

ANÁLISIS DE LA ESTABILIDAD NUMÉRICA DE PROBLEMAS DE CREEP BÁSICO A NIVEL MESOMECANICO

Victor A. Fares^a, Rodrigo Ruiz Lopez^a, Leandro Boetto^a y Esteban Sosa^a

^aCMAE – Centro de Mecánica Aplicada y Estructuras
Universidad Nacional de Santiago del Estero, Santiago del Estero, Argentina,
vfares@unse.edu.ar

Palabras clave: efectos tasa-tiempo – elementos de interfase – estabilidad numérica – rotura diferida

Resumen Se presenta en este trabajo un análisis computacional de las aptitudes numéricas de diversas reglas de integración para elementos de junta o interfase de espesor nulo en problemas de creep básico. El estudio numérico se realiza considerando una ley constitutiva hiperbólica elasto-viscoplástica basada en la teoría de Perzyna con el fin de captar los efectos de tasa-tiempo, tales como sobrerresistencia dinámica por aumento de la velocidad de deformación o efectos de la deformación diferida (creep) y relajación. En particular, el interés se centra en la estabilidad del proceso de cálculo cuando el problema ingresa en la rama de creep terciario, analizándose la precisión de las distintas alternativas de integración para captar la rotura diferida. El análisis computacional se realiza empleando mallas mesomecánicas que combinan elementos de medio continuo y elementos de interfase.

1. INTRODUCCION

El estudio de la estabilidad numérica de los procesos de cálculo cuando se ven involucrados elementos de junta o interfase de espesor nulo ha cobrado gran relevancia recientemente dada la gran cantidad de propuestas para la modelación de falla material a nivel de observación mesomecánico. Esto se debe a que el uso de este tipo de elementos presenta diversas ventajas en relación al criterio tradicional de enfoque que considera elementos finitos de medio continuo (criterio de modelación macromecánico) para la representación de procesos de falla en materiales cohesivo-friccionales. Mediante los elementos finitos de interfase de espesor nulo (juntas) es posible modelizar en forma explícita los procesos de falla de materiales cuasi-frágiles que poseen una meso-estructura compleja tales como el hormigón, con la ventaja de la obtención de un patrón de fisuración realista y explícito bajo distintos escenarios de carga, con la ventaja adicional de la posibilidad de monitorear la evolución o historia de apertura y cierre de las juntas o interfases a través del mencionado proceso de fractura. Sin embargo, debe tenerse presente que el empleo de este tipo de elementos finitos especiales implica la introducción en la discretización del problema de fuertes diferencias de rigidez entre las juntas y los elementos finitos de continuo entre los que las mismas de insertan, lo cual conduce a fuertes gradientes de desplazamientos localizados en las malla. A fin de lograr una adecuada representación del proceso de fractura, es necesario implementar leyes constitutivas adecuadas, capaces de modelar apropiadamente el comportamiento de la interfase durante las distintas etapas del proceso de falla, paralelamente al desarrollo de formulaciones de elementos finitos de interfase acordes al problema que se analiza. Los primeros trabajos numéricos relacionados con las leyes constitutivas para este tipo de problemas se deben a Dugdale (1960), Barenblatt (1962), y Rice (1968), entre otros. En relación a las formulaciones matemáticas del elemento de junta, los primeros trabajos se deben a Goodman (1968), Pande y Sharma (1979), Desai et al (1984), entre otros. Este tipo de aproximación discreta se ha empleado además para modelar numéricamente la fisuración de materiales frágiles tales como rocas (Carol y Alonso, 1983), tierra armada (Gens et al, 1995), juntas dilatantes (Amadei, 1990), interacción suelo-estructura (Potts, 1994), y hormigones bajo cargas estáticas (López, 1999, López et al. 2001) y dinámicas (Etse et al. 2004), (Lorefice et al 2006, 2007, 2008). Las investigaciones mencionadas confirman problemas relacionados con este tipo de elementos, reportándose mal condicionamiento de las soluciones y oscilaciones en los valores de las tensiones a nivel de punto de integración. Estas inestabilidades observadas en el proceso numérico de solución se deben a varias razones entre las cuales se encuentran la gran diferencia de rigidez entre los elementos de interfase y los elementos de medio continuo adyacentes, la velocidad del proceso de carga y la evolución temporal del tamaño del dominio elástico en problemas tiempo/tasa dependientes. En relación a la elevada rigidez que debe asignarse a las juntas, la misma es necesaria con el fin de que su elasticidad no intervenga en el problema en estudio, y sólo sufran apertura a tracción o corte en régimen no lineal como por ejemplo bajo estados de plastificación o procesos de fractura. Diversos autores han realizado estudios relativos a la estabilidad de este tipo de formulaciones con el fin de comprender el comportamiento numérico concluyendo que, en general, debido a las singulares características de este tipo de elementos, se obtienen mejores resultados aplicando técnicas de integración de Newton-Cotes en lugar de la de Gauss – Legendre, ver Gens et al (1995). Otros autores en cambio han concluido que algunas anomalías observadas en los resultados se atenúan considerablemente reduciendo el tamaño de los elementos de continuo adyacentes a la zona de interfase, Potts et al. (1994). Con base en estos antecedentes, se estudia la performance numérica de diversas reglas de integración para elementos de interfase de espesor nulo equipados con una ley constitutiva de tipo cohesiva basada en la

elasto-viscoplasticidad, (Loreface 2006, 2007, 2008). Se analiza el comportamiento y estabilidad del proceso numérico en simulaciones de creep básico a nivel mesomecánico considerando configuraciones típicas de la mesoestructura del hormigón a fin de deducir cual de las reglas de integración numérica es la mas adecuada en el análisis de procesos de falla de este material con la consiguiente mejora en el comportamiento numérico global del conjunto en discretizaciones que involucren a probetas durante ensayos característicos como los de compresión bajo cargas sostenidas, ensayos de relajación y fluencia, interacción dinámica creep-fractura, y también en casos dinámicos de interés como cargas cíclicas bajo acciones sísmicas, impacto, etc.

2. MODELO VISCOPLÁSTICO DE INTERFASE

En el rango no lineal del proceso de interacción creep-fractura, la degradación de la rigidez puede considerarse a nivel mesomecánico en términos de una ley constitutiva elasto-viscoplástica de junta, ver Etse et al. (2004a). La extensión de dicha ley para incluir efectos de tasa/tiempo se realiza a través de la teoría de Perzyna (1963, 1966) mediante el concepto de viscoplasticidad continua, Etse y Willam (1997), Carosio et al. (2000), Etse et al (2004a), Loreface et al. (2006, 2007, 2008). En este modelo, la superficie de fluencia que delimita el estado elástico del viscoplástico en una interfase dada toma la forma

$$\bar{F} = \sigma^2 - (c - \tau \tan \phi)^2 + (c - \chi \tan \phi)^2 - (\dot{\lambda} \eta)^{1/N} \quad (1)$$

siendo σ y τ las componentes de tensión normal y tangencial respectivamente, χ la resistencia a tracción (vértice de la hipérbola), c la cohesión aparente (resistencia al corte) y ϕ el ángulo de fricción interna. N representa el exponente de Perzyna, el cual regula la sensibilidad del modelo a la tasa de deformación. La dependencia en el tiempo y con la tasa se introduce a través del término $(\dot{\lambda} \eta)$, siendo $\dot{\lambda}$ la tasa del multiplicador viscoplástico y η la viscosidad. Considerando una interfase típica, el modelo de fractura plantea dos escenarios extremos para la definición de la variable viscoplástica de estado. La energía disipada durante el proceso tiempo-dependiente se expresa como

$$\dot{q}^{ver} = \mathbf{t}^T \dot{\mathbf{u}}^{ver} \quad (2)$$

con \mathbf{t} el vector tensión en la interfase y \mathbf{u}^{ver} el vector de desplazamientos críticos. La regla de flujo viscoplástica se expresa como

$$\dot{\mathbf{u}}^{ver} = \dot{\lambda} \mathbf{Q}^{ver} = \dot{\lambda} \mathbf{A} \mathbf{n} \quad (3)$$

con el vector de flujo definido como

$$\mathbf{n} = \frac{\partial F}{\partial \mathbf{t}} = [2 \tan \phi (c - \sigma \tan \phi), 2\tau]^T \quad (4)$$

De este modo, la no asociatividad del modelo se plantea en función de la matriz de transformación \mathbf{A} que determina la pérdida de normalidad durante la evolución del proceso de apertura de fisura \mathbf{u}^{ver} en la forma siguiente:

$$\mathbf{A} = \begin{cases} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} & \text{si } \sigma \geq 0 \\ \begin{pmatrix} f_c^{dil} & f_\sigma^{dil} & 0 \\ 0 & \left(1 - \frac{\sigma \tan \phi}{\tau}\right) \end{pmatrix} & \text{si } \sigma < 0 \end{cases} \quad (5)$$

Los términos f_c^{dil} and f_σ^{dil} introducen el efecto de la dilatación en régimen de compresión por medio de una reducción en la componente normal del vector de tensiones, siguiendo una función lineal

$$f_c^{dil} = 1 - \frac{c}{c_0} \quad ; \quad f_\sigma^{dil} = 1 - \frac{\sigma}{\sigma_{dil}} \quad (6a,b)$$

siendo c_0 el valor inicial de la cohesión y σ_{dil} el valor de tensión normal para el cual la dilatación se anula. La forma viscoplastica continua de las ecuaciones de la elastoplasticidad clásica para el caso del modelo de interfase pueden escribirse en la forma siguiente

$$\dot{\mathbf{u}} = \dot{\mathbf{u}}^{el} + \dot{\mathbf{u}}^{ver} \quad (7)$$

$$\dot{\mathbf{u}}^e = (\mathbf{E})^{-1} \dot{\mathbf{t}} \quad (8)$$

$$\dot{\mathbf{t}} = \mathbf{E}(\dot{\mathbf{u}} - \dot{\mathbf{u}}^{ver}) \quad (9)$$

donde $\dot{\mathbf{u}}$ representa la tasa de desplazamientos relativos que se supone descompuesta en una parte elástica $\dot{\mathbf{u}}^e$ y otra viscoplastica $\dot{\mathbf{u}}^{ver}$, \mathbf{E} es la matriz de rigidez elástica, la cual posee una estructura diagonal con términos no nulos iguales a la rigidez normal y de corte del material, E_N y E_T , respectivamente. El punto de partida del proceso numérico es el planteo de la denominada condición de consistencia viscoplastica continua, la cual para el modelo de interfase toma la forma

$$\dot{\bar{F}} = \mathbf{n}^T \dot{\mathbf{t}} + \bar{r} \dot{q}^{ver} + s \dot{\lambda} = 0 \quad (10)$$

con

$$\bar{r} = \left(\frac{\partial F}{\partial c} \frac{dc}{dq^{ver}} + \frac{\partial F}{\partial \chi} \frac{d\chi}{dq^{ver}} \right) \quad (11)$$

y

$$s = - \frac{\partial \varphi^{-1}(\eta \lambda)}{\partial \lambda} = -\eta \quad (12)$$

Los parámetros de estado del modelo evolucionan durante el proceso de carga, y son función de los parámetros originales de la superficie, χ , c . El sistema de ecuaciones resultante es no-lineal, y se resuelve por medio del Método de Newton-Raphson en el marco de la estrategia de proyección al punto más cercano o Closest Point Projection Method (CPPM), Etse et al. (1997), Carosio et al. (2000), Lorefice (2006, 2007, 2008).



Figura 2: Malla, esquema de carga y condiciones de borde. Agregado y mortero elásticos, juntas agregado – mortero viscoplásticas, junta central mortero – mortero elastoplástica.

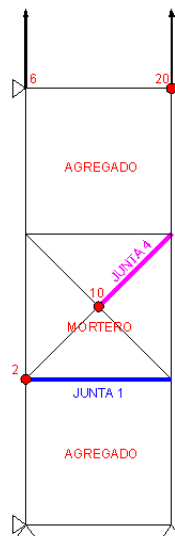


Figura 3: Malla, esquema de carga, y condiciones de borde. Agregado y mortero elásticos, juntas agregado – mortero elásticas y juntas diagonales mortero – mortero viscoplasticas.

Una vez aplicada la carga total, la misma se mantiene constante en el tiempo a fin de generar las deformaciones diferidas por la evolución de la superficie de falla tiempo-dependiente del modelo de junta. La Figura 4 muestra la evolución temporal del desplazamiento en los nodos superiores para las cuatro reglas de integración consideradas para la malla de la Figura 2. En todos los casos analizados, se llega a la rama de creep terciario, obteniéndose la falla mas pronunciada para el análisis correspondiente a la regla de Simpson. Los gráficos de $\tau(t)$ y $\sigma(t)$ se realizan tomando seis puntos a lo largo de la curva que define la rama de creep. Los resultados que se presentan a continuación corresponden al nodo 2 de la junta 1, ver Figura 2.

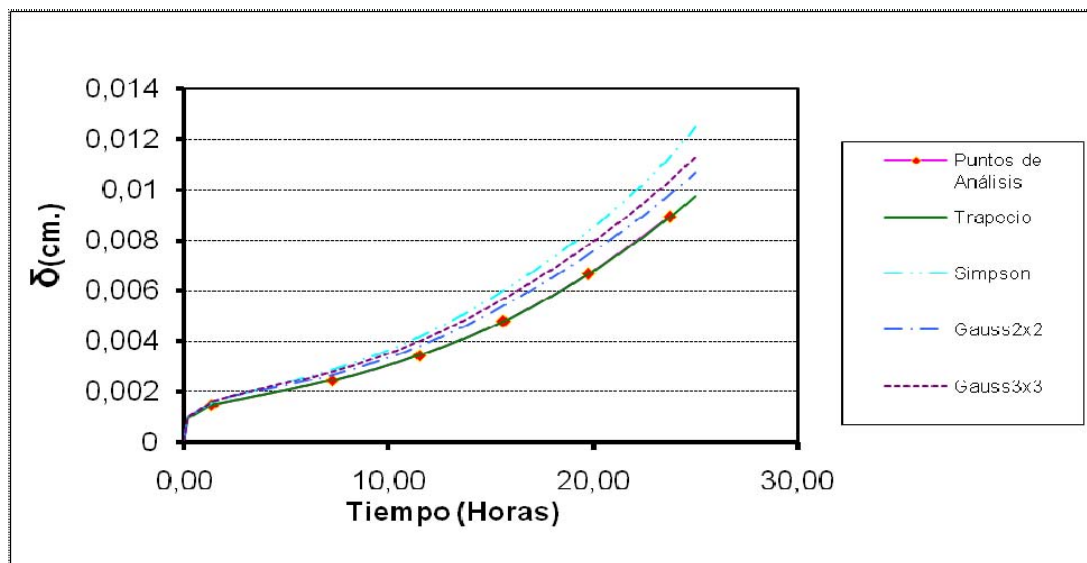


Figura 4: Desplazamiento en función del tiempo para la malla de Figura 2. Instantes considerados para las graficas de $\tau(t)$ y $\sigma(t)$

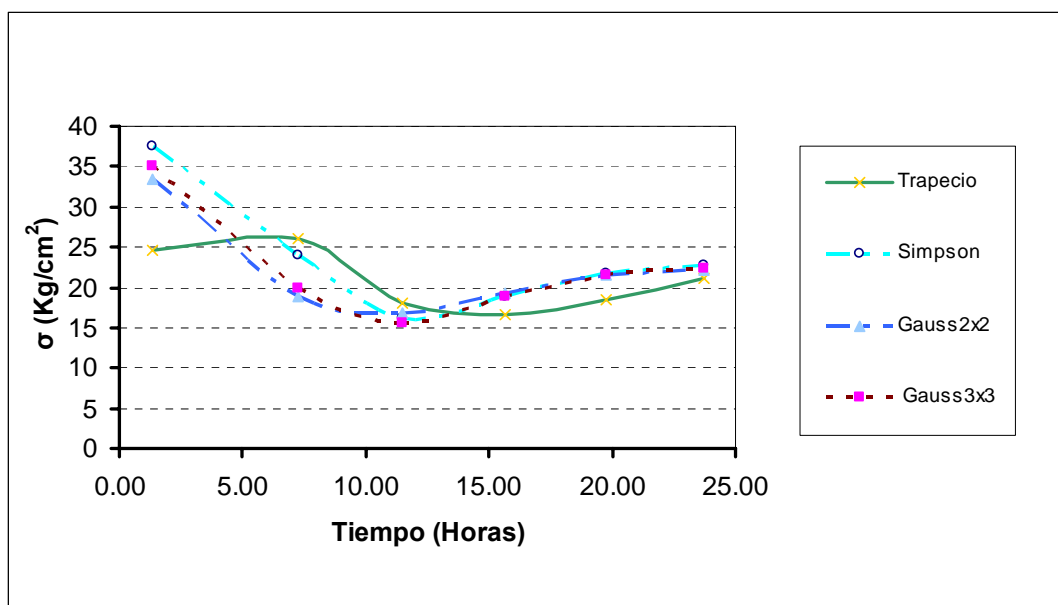


Figura 5: Tensiones normales en función del tiempo en el nodo 2 de la junta 1

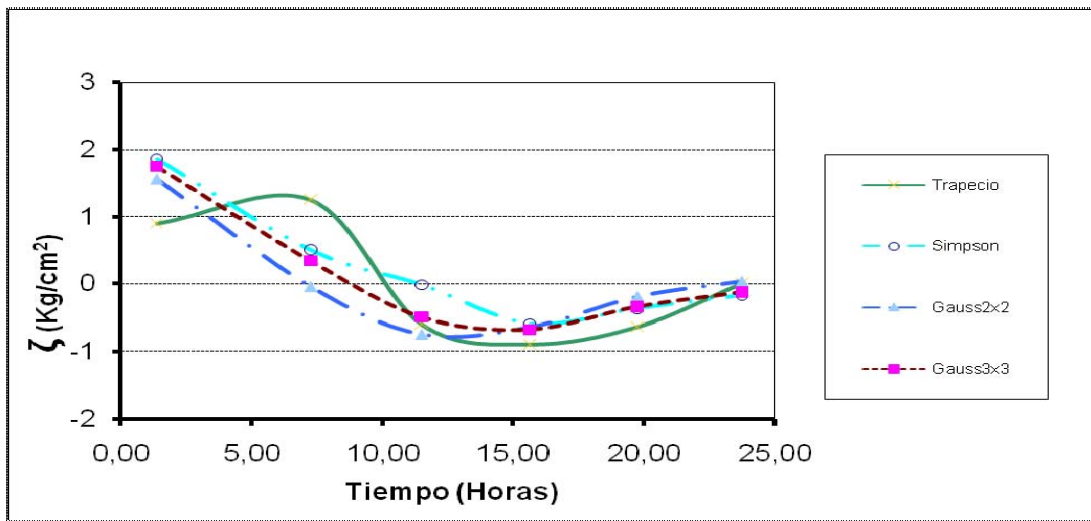


Figura 6: Tensiones cortantes en función del tiempo en el nodo 2 de la junta 1

Si se comparan los resultados obtenidos en las Figuras 4 a 6, se observan las mayores diferencias entre las reglas de integración trapezoidal y la de Simpson. Las mayores oscilaciones en la evolución temporal de las tensiones corresponden a la regla del trapecio. Los resultados del post-proceso de ambos casos se presentan en las Figuras 7 a 10 en términos de los mapeos de desplazamientos, tensiones y energía disipada, observándose claramente la incidencia del uso de las reglas en la distribución de tensiones normales y cortantes y en la disipación lo largo del plano de falla.

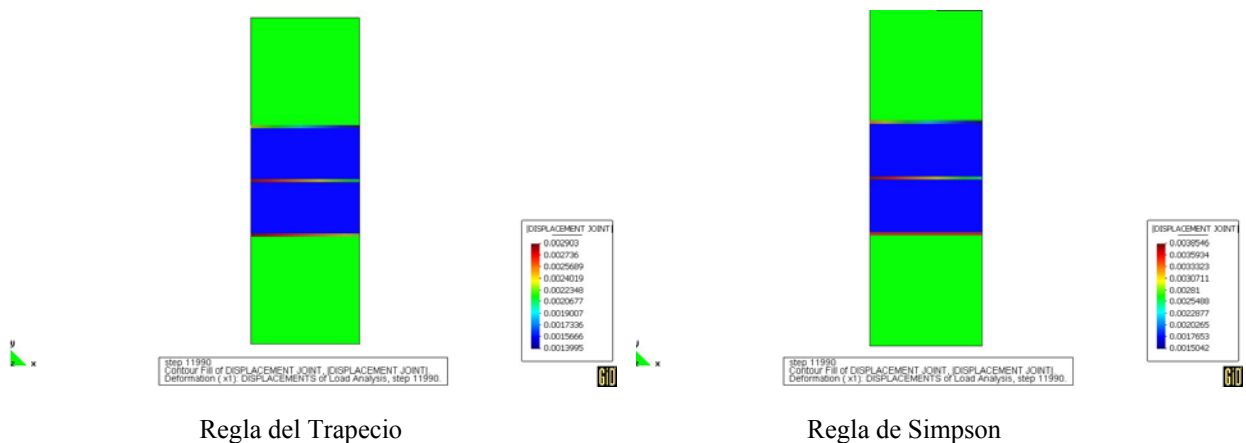
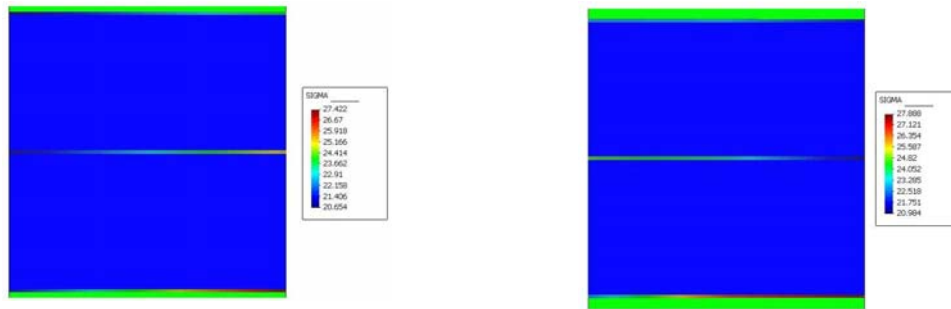


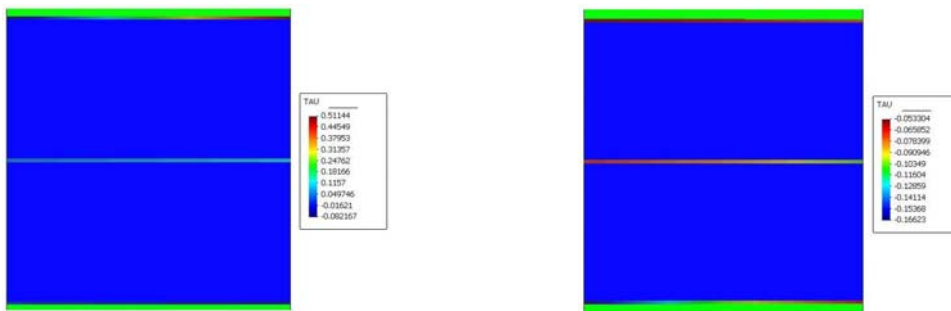
Figura 7: Mapeo de Desplazamientos – Unidades: cm



Regla del Trapecio

Regla de Simpson

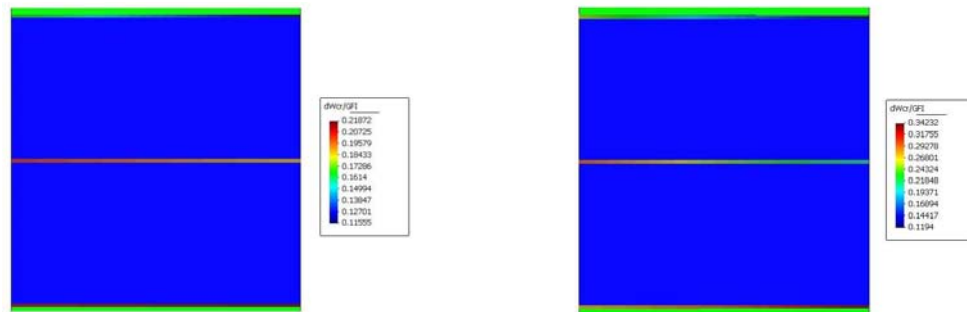
Figura 8: Distribución de tensiones normales – Unidades: Kg/cm²



Regla del Trapecio

Regla de Simpson

Figura 9: Distribución de tensiones cortantes – Unidades: Kg/cm²



Regla del Trapecio

Regla de Simpson

Figura 10: Mapeo de Energía Disipada en junta central

En relación al segundo caso de análisis ilustrado en la configuración mesomecánica de Figura 3, los resultados obtenidos se presentan en las curvas de Figuras 11 a 15. Los resultados de distribución de tensiones normales y cortantes corresponden a los nodos 2 y 10 de las juntas 1 y 4 según se indica en dicha Figura.

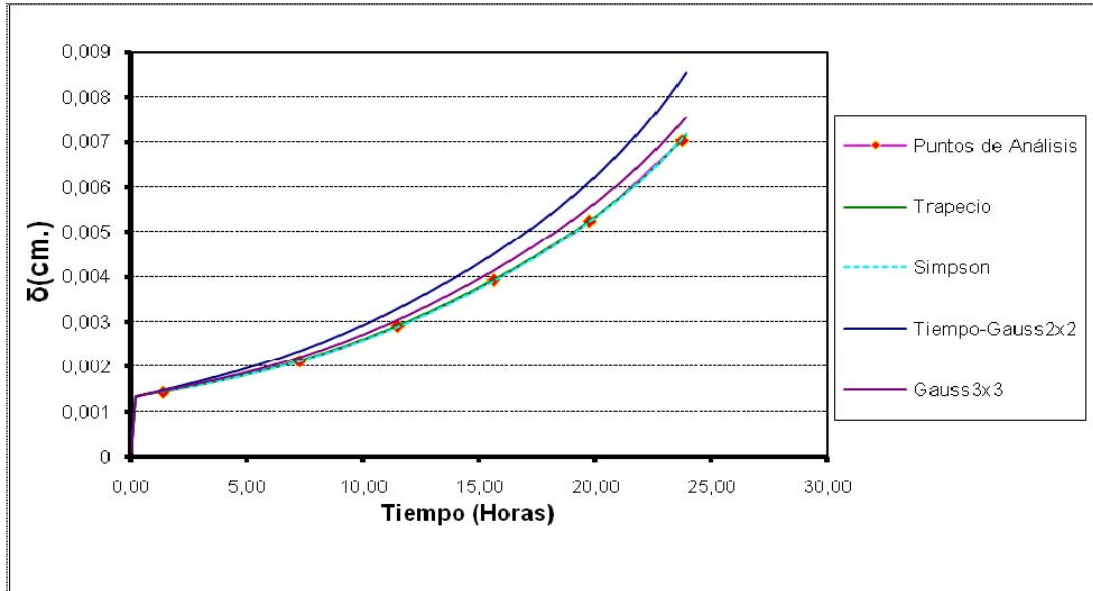


Figura 11: Desplazamiento en función del tiempo en nodos superiores de la malla de la Figura 3.

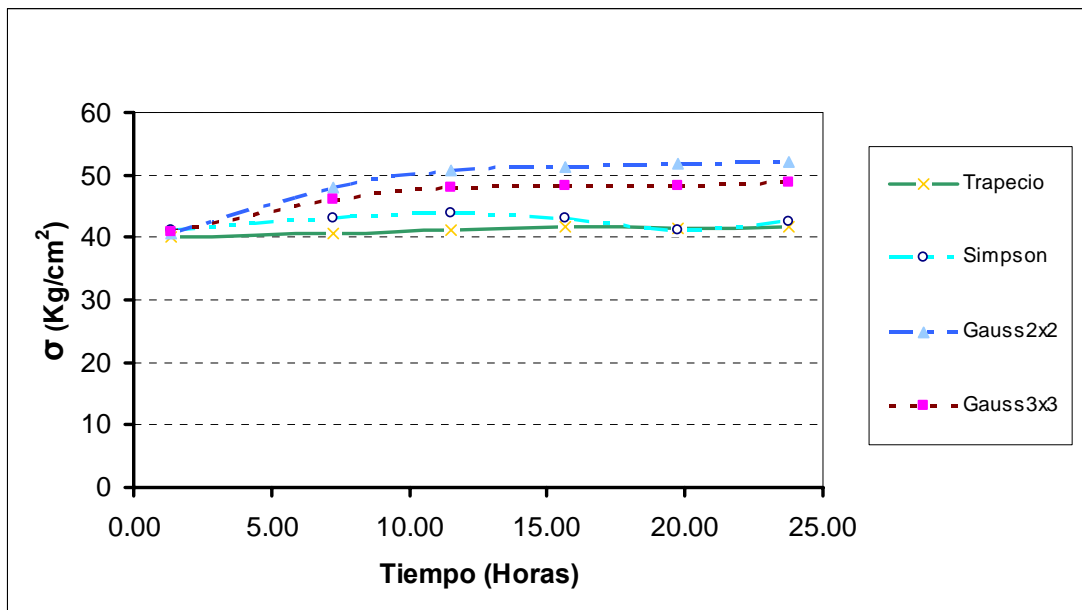


Figura 12: Tensiones normales en función del tiempo en el nodo 2 de la junta horizontal 1

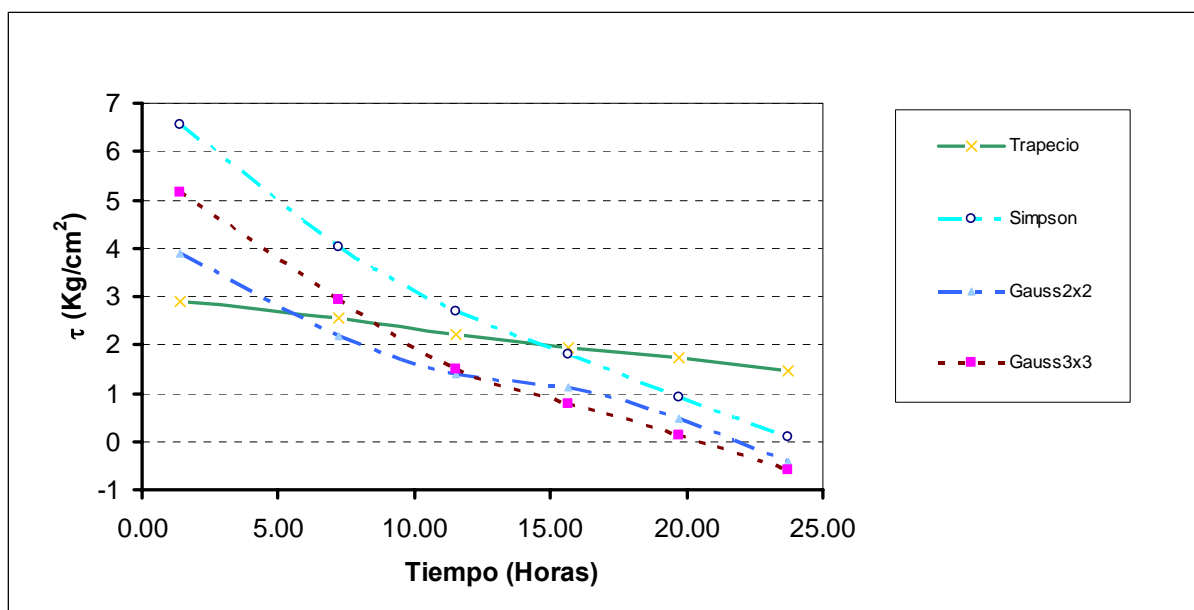


Figura 13: Tensiones cortantes en función del tiempo en el nodo 2 de la junta horizontal 1

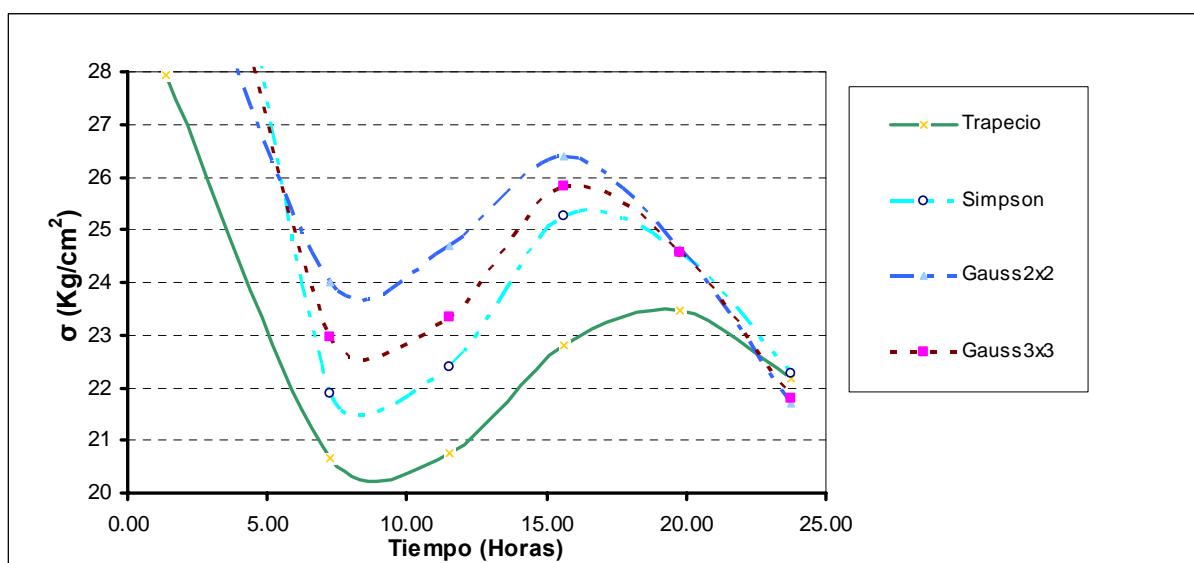


Figura 14: Tensiones normales en función del tiempo en el nodo 10 de la junta diagonal 4

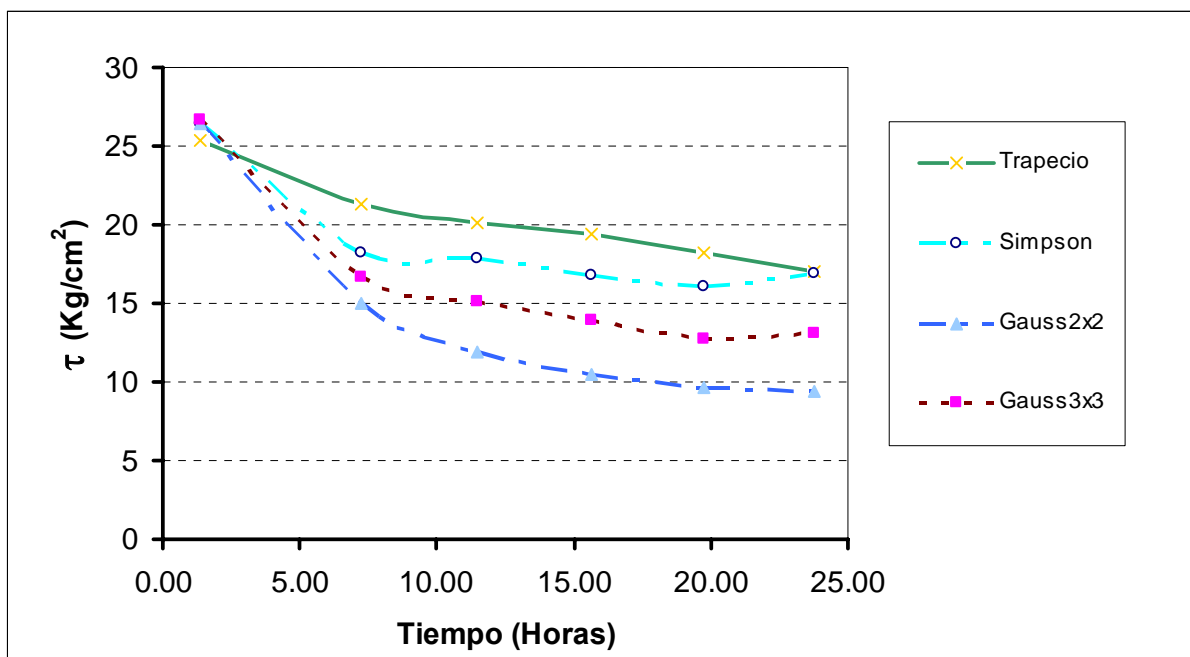


Figura 15: Tensiones cortantes en función del tiempo en el nodo 10 de la junta diagonal 4

Como se aprecia en Figura 11, para esta configuración de malla que combina juntas diagonales con juntas horizontales, la rama de creep terciario se activa antes para la regla de Gauss 2x2, mientras que las curvas correspondientes a las reglas de Simpson y del trapecio son prácticamente coincidentes y presentan las ramas menos activas para los parámetros materiales y condiciones de borde consideradas. La curva de creep correspondiente a la regla de Gauss 3x3 se sitúa entre las anteriores. En las graficas de Figuras 12 a 15 se ilustra la evolución de las tensiones normales y cortantes a lo largo de la rama de creep para las juntas horizontal y diagonal indicadas. Los resultados del posproceso se presentan en las Figuras 16 a 19.

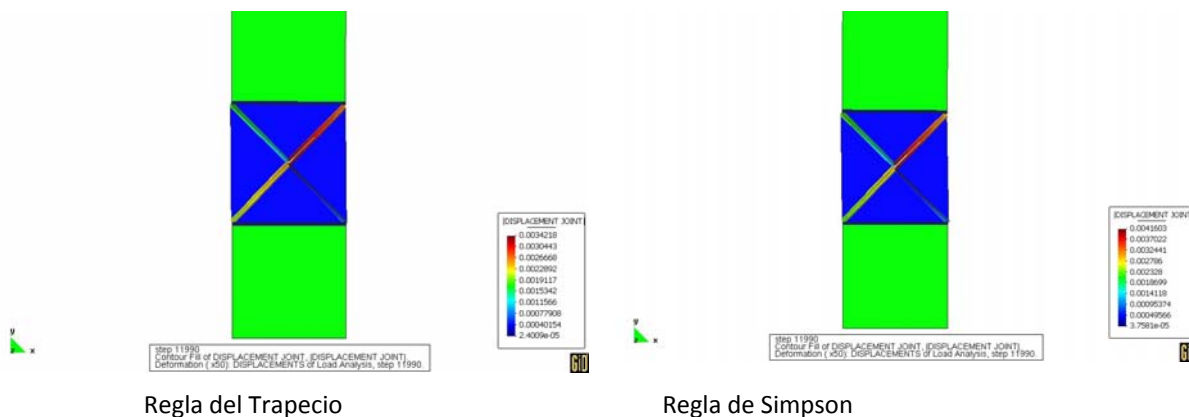
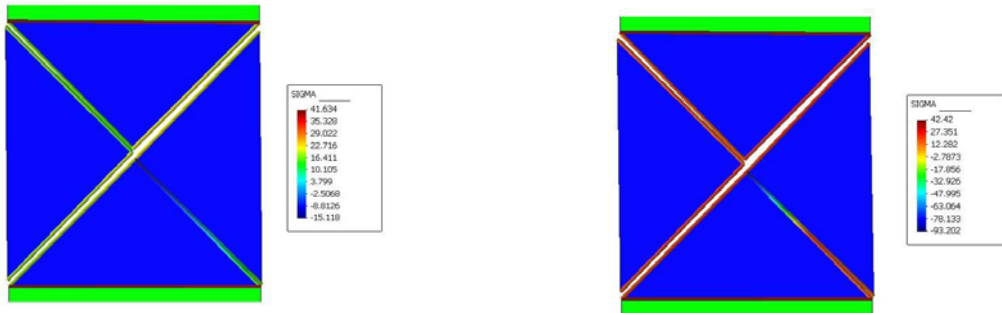


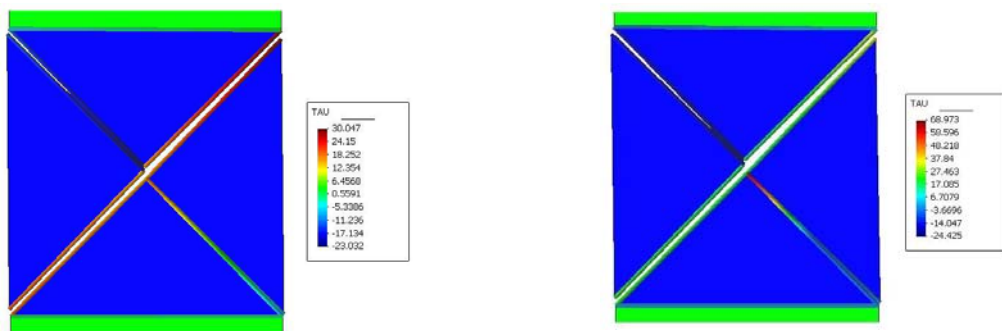
Figura 16: Mapeo de desplazamientos – Unidades: cm.



Regla del Trapecio

Regla de Simpson

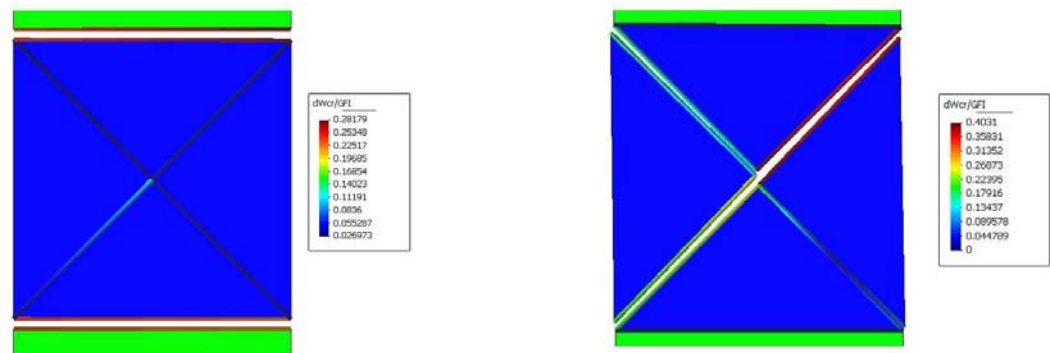
Figura 17: Distribución de tensiones normales – Unidades: Kg/cm²



Regla del Trapecio

Regla de Simpson

Figura 18: Distribución de tensiones cortantes – Unidades: Kg/cm²



Regla del Trapecio

Regla de Simpson

Figura 19: Mapeo de Energía Disipada en las juntas

Del análisis de los resultados de Figuras 12 a 15 y 16 a 19, se deduce que la presencia de las juntas diagonales induce una mayor oscilación de las tensiones en relación al caso de juntas horizontales, lo que influye en la evaluación de la energía disipada en las juntas y en el mecanismo de falla mismo. En la evolución de las tensiones normales y cortantes en la junta horizontal, la regla del trapecio es la que menos oscilación presenta a lo largo del proceso de rotura diferida, mientras que una tendencia similar se observa para la junta diagonal en cuanto a las tensiones cortantes solamente.

4. CONCLUSIONES

El uso de diferentes reglas de integración numérica, conjuntamente con el empleo de elementos finitos de junta o interfase en distintas configuraciones mesomecánicas durante el análisis de problemas de creep básico indican que los resultados son fuertemente dependientes del tipo de regla de integración empleada, produciéndose oscilaciones importantes en los valores de las tensiones normales y de corte a lo largo de la evolución del ensayo numérico. Esto se traduce directamente en la curva de creep global, dado que dicho comportamiento tiempo-dependiente se debe exclusivamente a la respuesta del modelo de junta viscoso a través de la evolución temporal de la superficie de fluencia hiperbólica que lo define. En el caso de configuraciones mesomecánicas que incluyen juntas situadas en distintos planos, tal como es el caso de las mallas mesomecánicas complejas utilizadas para la modelización numérica de ensayos experimentales de tracción o compresión simple (López 1999, Lorefice 2007), esto implica que el proceso de deformación diferida se activa bajo la ocurrencia de estados tensionales combinados de tracción y corte, los cuales inciden en el proceso de disipación de energía del problema. Los resultados obtenidos en este trabajo indican que es necesario indagar aun mas en la estructura de la matriz de rigidez de este tipo de elementos cuando los mismos se emplean conjuntamente con formulaciones constitutivas tiempo/tasa dependientes a nivel Mesomecánico de observación a fin de determinar la regla de integración optima para cada tipo de problema.

5. REFERENCIAS

- Barenblatt, G. I. "The mathematical theory of equilibrium of cracks in brittle fracture". *Advances in Applied Mechanics*, 7, 55-129, 1962.
- Carol, I., Prat, P. and Lopez, C.M., "A Normal/Shear Cracking Model. Interface Implementation for Discrete Analysis". *Journal of Engineering Mechanics, ASCE*, 123(8), pp. 765-773, (1997).
- Day, R.A., Potts, D.M., "Zero thickness interface elements – Numerical Stability and Application". *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 18. 689, 708 - 3341, 1994.
- Dugdale, D. S., "Yielding of steel sheets containing slits". *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 8, 100-104, 1960.
- Etse, G., Lorefice, R., Carosio, A. and Carol, I., "Rate Dependent Interface Model Formulation for Quasi-Brittle Materials". *Proc. International Conference on Fracture Mechanics of Concrete Structures - FRAMCOS 5*. Boulder, Colorado, USA, pp. 301-305, (2004).
- Etse, G., Lorefice, R., López, C.M. and Carol, I., "Meso and Macromechanic Approaches for Rate Dependent Analysis of Concrete Behavior". International Workshop in Fracture Mechanics of Concrete Structures. Vail, Colorado, USA, (2004).
- Etse, G., Carosio, A. and Willam, K., "Limit State and Localization of Perzyna Viscoplastic Material". *Int. Journal on Cohesive and Frictional Materials*, (23), 1, pp. 32-42, (1997).
- Etse, G., Willam, K., "Failure Analysis of Elastoviscoplastic Material Models". *Journal of Engrg. Mechanics*, (125), 1, pp. 60-69, (1999).
- Gens, A., Carol, I., Alonso, E.E., "Rock joints: FEM implementation and applications". *Mechanics of Geomaterials and Interfaces*. A.P.S. Selvadurai and M.J. Boulon Editors. Elsevier Science B.V., 1995.
- López Garello, C.M., "Análisis Microestructural de la Fractura del Hormigón Utilizando Elementos Tipo Junta. Aplicación a diferentes Hormigones". *Tesis doctoral, Universitat Politècnica de Catalunya*, Barcelona, Spain, (1999).
- Lorefice, R., Etse, G., C.M. Lopez and I. Carol, "Mesomechanic Analysis of Time Dependent Concrete Behavior". *EURO-C 2006, Computational Modeling of Concrete Structures*. Mayrhofen, Austria, (2006).
- Lorefice, R., "Modelación de la Respuesta Dinámica del Hormigón Mediante los Criterios Meso y Macromecánicos". *Tesis Doctoral*, CEMNCI - Univ. Nac. De Tucuman, Agosto de 2007.
- Lorefice, R., Etse, G., and Carol, I., "Viscoplastic Approach for Rate-Dependent Failure Analysis of Concrete Joints and Interfaces". *International Journal of Solids and Structures* 45 (2008) 2686–2705.
- Perzyna, P., "The Constitutive Equations for Rate Sensitive Materials". *Quarter of Applied Mathematics*, Vol. 20, pp. 321-332, (1963).
- Perzyna, P., "Fundamental Problems in Viscoplasticity". *Advances in Applied Mechanics*, 9, pp. 244-368, (1966).
- Rice, J. R., "Mathematical analysis in the mechanics of fracture". *Academic Press*, San Diego, California, 1968.