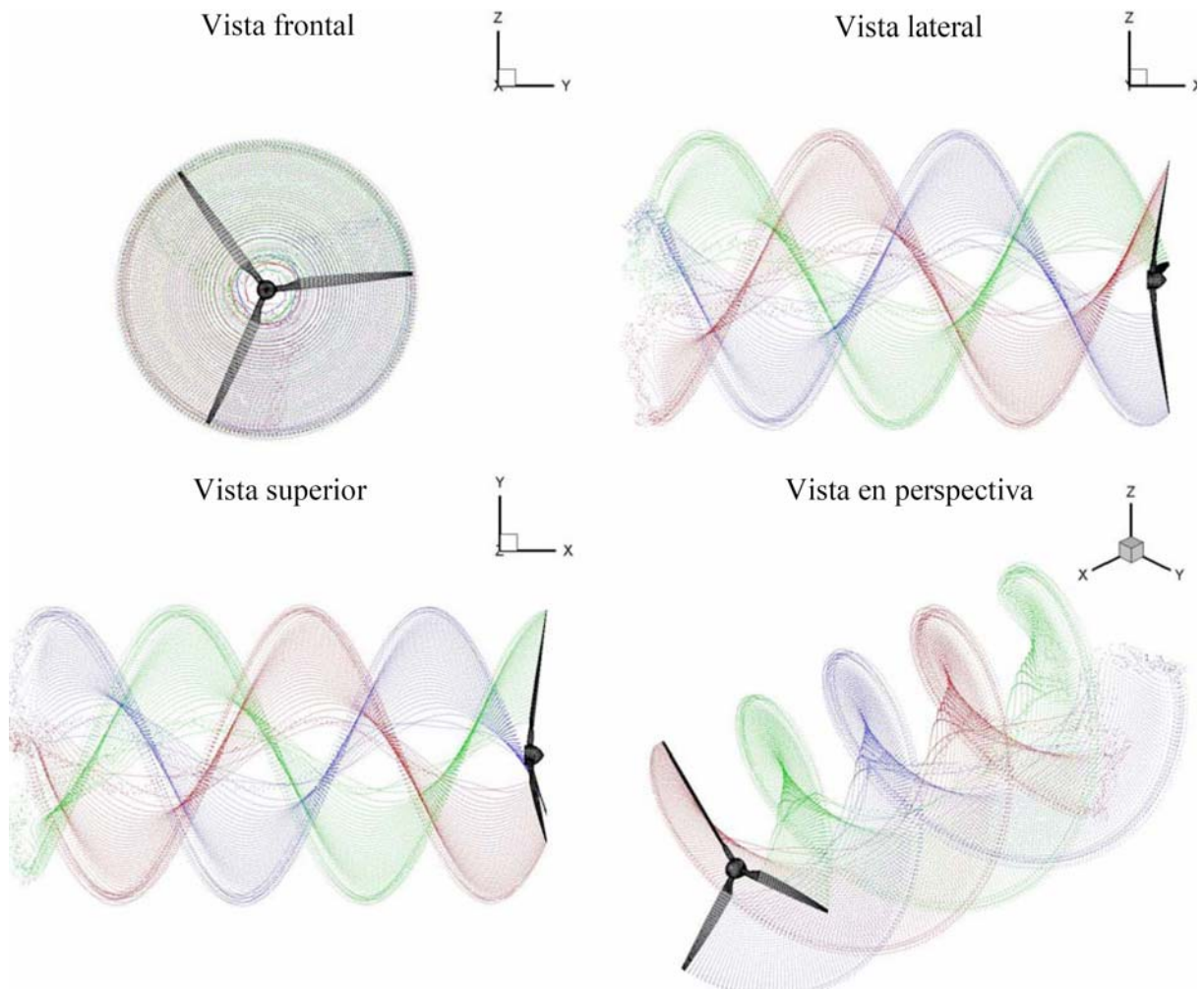


Figura 6: Rotor y estela - Caso 1 viento de frente

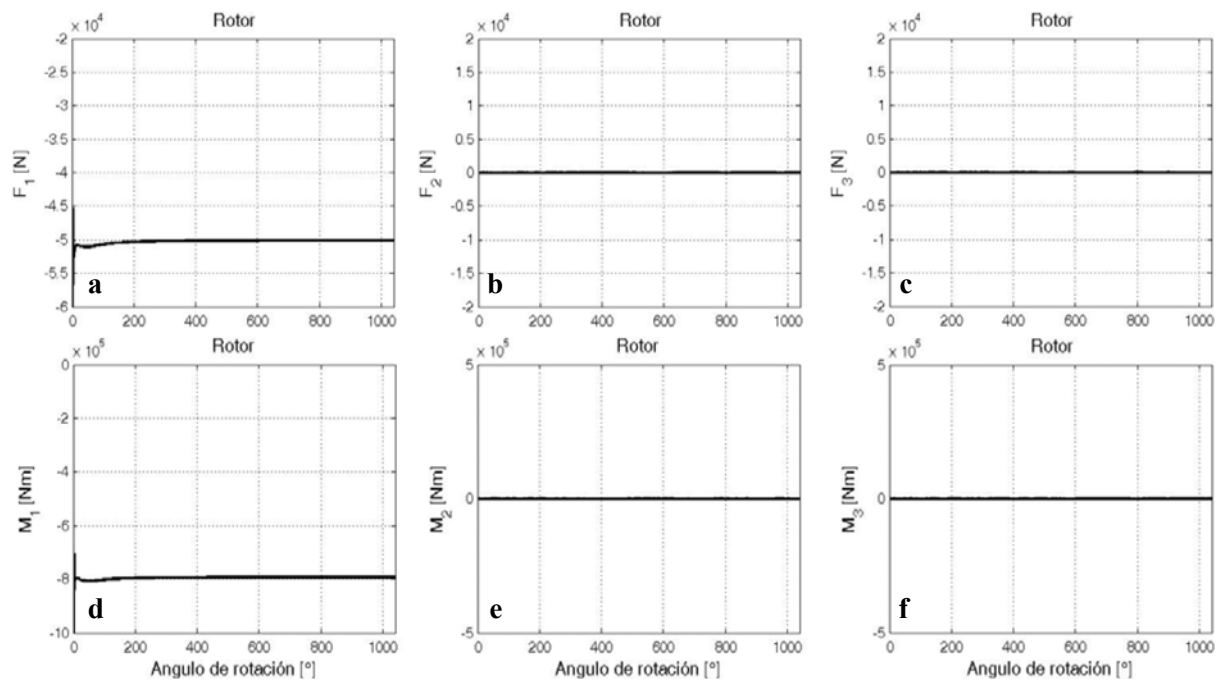


Figura 7: Fuerzas y momentos resultantes - Caso 1 viento de frente



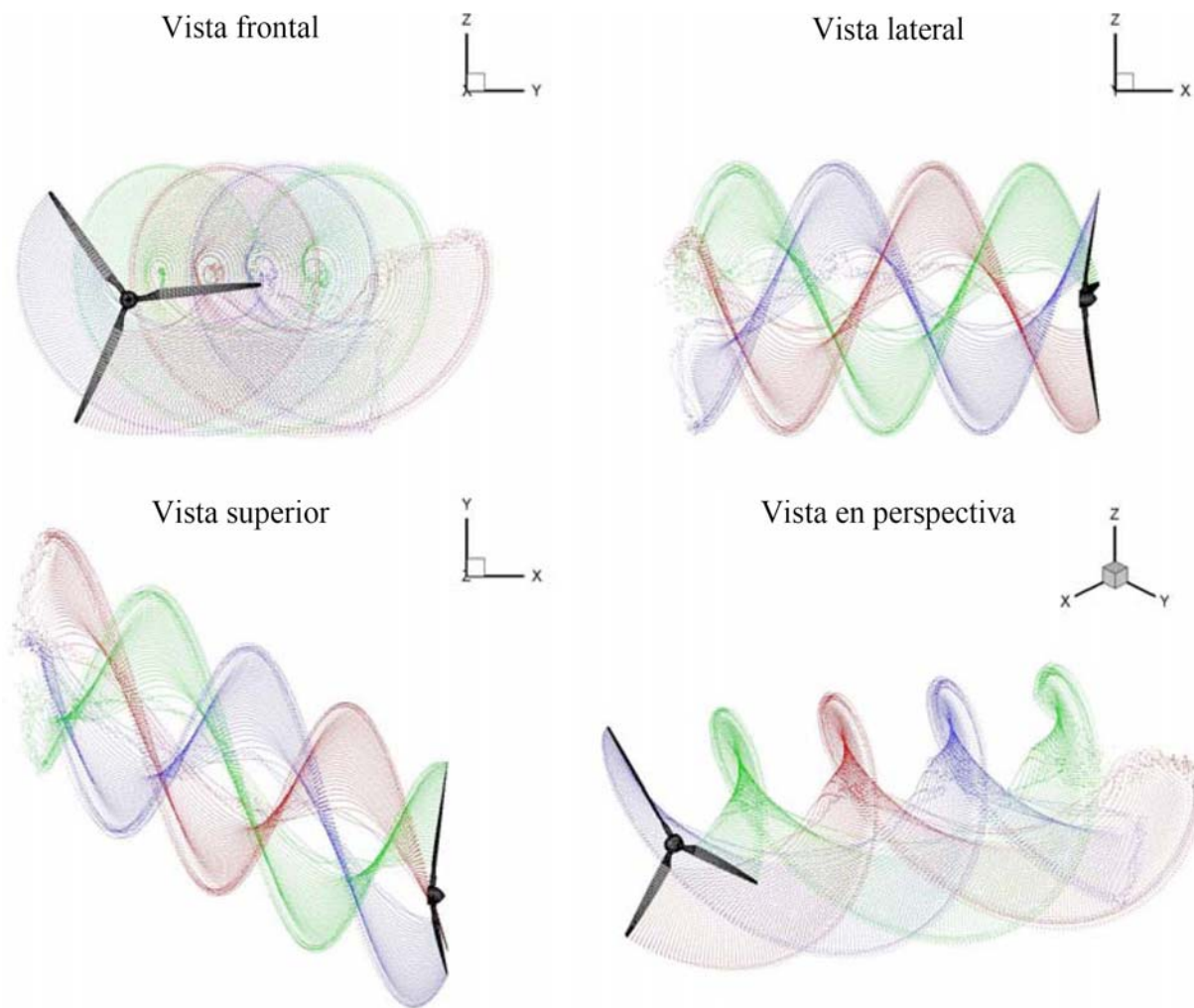


Figura 8: Rotor y estela - Caso 2 viento inclinado a 30°

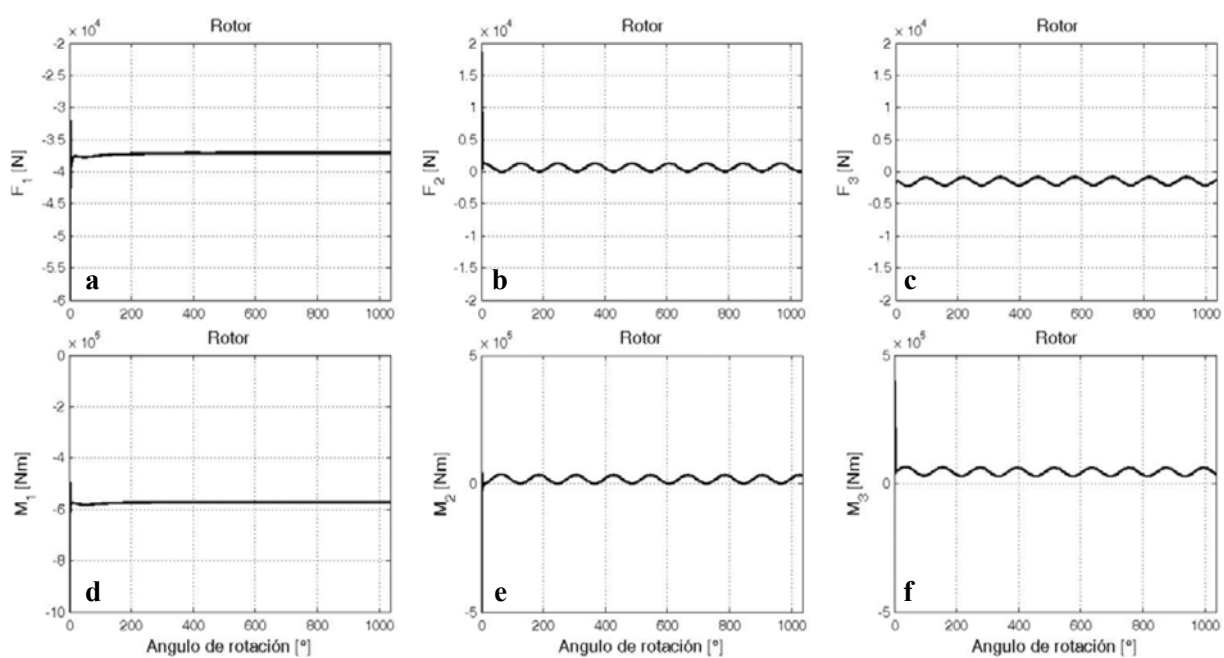


Figura 9: Fuerzas y momentos resultantes - Caso 2 viento inclinado a 30°

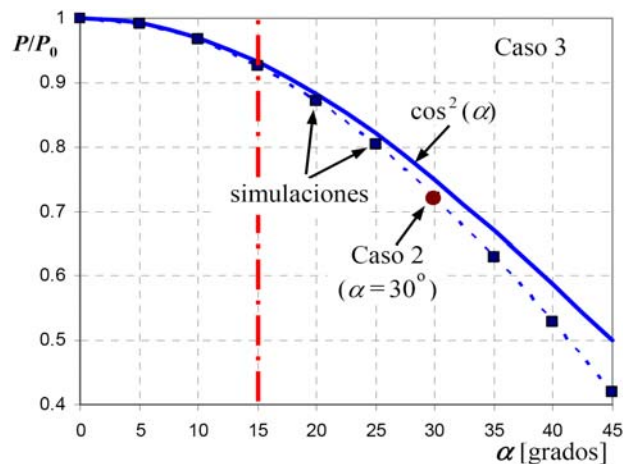


Figura 10: Potencia obtenida en función de la dirección del viento

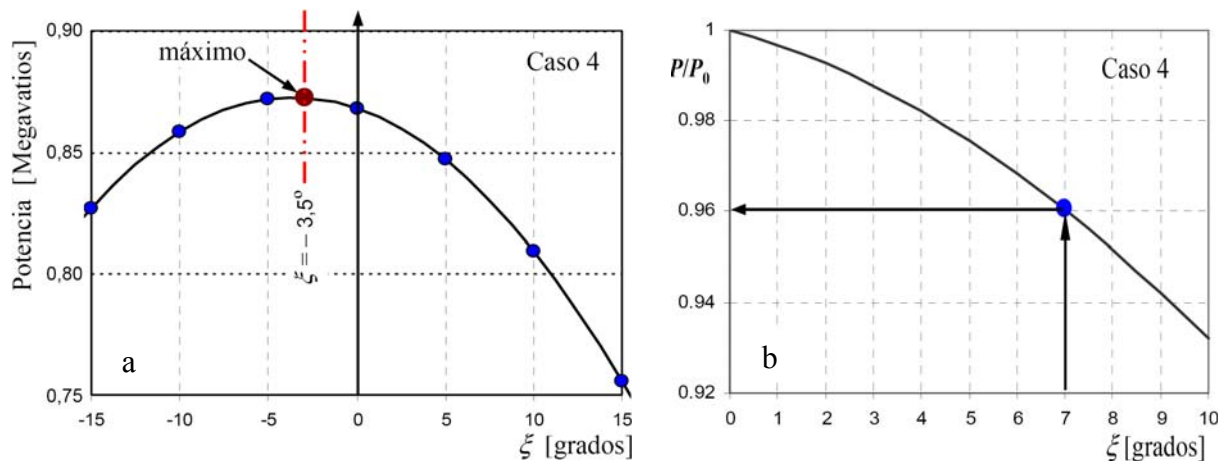


Figura 11: Potencia obtenida en función de la conicidad

## 7.2 Velocidad límite del aerogenerador bajo la acción de la carga aerodinámica

En esta sección se presentan resultados correspondientes al comportamiento aeroelástico del generador, en donde, la dinámica y la aerodinámica del rotor, son considerados como un único sistema. En el caso 5 se determina la velocidad de rotación límite que alcanza un rotor (para una configuración de ángulo de pitch fija) a distintas velocidades de corriente libre. En el caso 6 se estudia la respuesta del sistema operando inicialmente en un estado cuasi-estacionario cuando se modifica el ángulo de pitch de las palas. En ambos casos el perfil de velocidad adoptado es uniforme, la dirección de la corriente libre es paralela a la dirección definida por el eje de rotación. El rotor opera en vacío por lo tanto el sistema dinámico posee amortiguamiento nulo  $C = 0$ .

### 7.2.1 Caso 5 – Velocidad de rotación límite en función de la velocidad de corriente libre

Se realizaron simulaciones, para una configuración fija de rotor  $q_1 = q_2 = q_3 = -3^\circ$ , considerando cuatro velocidades distintas de la corriente libre,  $V_\infty = 5, 7.5, 10$  y  $12.5$  m/s.

En la Figura 12a se muestra la posición angular del rotor en función del tiempo. En los cuatro casos se aprecia que a medida que el tiempo crece el gráfico de la posición angular tiende a una línea recta cuya pendiente es mayor cuando la velocidad de corriente libre

aumenta. Esto muestra que cuando el generador opera en vacío se llega rápidamente a una velocidad (constante) límite que depende de la velocidad de la corriente de aire incidente.

En la Figura 12b se ha graficado la velocidad angular de rotación en función del tiempo. Es posible apreciar que en los cuatro casos la velocidad de rotación crece rápidamente hasta alcanzar una velocidad de rotación límite constante. El hecho que este sistema llegue a un estado estacionario de velocidad de rotación se debe a la existencia del amortiguamiento aerodinámico.

En la Figura 13 se aprecia que la velocidad de rotación límite es proporcional a la velocidad de corriente libre. En la ecuación (29) es posible apreciar que la ecuación de movimiento adimensionalizada es independiente de la velocidad de corriente libre dimensional, este hecho hace que la solución dimensional sea un escalamiento lineal de la solución adimensional, en donde los factores para dimensionalizar la solución dependen de la velocidad de corriente libre y de la longitud de referencia.

En la Figura 14 se ha graficado la velocidad relativa respecto a la velocidad límite para cada uno de los cuatro casos. Se puede observar que los gráficos coinciden y que en cinco vueltas se alcanza el 90 % de la velocidad límite y en 10 vueltas el 99 %.

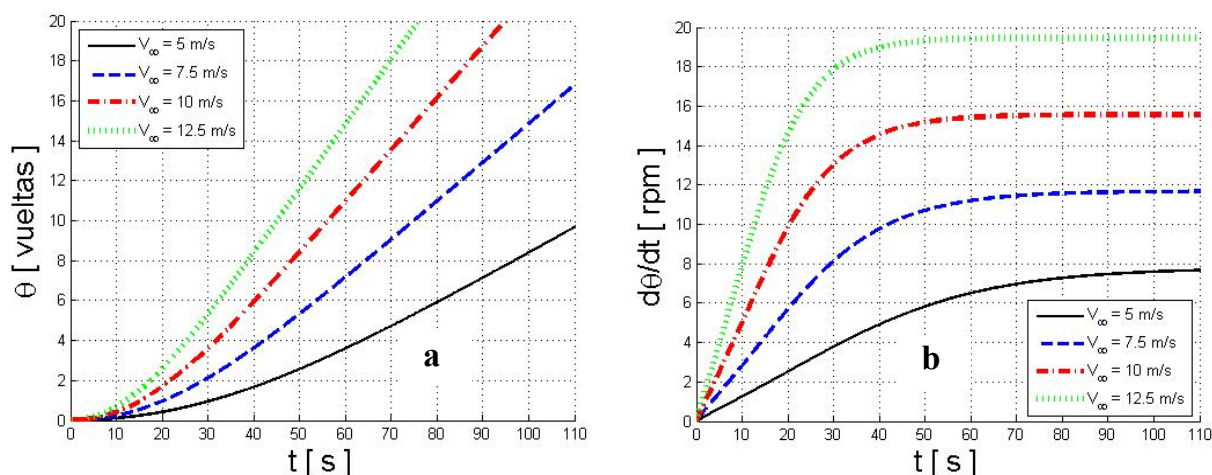


Figura 12: Respuesta del sistema dinámico

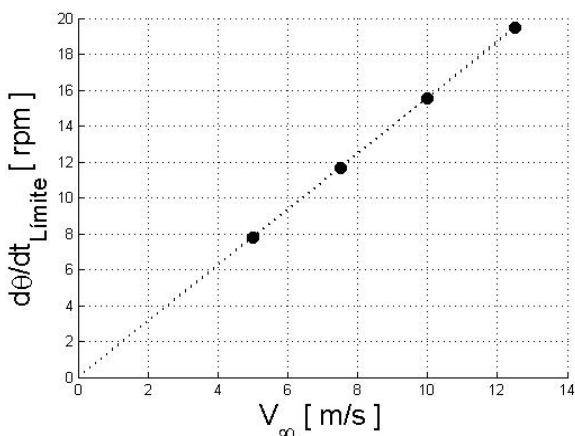


Figura 13: Velocidad de rotación límite vs. velocidad de corriente de aire libre

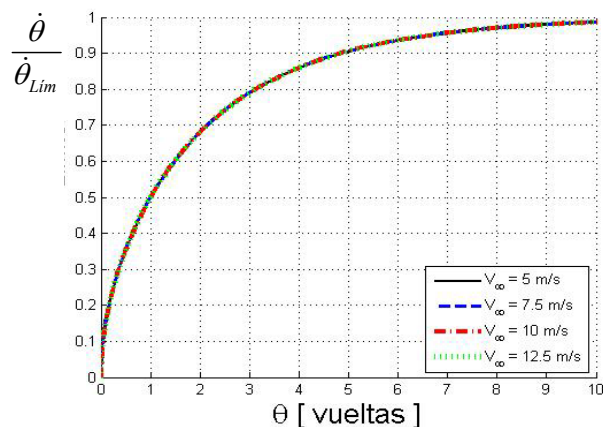


Figura 14: Velocidad relativa a la velocidad límite vs. número de vueltas

### 7.2.2 Caso 6 – Respuesta del sistema en función del ángulo de pitch de las palas

Para estudiar la influencia del ángulo de pitch de las palas en la respuesta aeroelástica del sistema se consideraron tres casos, en donde se parte inicialmente con ángulo de pitch  $q_1=q_2=q_3=0^\circ$ , y a los 56 segundos (estado cuasi-estacionario) se realiza un cambio del ángulo de pitch de las palas en forma gradual con velocidad adimensional constante ( $\dot{q}_i = 0,25$ ,  $i=1,2,3$ ) hasta llegar al valor final. Cada uno de los tres casos corresponde a ángulos de pitch distintos con  $q_1=q_2=q_3=-10^\circ$ ,  $-20^\circ$  y  $-30^\circ$ . La velocidad de la corriente libre considerada es  $V_\infty = 10$  m/s.

En la Figura 15a se muestra la posición angular del rotor como función del tiempo. Cada curva corresponde a un ángulo final de pitch diferente ( $-10^\circ$ ,  $-20^\circ$  y  $-30^\circ$ ). Al realizar el cambio de ángulo de pitch (negativo) se reduce la pendiente de las curvas. Esta reducción de pendiente es directamente proporcional a la variación de ángulo de pitch.

En la Figura 15b se muestra la velocidad angular de rotación en función del tiempo. Es posible apreciar que la velocidad de rotación crece rápidamente hasta alcanzar un estado cuasi-estacionario, en ese momento ( $t = 56$  s) se produce el cambio de ángulo de pitch. La velocidad límite de rotación del rotor disminuye cuando aumenta del ángulo de pitch de las palas. Estos ejemplos permiten concluir que la variación del pitch de las palas es un buen mecanismo para controlar y regular la velocidad de rotación del rotor. Notar que la ley de variación de la primera parte de los gráficos de la Figuras 15 son similares a los casos de la Figura 12 (en la Figura 12 el ángulo de actitud (pitch) es de  $-3^\circ$  mientras que en la Figura 15 es  $0^\circ$ ).

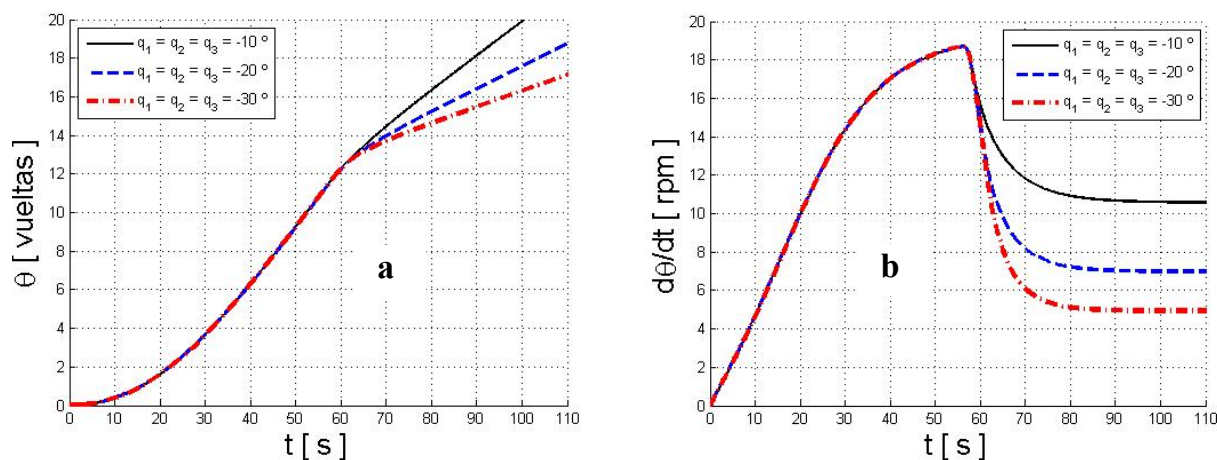


Figura 15: Respuesta del sistema ante la variación de ángulo de pitch

## 8. CONCLUSIONES

En este trabajo se presentaron y analizaron resultados obtenidos con una herramienta computacional que está siendo actualmente desarrollada, y que tiene como objetivo predecir en el dominio del tiempo el comportamiento aerodinámico, y aeroelástico inestacionario y no-lineal de rotores de generadores eólicos de eje horizontal y de gran potencia.

Los resultados obtenidos permiten extraer algunas conclusiones que ayudan a comprender el comportamiento aerodinámico y aeroelástico asociada a rotores, cuya complejidad es bien conocida. Es posible afirmar que las cargas aerodinámicas son fuertemente dependientes de la dirección de la corriente de viento, y la potencia producida se reduce cuando aumenta el ángulo de incidencia del viento. Para ángulos hasta 15 grados la potencia varía como la función coseno cuadrado del ángulo de incidencia. Ha sido posible explicar de forma cuali-

tativa como influye la conicidad del rotor en la potencia producida, pero aún falta estudiar como la combinación de otras características geométricas del rotor (por ejemplo: las distribuciones de perfiles, de ahusamiento y de alabeo a lo largo de la pala) afectan el comportamiento aerodinámico del mismo. Se mostró que el rotor, como sistema dinámico bajo la acción del viento, alcanza una velocidad límite de rotación. Esta velocidad límite depende de la velocidad del viento y del ángulo de pitch de las palas. Este último representa un mecanismo eficiente para controlar y regular la velocidad de rotación del rotor.

Si bien la herramienta aquí presentada representa un buen punto de partida para lograr la comprensión cabal del comportamiento aerodinámico y aeroelástico de generadores eólicos de gran potencia, en el futuro será necesario llevar a cabo simulaciones que incluyan el modelo completo del aerogenerador, y que además tengan en cuenta la dinámica estructural, los sistemas de control y las condiciones ambientales altamente complejas que tienen lugar en las zonas donde normalmente se emplazan estos equipos.

## REFERENCIAS

- Baruh H., *Analytical Dynamics*, McGraw Hill, 1999.
- Burden R.L. and Faires J. D., *Numerical Analysis*, 8<sup>th</sup> Edition, Thompson Brooks/Cole, 2005.
- Carnahan B., Luther H.A. and Wilkes J.O., *Applied Numerical Methods*, John Willey & Sons, 1969.
- Gebhardt C.G., Preidikman S. y Massa J.C., Comportamiento aerodinámico del rotor de un generador eólico de eje horizontal – Estudio paramétrico, XIII Congreso Chileno de Ingeniería Mecánica - COCIM 2008, Arica, Chile, 5-7 de noviembre de 2008.
- Gebhardt C.G., Preidikman S. y Massa J.C., Simulaciones numéricas de la aerodinámica no estacionaria de generadores eólicos de eje horizontal y gran potencia, Primer Congreso Argentino de Ingeniería Mecánica - I CAIM 2008, Bahía Blanca, octubre de 2008.
- Heat M.T., *Scientific Computing An Introduction Survey*, 2<sup>nd</sup> Edition, McGraw Hill, 2002.
- Kandil O.A., Mook D.T., and Nayfeh A.H., Nonlinear Prediction of the Aerodynamic Loads on Lifting Surfaces, *Journal of Aircraft*, Vol. 13, pp. 22-28, 1976.
- Katz J. and Plotkin A., *Low-Speed Aerodynamics*, Cambridge University Press, 2001.
- Konstantinopoulos P., Mook D.T., and Nayfeh A.H., A Numerical Method for General, Unsteady Aerodynamics, *AIAA-81-1877*, 1981.
- Landau L.D. y Lifshitz E.M., *Mecánica*, 2<sup>da</sup> Edición corregida, Editorial Reverté, 1994.
- Lugt H., *Vortex Flow in Nature and Technology*, John Wiley & Sons, 1983.
- Muljadi E., Butterfield C.P. and Jul M.L. Jr., Effect of Turbulence on Power Generation for Variable Speed Wind Turbines, *ASME Wind Energy Symposium*, 1997.
- Preidikman S. y Mook D.T., Modelado de Fenómenos Aeroelásticos Lineales y No-lineales: Los Modelos Aerodinámico y Estructural, Modelización Aplicada a la Ingeniería – Volumen I, Regional Bs. As de la UTN, ISBN: 950-42-0057-5, pp. 365-388, 2005.
- Preidikman S., Numerical Simulations of Interactions Among Aerodynamics, Structural Dynamics, and Control Systems, Ph.D. Virginia Polytechnic Institute and State University, 1998.
- Tenenbaum R.A., *Fundamentals of Applied Dynamics*, Springer-Verlag, 2004.