

MATERIALES COHESIVO FRICCIONALES BAJO CONFINAMIENTO ELEVADO

Gabriel F. Aráoz y Bibiana M. Luccioni

*Instituto de Estructuras, Universidad Nacional de Tucumán and Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas (CONICET), Av. Roca 1800, 4000, San Miguel de Tucumán, Argentina
garaoz@herrera.unt.edu.ar, bluccioni@herrera.unt.edu.ar, <http://www.herrera.unt.edu.ar/ies>*

Palabras clave: Compactación, Cargas explosivas, Fluencia

Resumen. Existe en la bibliografía una gran cantidad de trabajos desarrollados por distintos investigadores relacionados con la descripción del comportamiento de materiales de tipo cohesivo friccional como hormigón, cerámicos, etc., frente a cargas explosivas. Estos trabajos involucran tanto ensayos experimentales como diversos modelos constitutivos, formulados con el propósito de reproducir numéricamente el comportamiento observado experimentalmente. Sin embargo, los modelos constitutivos no han alcanzado aún el nivel de sofisticación adecuado. La mayoría de los enfoques modela sólo la dependencia de la velocidad de deformación o están inspirados en relaciones constitutivas para aleaciones y cerámicos ya existentes, donde se supone una separación entre las partes hidrostática y desviadora de las relaciones tensión-deformación. Ninguno de estos modelos simula adecuadamente el efecto “brisanca” en materiales de tipo cohesivo-friccional.

Por otro lado, en los últimos años han aparecido programas para la resolución de problemas ingenieriles complejos con no linealidades fuertes tales como impacto y explosiones con posibilidades de análisis de interacción fluido-estructura totalmente acoplado, como así también la simulación de sólidos, fluidos y gases usando poderosas técnicas numéricas. Sin embargo, el procedimiento denominado “erosión” normalmente usado en estos programas para remover celdas muy deformadas, una vez superado un cierto criterio, no representa una modelación de un fenómeno físico, sino un remedio numérico para solucionar la gran distorsión que pueden causar grandes deformaciones de la malla.

En este trabajo se realiza un análisis de la capacidad de los distintos modelos disponibles en la bibliografía para reproducir el comportamiento de sólidos cohesivo friccional bajo cargas explosivas. En particular, se estudia la respuesta del material cuando está sometido a compresión triaxial con altas presiones de confinamiento. A tal efecto, se presenta la extensión y modificación de un modelo de plasticidad y daño acoplados que permite un ajuste adecuado para el rango de presiones mencionado. Los resultados numéricos obtenidos utilizando este modelo se comparan con resultados experimentales existentes.

1 INTRODUCCIÓN

El comportamiento de materiales cohesivo-friccionales tales como el hormigón, suelos, roca, yeso, hielo, cerámicos, etc., ha sido estudiado por numerosos investigadores, y sus diversas aplicaciones, se han visto incrementadas en el presente gracias a las posibilidades del análisis numérico. A tal efecto, y con el fin de representar adecuadamente dicho comportamiento, es necesario conocer en profundidad las características de la respuesta de estos materiales bajo distintos tipos de carga. En particular, las cargas explosivas o de impacto merecen especial atención por sus cualidades dinámicas ya que sus consecuencias sobre las propiedades del material difieren ampliamente de las ocasionadas por solicitaciones estáticas. En general, puede decirse que estos materiales muestran un comportamiento frágil en tracción y dúctil en compresión.

Desde el punto de vista estructural, las cargas explosivas pueden generar en los materiales diferentes estados de tensión y, en consecuencia, distintos modos de falla según la zona del elemento estructural analizada. En el caso particular de una placa o muro de hormigón sometido a cargas explosivas, puede observarse que en la superficie próxima a la explosión, el hormigón sufre compresión triaxial y la falla puede deberse a una compresión excesiva. Esta falla resulta por lo general en la formación de un cráter (Xu y Lu, 2006).

La definición del límite de comportamiento elástico o el umbral de daño de materiales quasi-frágiles y friccionales es compleja debido a la combinación de varios efectos, incluyendo la dependencia del primer y tercer invariante del tensor de tensiones, es decir, sensibilidad a la presión y dependencia del ángulo de Lode para la aparición de deformaciones permanentes. Aunque este tipo de materiales no presenta normalmente lo que se conoce estrictamente como fluencia, se suele utilizar la teoría de la plasticidad como marco matemático para describir el proceso de desarrollo de deformaciones permanentes. Para la formulación del criterio de fluencia, las investigaciones se orientan generalmente en dos direcciones: una basada en consideraciones micromecánicas, y la otra, de tipo empírica, determinada a partir de la interpolación de resultados experimentales (Bigoni et al, 2004).

Los resultados presentados por Gabet et al (2006) confirman estudios previos llevados a cabo en morteros (Burlion et al, 2001), y muestran claramente la influencia del camino de carga en el proceso de compactación. Es por esto que los modelos constitutivos deben tener en cuenta la influencia tanto de la presión como de las tensiones desviadoras para una correcta descripción del proceso de compactación. Esta observación es importante ya que la mayoría de los hidrocódigos utilizados para simular el efecto de cargas explosivas sobre estructuras, utilizan modelos constitutivos para el hormigón que desacoplan totalmente la respuesta volumétrica de la desviadora. Las tensiones del material se consideran separadas en dos componentes, una tensión asociada con la presión hidrostática uniforme más una tensión asociada con la resistencia del material a la distorsión por corte. La primera componente está definida por una ecuación de estado que relaciona las presiones hidrostáticas con el volumen específico y la energía específica. En general esta ecuación puede tomar distintas formas, analíticas o en tablas. La segunda componente está definida a través de un modelo de resistencia, que tiene en cuenta un criterio de fluencia dado y el flujo plástico correspondiente sobre el plano de tensiones desviadoras (AUTODYN, 2007).

Desde un punto de vista microestructural, la sensibilidad del modelo en relación a la tensión desviadora es de esperar debido a que la porosidad del material colapsa en direcciones diferentes dependiendo de la tensión desviadora. El comportamiento del hormigón bajo altas presiones de confinamiento se asemeja al comportamiento observado en otros geomateriales; la tensión desviadora máxima depende de la tensión media en forma lineal, y puede ser

modelada en forma simple en el marco de la teoría de la plasticidad (Gabet et al, 2006).

Está probado experimentalmente que la resistencia última del hormigón es dependiente de la velocidad de carga/deformación : A pesar de que los mecanismos físicos responsables de este efecto no estén claramente definidos hasta el momento,, es importante que el efecto de la velocidad de deformación sea incorporado adecuadamente en los modelos constitutivos (Xu y Lu, 2006) a los efectos de reproducir el comportamiento de materiales - friccionales bajo altas velocidades de deformación como las que se generan bajo cargas explosivas o de impacto.

Este trabajo constituye la primera parte de un trabajo mayor cuyo objetivo final es la modelación del comportamiento de materiales cohesivo-friccionales bajo cargas explosivas. En esta primera etapa se estudia el comportamiento del material cuando está sometido a compresión triaxial cuasi-estática con altas presiones de confinamiento.

En el trabajo se analizan las ventajas e inconvenientes de los distintos modelos existentes y se presenta una extensión del modelo de Luccioni-Rougier (2005) para un rango de altas presiones de confinamiento. El modelo se basa en la mecánica de los medios continuos, la cual permite presentar una formulación consistente sobre el comportamiento físico de los sólidos en general, y en particular de aquellos cuya resistencia combina la cohesión y la fricción entre partículas granulares. Basado en la teoría de plasticidad y daño acoplados, el modelo reproduce con gran precisión el comportamiento del material confinado, teniendo en cuenta además el efecto de dilatación. Se propone la incorporación de una función tipo *Cap*, a fin de lograr el ajuste de la superficie correspondiente al umbral de fluencia, llegando en el instante de rotura a la superficie dada por el modelo en su versión original. Finalmente, las superficies obtenidas se verifican con resultados experimentales presentes en la bibliografía..

2 MODELOS EXISTENTES

En este capítulo se describen algunos de los modelos desarrollados en los últimos años que permiten estudiar el comportamiento de materiales cohesivo-friccionales sometidos a estados de compresión triaxial.

El modelo de plasticidad acoplada con daño desarrollado por Burlion et al (2000) presenta las siguientes características: Dos mecanismos de degradación del módulo elástico, el primero debido a la microfisuración y el segundo ocasionado por el colapso de vacíos. Utiliza la función de Gurson modificada a fin de considerar la disminución de la porosidad debido a las deformaciones plásticas en el hormigón. Permite describir el efecto de la compactación del material, sin embargo, para estados de compresión uniaxial el ajuste se aleja de las observaciones experimentales.

El modelo RHT (AUTODYN, 2007) desarrollado por Riedel, Hiermaier y Thoma es un modelo general para materiales frágiles e incluye las siguientes características: Endurecimiento en presión, deformación y velocidad de deformación, dependencia del tercer invariante del tensor de tensiones y daño. El modelo se divide en cinco componentes básicos: Superficie de falla, superficie de límite elástico, endurecimiento, superficie de resistencia residual y modelo de daño. La superficie de falla tiene en cuenta la presión, el ángulo de Lode y la velocidad de deformación. La superficie correspondiente al límite elástico está escalada a partir de la anterior, y afectada por un coeficiente que permite cerrar la curva correspondiente al meridiano de compresión sobre el eje hidrostático.

Otros modelos similares desarrollados con el objeto de describir el comportamiento del hormigón confinado se encuentran descriptos en el trabajo de Luccioni et al (2005).

3 MODELO PROPUESTO

3.1 Introducción

En este capítulo se presenta el modelo modificado y adaptado por [Luccioni-Rougier \(2005\)](#), que permite simular el comportamiento del hormigón sometido a altos niveles de confinamiento.

Cuando el hormigón es sometido a estados de compresión triaxial afectados por diferentes tipos de confinamiento experimenta un incremento en resistencia y capacidad de deformación. La simulación de este comportamiento es compleja y, si bien en los años recientes se ha incrementado su estudio, la información existente es limitada y la mayor parte de las investigaciones realizadas están basadas en trabajos experimentales. La mayoría de los modelos elastoplásticos utilizados actualmente para hormigón no son capaces de simular correctamente este comportamiento, puesto que tienden a sobrestimar la resistencia última.

En este punto se muestra la adaptación de un modelo de plasticidad y daño acoplados ya existente ([Luccioni y Rougier, 2005](#)). Se presenta, en primer lugar, el modelo de daño y plasticidad acoplado, que representa a su vez una extensión de modelos anteriores ([Luccioni et al 1996; Oller et al 1998](#))

3.2 Modelo de daño acoplado con plasticidad modificado ([Luccioni y Rougier, 2005](#))

Este modelo resuelve simultáneamente el problema plástico, caracterizado por las deformaciones permanentes, con el de daño, caracterizado por la degradación de rigidez. Las condiciones de consistencia plástica y de daño se satisfacen simultáneamente en cada etapa de carga. De esta forma, utilizando variables de daño relacionadas con la disipación de energía en cada uno de los procesos, se logra una correcta disipación de energía del proceso global.

Es un modelo termodinámicamente consistente y deriva de una generalización de la teoría clásica de la plasticidad ([Oller, 1988; Lubliner, 1989](#)) y de la teoría de daño isótropo de Kachanov. Como marco matemático se usa la teoría de la plasticidad. El modelo está basado en la hipótesis de elasticidad desacoplada según la cual la densidad de energía libre total Ψ se puede suponer formada por dos partes independientes: una parte elástica Ψ^e y una parte plástica Ψ^p , correspondientes a los procesos elástico y plástico respectivamente.

La adopción de una función de fluencia de segundo grado en las componentes del tensor de tensiones, obtenida a partir de una modificación del criterio de fluencia de Lubliner-Oller ([Oller et al, 1988](#)), permite alcanzar valores de resistencia última muy próximos a los resultados obtenidos experimentalmente.

3.3 Proceso Plástico

El proceso plástico se describe a partir de una generalización de la teoría de la plasticidad clásica que permite tener en cuenta algunos aspectos del comportamiento de geomateriales.

El límite del comportamiento elástico se establece mediante una función de fluencia que marca el comienzo de las deformaciones permanentes:

$$F^p(\sigma_{ij}; \kappa^p) = f^p(\sigma_{ij}) - K^p(\sigma_{ij}; \kappa^p) \leq 0 \quad (1)$$

donde $f^p(\sigma_{ij})$ es la tensión equivalente definida en el espacio de tensiones, $K^p(\sigma_{ij}; \kappa^p)$ es el umbral de fluencia que evoluciona con el proceso plástico y κ^p es la variable de daño

plástico o variable de endurecimiento isótropo.

Se definen las siguientes reglas de evolución para las deformaciones plásticas y la variable de daño plástico:

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^p = \dot{\lambda} \frac{\partial G(\sigma_{mn}; \kappa^p)}{\partial \sigma_{ij}} \quad (2)$$

donde $\dot{\lambda}$ es el factor de consistencia plástica, G la función de potencial plástico.

La variable de endurecimiento plástico κ^p se obtiene normalizando la energía disipada en el proceso plástico a la unidad. Varía entre 0 para el material virgen y 1 cuando se ha disipado plásticamente la totalidad de la energía que el material es capaz de disipar de esta forma. Se propone para la misma la siguiente regla de evolución que tiene en cuenta el comportamiento diferenciado en tracción y compresión y permite simular adecuadamente la disipación de energía en compresión triaxial del hormigón:

$$\dot{\kappa}^p = \left[\frac{r}{g_f^{*p}} + \frac{(1-r)}{g_c^{*p}} \right] \sigma_{ij} \dot{\varepsilon}_{ij}^p \quad (3)$$

donde:

$$r = \frac{\sum_{i=1}^3 \langle \sigma_i \rangle}{\sum_{i=1}^3 |\sigma_i|} \quad \langle \sigma_i \rangle = \frac{1}{2} [\sigma_i + |\sigma_i|] \quad (4)$$

σ_i son las tensiones principales

$$g_f^{*p} = \left(\frac{\sum_{i=1}^3 |\sigma_i| R^{op}}{f^p(\sigma_{ij})} \right)^{1+H(-r)} \quad g_f^p \quad g_c^{*p} = \left(\frac{\sum_{i=1}^3 |\sigma_i|}{f^p(\sigma_{ij})} \right) g_c^p \quad (5)$$

$$H(-r) = \begin{cases} 0 & r > 0 \\ 1 & r \leq 0 \end{cases}$$

R^{op} es la relación entre los umbrales de fluencia en compresión uniaxial y en tracción uniaxial, g_f^p y g_c^p son las máximas densidades de energía disipadas por el proceso plástico en tracción uniaxial y compresión uniaxial respectivamente.

En el caso de un proceso termodinámico sin daño, estas energías pueden ser evaluadas como:

$$g_f^p = \frac{G_f}{l_c} \quad \text{y} \quad g_c^p = \frac{G_c}{l_c} \quad (6)$$

Donde G_f y G_c son las energías de fractura y aplastamiento respectivamente y l_c es un parámetro externo que depende del tamaño característico de la malla de elementos finitos y se introduce para obtener objetividad de la respuesta del sólido respecto del tamaño de la malla.

Se propone la siguiente regla de evolución para el umbral de fluencia equivalente:

$$K^p(\sigma_{ij}, \kappa^p) = r R^{op} \sigma_t(\kappa^p) + (1-r) \sigma_c(\kappa^p) \quad (7)$$

Donde $\sigma_t(\kappa^p)$ and $\sigma_c(\kappa^p)$ representan la evolución de los umbrales de fluencia en ensayos de tracción y compresión uniaxial respectivamente.

Las condiciones de carga/descarga se derivan de las relaciones de Kuhn-Tucker formuladas para problemas con restricciones unilaterales:

$$\dot{\lambda} \geq 0 \quad F^p \leq 0 \quad \dot{\lambda} F^p = 0 \quad (8)$$

3.4 Proceso de daño

El umbral de daño se describe a través de una función de daño de la siguiente forma (Luccioni et al, 1996); Luccioni, 1993):

$$F^d = f^d(\sigma_{ij}) - K^d(\sigma_{ij}; \kappa^d) \leq 0 \quad (9)$$

donde $f^d(\sigma_{ij})$ es la tensión equivalente definida en el espacio de tensiones $K^d(\sigma_{ij}, \kappa^d)$ es el umbral de daño equivalente y κ^d es la variable de endurecimiento de daño.

La tensión equivalente $f^d(\sigma_{ij})$ puede ser evaluada utilizando funciones conocidas de la teoría de la plasticidad (Tresca, Von-Mises, Mohr-Coulomb o Drucker-Prager) o cualquier otra función especialmente desarrollada para daño. Lo mismo que en el caso de la función de fluencia, para el caso del hormigón se deben utilizar funciones que tengan en cuenta la diferencia de comportamiento en tracción y compresión.

La variable de endurecimiento en daño varía entre 0, para el material virgen, a 1, para el material completamente dañado. Se obtiene normalizando la energía disipada por daño a la unidad.

$$\dot{\kappa}^d = \left[\frac{r}{g_f^{*d}} + \frac{(1-r)}{g_c^{*d}} \right] \Psi^o \dot{d} \quad (10)$$

$$g_f^{*d} = \left(\frac{\sum_{i=1}^3 |\sigma_i| R^{od}}{f^d} \right)^{1+H(-r)} g_f^d \quad g_c^{*d} = \left(\frac{\sum_{i=1}^3 |\sigma_i|}{f^d} \right) g_c^d \quad (11)$$

R^{od} es la relación entre los umbrales de daño en compresión uniaxial y tracción uniaxial, g_f^d y g_c^d son las máximas densidades de energía disipadas por daño en tracción uniaxial y compresión uniaxial respectivamente.

Se propone la siguiente ecuación para el umbral de daño equivalente:

$$K^d(\sigma_{ij}, \kappa^d) = r \sigma_t(\kappa^d) + (1-r) \sigma_c(\kappa^d) \quad (12)$$

donde $\sigma_t(\kappa^d)$ y $\sigma_c(\kappa^d)$ representan la evolución de los umbrales de daño en ensayos de compresión y tracción uniaxial respectivamente.

Las condiciones de carga / descarga se derivan de las relaciones de Khun-Tucker y resultan

análogas a las correspondientes al proceso plástico:

$$\dot{d} \geq 0 \quad F^d \leq 0 \quad \dot{d}F^d = 0 \quad (13)$$

3.5 Condiciones de consistencia

La evolución de las deformaciones plásticas y del daño se obtiene de la solución simultánea de las siguientes ecuaciones denominadas condiciones de consistencia del problema:

$$\begin{cases} \dot{F}^p = 0 \\ \dot{F}^d = 0 \end{cases} \quad (14)$$

Las ecuaciones (14) son dos ecuaciones lineales en $\dot{\lambda}$ y \dot{d} que pueden ser fácilmente resueltas.

3.6 Función de fluencia

El criterio de fluencia propuesto con el objeto de reproducir el comportamiento del hormigón bajo compresión triaxial es una modificación del criterio de fluencia de Lubliner-Oller (Oller et al., 1998) con meridianos rectos. Este último utiliza funciones de fluencia homogéneas de primer grado en las componentes del tensor de tensiones, por lo cual no puede simular el comportamiento de los sólidos friccionales a elevadas presiones hidrostáticas, donde se exige que los meridianos se curven hasta hacerse prácticamente paralelos al eje de presión hidrostática. Esto puede observarse en la Figura 1 donde se representan los resultados experimentales correspondientes a la rotura de distintos tipos de hormigón, sometidos a compresión con confinamiento (Sfer, 2000; Lu, 2006; Oh, 2007; Untiveros, 2002; Johansson, 2002). f'_c representa la resistencia a compresión uniaxial. Los puntos en el espacio

$\left(\frac{I_1}{f'_c}, \frac{\sqrt{J_2}}{f'_c} \right)$, definen aproximadamente una curva que tiende a cerrarse sobre el eje hidrostático a medida que se disminuye el valor de I_1 . Con el fin de lograr una descripción adecuada de este comportamiento, se propone la siguiente expresión para la función de fluencia, en la que se introduce un término de segundo grado en el primer invariante del tensor de tensiones:

$$F^p = \sqrt{3J_2} + \alpha I_1 + \beta \langle \sigma_{\max} \rangle - \gamma \langle -\sigma_{\max} \rangle + \frac{\delta}{\sigma_c(\kappa^p)} (1-\alpha) I_1^2 - \sigma_c(\kappa^p) (1-\alpha)(1+\delta) = 0 \quad (15)$$

donde α , β , γ y δ son constantes que determinan la forma de la función de fluencia. I_1 es el primer invariante del tensor de tensiones, J_2 es el segundo invariante del tensor desviador de tensiones, σ_{\max} es la tensión principal mayor: $\sigma_3 \leq \sigma_2 \leq \sigma_1 = \sigma_{\max}$, cuya expresión es la siguiente:

$$\sigma_{\max} = 2 \frac{\sqrt{J_2}}{\sqrt{3}} \operatorname{sen} \left(\theta + \frac{2\pi}{3} \right) + \frac{I_1}{3} \quad (16)$$

donde θ es el ángulo de similaridad o ángulo de Lode.

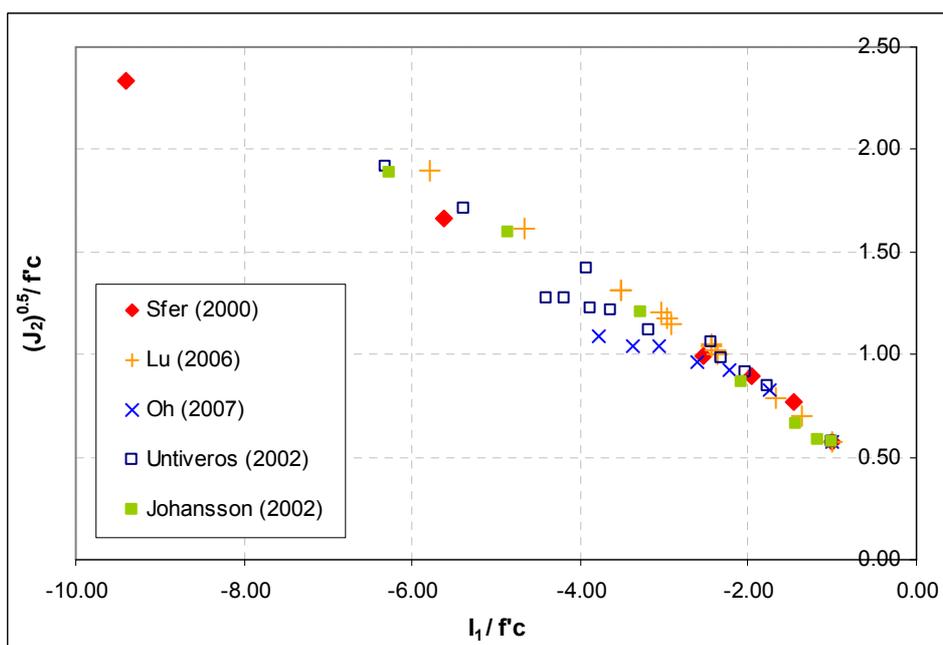


Figura 1: Resultados experimentales para distintos hormigones sometidos a compresión triaxial

3.7 Determinación de Parámetros

El modelo de partida incluye varios parámetros debido a que está concebido como un modelo general que puede ser calibrado para distintos tipos de materiales, determinando apropiadamente los valores de dichos parámetros. Pueden encontrarse algunas guías sobre la obtención de estos parámetros, para el caso del hormigón, en el trabajo de [Luccioni y Rougier \(2005\)](#).

En la definición de la función de fluencia aparecen 5 parámetros: $\sigma_c(\kappa^p)$, α , β , γ y δ , siendo necesario, para la determinación de los mismos, conocer:

- La resistencia a compresión uniaxial del hormigón f'_c .
- La relación R_{bc} entre la resistencia a compresión equibiaxial f_{bc} y la resistencia a compresión uniaxial f'_c .

$$R_{bc} = f_{bc} / f'_c \quad (17)$$

- La relación R^0 entre la resistencia a compresión uniaxial f'_c y la resistencia a tracción uniaxial f'_t .

$$R^0 = f'_c / f'_t \quad (18)$$

- El punto (I_1, J_2) máximo a partir de ensayos de compresión con confinamiento, por donde debe pasar el meridiano de compresión máxima.

El parámetro α es el encargado de ajustar la función de discontinuidad inicial en la zona de compresión, con el fin de obtener la relación deseada entre la resistencia a compresión uniaxial f'_c y la resistencia equibiaxial f_{cb} (ver [Figura 2](#)).

Sustituyendo en la ecuación (15) un estado de compresión plano y simétrico dado por

$\sigma_1 = 0 = \sigma_{\max}$, $\sigma_2 = \sigma_3 = \sigma_{cb}$ y operando algebraicamente, se obtiene:

$$\alpha = \frac{R_{bc} + 4\delta.R_{bc}^2 - (1 + \delta)}{2R_{bc} + 4\delta.R_{bc}^2 - (1 + \delta)} \quad (19)$$

donde R_{cb} representa la relación entre las resistencias de compresión equibiaxial y uniaxial para el límite de discontinuidad inicial donde la variable de daño plástico $\kappa^p = 0$. Según estudios experimentales, dicha relación oscila entre 1.10 y 1.16.

El parámetro β permite tener en cuenta la relación entre los umbrales de discontinuidad en tracción y compresión. Conocido α , y sustituyendo para un estado de tracción simple $\sigma_1 = f_t$, $\sigma_2 = \sigma_3 = 0$ en la ecuación (15), se tiene (ver Figura 2):

$$(f_t + \alpha f_t + \beta f_t + K(1 - \alpha)f_t^2) = \sigma_c(\kappa^p).(1 - \alpha)(1 + \delta) \quad (20)$$

resulta finalmente la expresión del parámetro β :

$$\beta = R^0(1 - \alpha)(1 + \delta) - \frac{\delta}{R^0}(1 - \alpha) - (1 + \alpha) \quad (21)$$

Donde R^0 representa la relación entre la resistencia uniaxial a compresión y tracción cuando se alcanza el primer límite de discontinuidad, es decir cuando $\kappa^p = 0$.

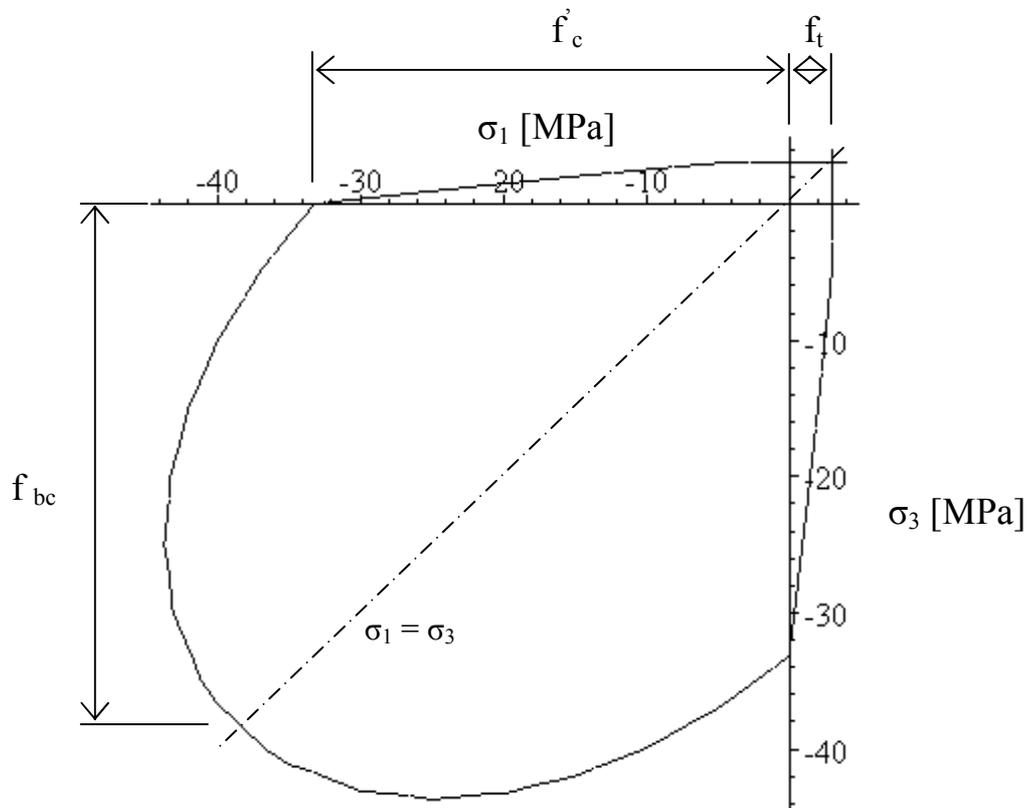


Figura 2: Función de fluencia. Plano $\sigma_2 = 0$, obtenido para hormigón tipo H30 según ensayos de Sfer (2000)

El parámetro γ es función de la relación de radios octaédricos máximos a tracción y compresión r_{oct}^{max} y aparece solamente para estados de compresión triaxial, es decir cuando $\sigma_3 \leq \sigma_2 \leq \sigma_1 = \sigma^{max} \leq 0$.

Designando con *M.T.* y *M.C.* los meridianos a tracción y compresión, de la superficie de fluencia plástica, respectivamente, y expresando la tensión máxima, como:

$$\theta = \frac{-\pi}{6} \Rightarrow \sigma_{max} = \frac{1}{3} (I_1 + 2\sqrt{3J_2}) \text{ Para M.T.} \quad (22)$$

$$\theta = \frac{\pi}{6} \Rightarrow \sigma_{max} = \frac{1}{3} (I_1 + \sqrt{3J_2}) \text{ Para M.C.} \quad (23)$$

Sustituyendo éstas expresiones en la ecuación (15), con $\sigma_{max} < 0$, resultan las siguientes ecuaciones que describen meridianos curvos de tracción y compresión:

$$(2\gamma + 3)\sqrt{3J_2} + (\gamma + 3\alpha)I_1 + 3\frac{\delta}{\sigma_{co}}(1 - \alpha)I_1^2 = 3\sigma_o(\kappa^p).(1 - \alpha)(1 + \delta) \quad (\text{M.T.}) \quad (24)$$

$$(\gamma + 3)\sqrt{3J_2} + (\gamma + 3\alpha)I_1 + 3\frac{\delta}{\sigma_{co}}(1 - \alpha)I_1^2 = 3\sigma_o(\kappa^p).(1 - \alpha)(1 + \delta) \quad (\text{M.C.}) \quad (25)$$

Considerando la relación de radios octaédricos máximos a tracción y compresión r_{oct}^{max} , en el plano octaédrico $I_1 = 0$, de las ecuaciones (24) y (25) se obtiene:

$$r_{oct}^{max} = \frac{\rho_T}{\rho_C} = \frac{(\sqrt{2J_2})_T}{(\sqrt{2J_2})_C} = \frac{(\sqrt{J_2})_T}{(\sqrt{J_2})_C} = \frac{3\sigma_c(\kappa^p)(1 - \alpha)(1 + \delta)}{(2\gamma + 3)\sqrt{3}} = \frac{(\gamma + 3)}{(2\gamma + 3)} \quad (26)$$

y finalmente:

$$\gamma = \frac{3(1 - r_{oct}^{max})}{2r_{oct}^{max} - 1} \quad (27)$$

Los ensayos experimentales muestran que r_{oct}^{max} tiende a una constante que oscila alrededor de 0.65, de donde se obtendría un valor de $\gamma = 3.5$.

El criterio que se propone, mantiene la relación máxima entre radios octaédricos constante durante todo el proceso inelástico, y comprendida entre $0.5 \leq r_{oct}^{max} \leq 1.0$ según sean las constantes de ajuste que se utilizan.

La **Figura 3** muestra la forma del límite elástico propuesto en los planos octaédricos correspondientes a distintas tensiones octaédricas. El mismo está representado por una curva convexa con tres esquinas correspondientes a los tres planos meridianos de compresión.

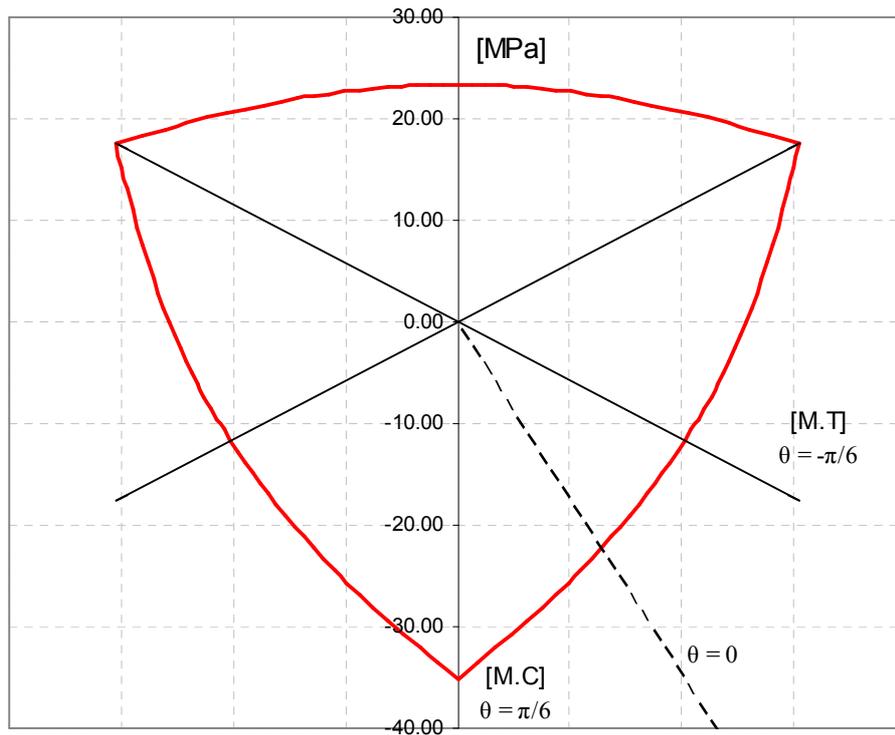


Figura 3: Función de fluencia. Plano octaédrico obtenido para hormigón tipo H30 según ensayos de Sfer (2000) $I_1 = \text{constante} = -50 \text{ MPa}$.

El parámetro δ está relacionado con la curvatura de los meridianos, y se obtiene haciendo pasar el meridiano de compresión por un punto correspondiente a resultados de compresión con confinamiento (ver Figuras 4 y 5).

Para dicho ensayo:

$$J_2 = \frac{(p_h - \sigma_{cu})^2}{3}, \quad I_1 = \sigma_{cu} + 2p_h \tag{28}$$

donde p_h y σ_{cu} representan la presión de confinamiento del ensayo y el valor de resistencia última a compresión uniaxial correspondiente a dicho confinamiento. Si se obliga al meridiano de compresión de la función de fluencia definido en ecuación (25) a pasar por el punto correspondiente y se tiene en cuenta la expresión del parámetro α dada en la ecuación (19), se puede obtener el valor de δ como sigue:

$$\delta = - \frac{(\sqrt{3J_2} + \gamma\sigma_{\max})(2R_{bc} - 1) + I_1(R_{bc} - 1) - f'_c R_{bc}}{(\sqrt{3J_2} + I_1 + \gamma\sigma_{\max})(4R_{bc}^2 - 1) + \left(\frac{I_1^2}{f'_c} - f'_c\right) \cdot R_{bc}} \tag{29}$$

donde f'_c es el valor de resistencia última o resistencia pico y el valor de σ_{\max} coincide con la presión de confinamiento. Es conveniente que el ajuste se realice para el valor de la resistencia última y no para el umbral de fluencia pues por lo general es más simple obtener información sobre la variación de la resistencia última en función de la presión de confinamiento. La definición del umbral de fluencia por lo general es más dudosa.

4 COMPARACIÓN CON RESULTADOS EXPERIMENTALES

Con el objeto de verificar la respuesta del modelo para hormigones sometidos a compresión triaxial, se comparan las predicciones del modelo propuesto con los resultados experimentales. Las Figuras 4 y 5 muestran el ajuste de los meridianos de compresión del criterio propuesto con dos conjuntos de ensayos de compresión triaxial (Sfer, 2000; Untiveros, 2002; Lu, 2006). Se puede observar que la predicción del criterio resulta satisfactoria para el rango definido en los ensayos.

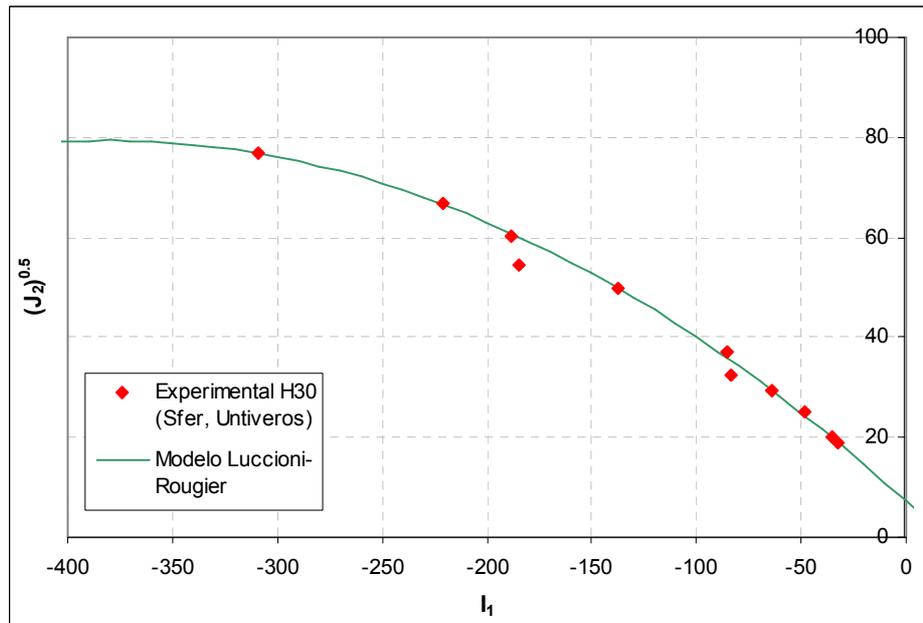


Figura 4: Comparación de la superficie de falla con resultados experimentales en H° tipo H30.

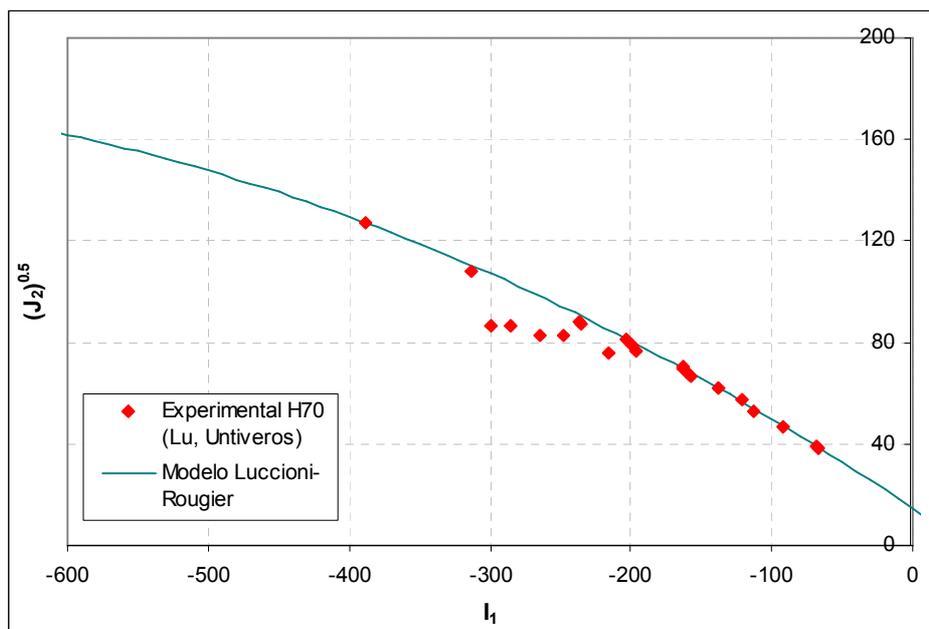


Figura 5: . Comparación de la superficie de falla con resultados experimentales en H° tipo H70.

La Figura 6 muestra la forma que toma la curva que define el umbral de fluencia inicial y la correspondiente a la superficie que define la resistencia máxima en el plano meridiano de compresión, cuando el parámetro δ se calcula para la tensión última. Se puede observar que la curva de resistencia última es menos curvada que la que define el umbral de fluencia de manera que, a medida que aumenta la presión hidrostática crece la diferencia entre la tensión de compresión que correspondiente al umbral de fluencia y la tensión de compresión última. El criterio de Lubliner Oller original (Oller et al., 1998), como así también otros criterios con meridianos rectos, conducen a una diferencia constante entre el umbral de fluencia y la resistencia a compresión, independientemente de la presión de confinamiento. Los resultados experimentales muestran que, a medida que crece la presión de confinamiento, el rango de comportamiento no lineal previo a la tensión última es mayor. Es por esto que el criterio con meridianos curvos permite obtener una representación más ajustada de los resultados experimentales.

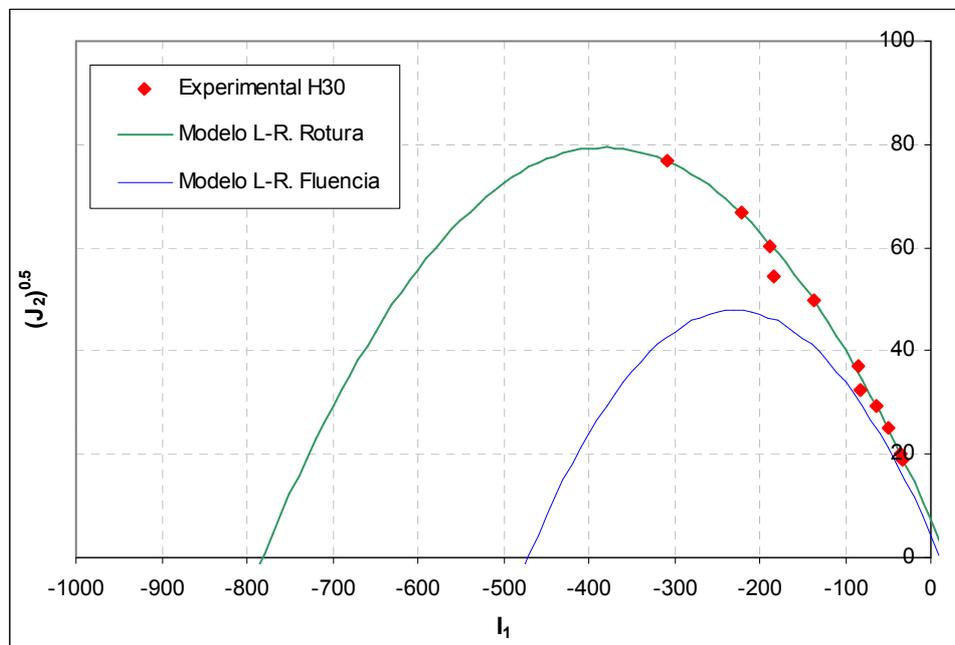


Figura 6: Superficie de falla y umbral de fluencia para hormigón tipo H30.

La Figura 6 muestra la forma que toma la curva definida para el umbral de fluencia inicial. Si bien esta forma de la superficie de fluencia ajusta adecuadamente la fluencia bajo estados de presión de confinamiento moderada o baja, no es adecuada para ensayos de compresión triaxial con alta presión de confinamiento.

En la Figura 7 pueden observarse las curvas correspondientes a rotura y umbral de fluencia obtenidas utilizando el modelo en su versión original para un hormigón de resistencia a compresión $f'_c = 50\text{MPa}$ y su comparación con los resultados experimentales de Gatuingt (2002). Los ensayos hidrostáticos o edométricos (Burlion et al, 2001, Gatuingt, 2002) muestran que se produce la plastificación para valores de presión muy por debajo (en valor absoluto) al correspondiente al punto donde la curva de fluencia, definida como se explicó anteriormente, corta al eje de presión hidrostática.

Es por ello que en este trabajo se propone usar como curva de fluencia una modificación de la curva descrita, que involucra la introducción de un factor F_{CAP} similar al que se usa en el

modelo RHT (AUTODYN, 2007) que permite calibrar el cierre de la curva sobre el eje hidrostático. Se propone entonces definir la función de fluencia como:

$$F^p = \sqrt{3J_2} + \left[\alpha I_1 + \beta \langle \sigma_{\max} \rangle - \gamma \langle -\sigma_{\max} \rangle + \frac{\delta}{\sigma_c(\kappa^p)} (1-\alpha) I_1^2 - \sigma_c(\kappa^p) (1-\alpha)(1+\delta) \right] F_{CAP}(I_1, \kappa^p) = 0 \quad (30)$$

donde $0 \leq F_{CAP}(I_1, \kappa^p) \leq 1$

La función F_{CAP} representa una elipse y se obtiene como:

$$F_{CAP} = \sqrt{1 - \left(\frac{\langle I_u(\kappa^p) - I_1 \rangle}{I_0(\kappa^p) - I_u(\kappa^p)} \right)^2} \quad (31)$$

$I_0(\kappa^p)$ e $I_u(\kappa^p)$ definen el semieje y el centro de la elipse respectivamente, y pueden ser obtenidos de ensayos de compresión hidrostática y edométrica. En el instante de rotura $F_{CAP}(I_1, \kappa^p) = 1 = \text{constante}$. La Figura 8 muestra la forma de la función F_{CAP} para el primer umbral de fluencia.

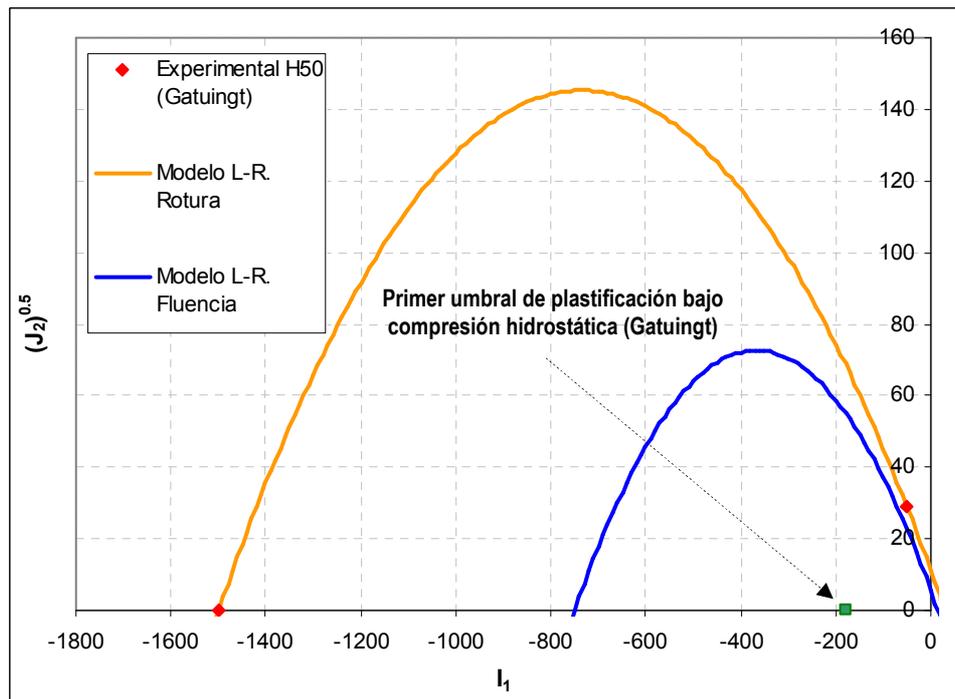


Figura 7: Superficie de falla y umbral de fluencia para hormigón tipo H50 (Gatuingt, 2002)

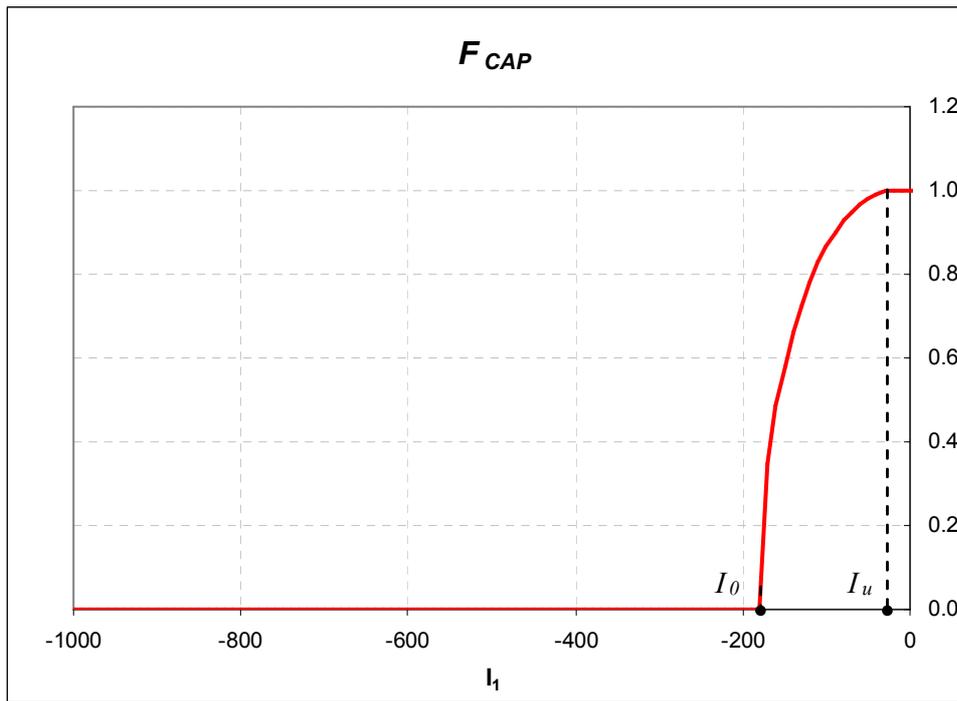


Figura 8: Forma de la función F_{CAP} para el primer umbral de fluencia.

En la figura 9 se muestran la curva de fluencia inicial calibrada con la función F_{CAP} , a partir de los resultados de Gatingt et al (2002) y su comparación con la determinada según el modelo original.

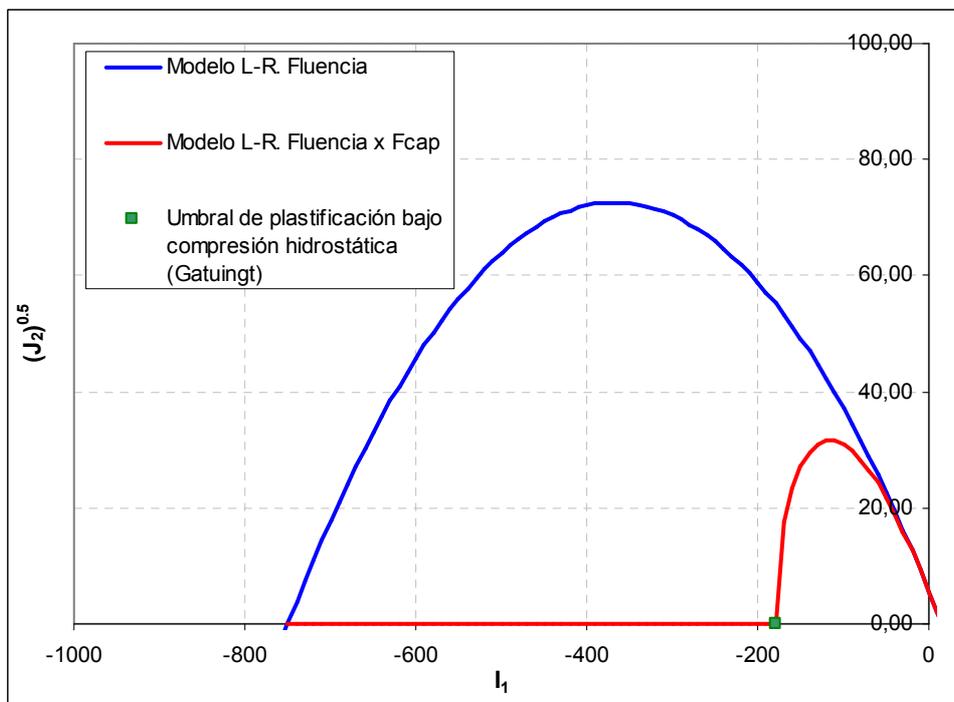


Figura 9: Curvas de fluencia según modelo original Luccioni-Rougier y su modificación con F_{CAP} .

Una extrapolación en base a estos resultados, daría las curvas de fluencia de las Figuras 10 y 11 para hormigones tipo H30 y H70 respectivamente.

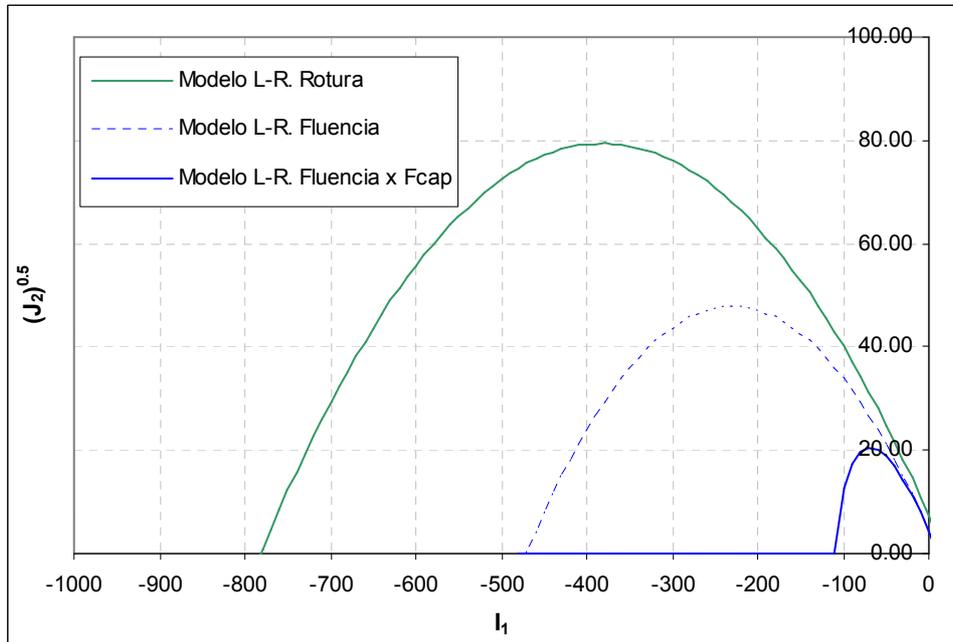


Figura 10: . Superficie de falla y umbral de fluencia para hormigón tipo H30.

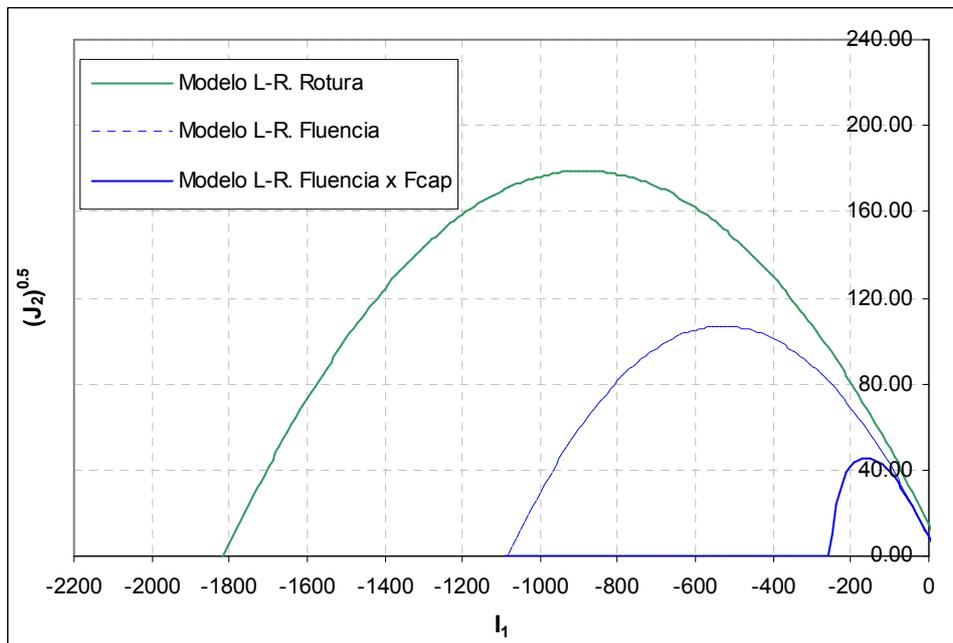


Figura 11: . Superficie de falla y umbral de fluencia para hormigón tipo H70.

5 CONCLUSIONES

De acuerdo a las observaciones realizadas en este trabajo y en coincidencia con otros similares cabe destacar la importancia de definir un criterio donde la respuesta volumétrica con la desviadora se encuentren acopladas, a fin de describir adecuadamente el comportamiento plástico del material. A tal efecto, es primordial la definición del cierre de la curva de fluencia sobre el eje hidrostático, con el objeto de representar correctamente lo observado en los ensayos de compresión hidrostática y edométricos.

El modelo propuesto en su versión original se ajusta favorablemente cuando analiza la curva límite de rotura. La curva correspondiente al umbral de fluencia es modificada con la función F_{CAP} , lo cual permite representar con mayor precisión los resultados experimentales observados.

Dado que en el presente trabajo sólo se consideraron estados de carga quasi-estáticos es necesario, a fin de describir adecuadamente la respuesta bajo cargas explosivas, realizar una extensión viscoplástica del modelo, que permita tener en cuenta distintas velocidades de carga/deformación.

AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen al Dr. Ing. Domingo Sfer por facilitar los resultados experimentales del hormigón sometido a compresión con confinamiento. Agradecen también al CONICET y al CIUNT por el apoyo económico brindado para la realización de este trabajo.

REFERENCIAS

- AUTODYN. Interactive Non-Linear Dynamic Analysis Software, Version 11.0, User's Manual. *Century Dynamics Inc.*, 2007.
- Bigoni D. and Piccolroaz A., Yield criteria for quasibrittle and frictional materials, *International Journal of Solids and Structures*, 41: 2855–2878, 2004.
- Burlion N., Gatuíngt F., Pijaudier-Cabot G. and Daudeville L., Compaction and tensile damage in concrete: constitutive modelling and application to dynamics, *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg*, 183: 291-308, 2000.
- Burlion N., Pijaudier-Cabot G., Dahan N., Experimental analysis of compaction of concrete and mortar, *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 25: 1467-1486, 2001.
- Gabet T., Malecot Y. and Daudeville L., Ultimate strength of plain concrete under extreme combined stresses: triaxial and proportional stress paths, *Laboratoire Sols, Solides, Structures*, France, 2006.
- Gatuíngt, Pijaudier-Cabot., Coupled damage and plasticity modelling in transient dynamic analysis of concrete, *Int. J. Numer. Anal. Meth. Geomech.*, 26: 1-24, 2002.
- Johansson M., Akesson M., Finite element study of Concrete-Filled Steel tubes using a new confinement-sensitive concrete compression model, *Department of Structural Engineering, Concrete Structures, Chalmers Univ. of Technology*, Sweden, 2002.
- Lu X. and Hsu C., Behavior of high strength concrete with and without steel fiber reinforcement in triaxial compression, *Cement and Concrete Research*, 36: 1679–1685, 2006.
- Lublinter L, Oliver J., Oller S. and Oñate E., A plastic damage model for concrete. *Int. J. Solids Struct*, 25(3): 299-326, 1989.
- Luccioni B., Formulación de un modelo constitutivo para materiales ortótropos. PhD Thesis, *Universidad Nacional de Tucumán*, Argentina, 1993.

- Luccioni B. and Rougier V., A plastic damage approach for confined concrete. *Computers and Structures*, 83: 2238-2256, 2005.
- Luccioni B., Oller S. and Danesi R., Coupled plastic damage model. *Comput.. Methods Appl. Mech. Eng.*, 129: 81-9. 1996.
- Oh, Dr. Bohwan; Lee, Dr. Myung-Ho and Park, Dr. Sang-Joon, Experimental study of 60 MPa Concrete under triaxial stress, *Center for Concrete Corea*, 2007.
- Oller S., Oliver J., Lubliner J. and Oñate E., Un modelo constitutivo de daño plástico para materiales friccionales. Parte I: variables fundamentales, funciones de fluencia y potencial. *Revista Internacional de Métodos Numéricos para el Cálculo y Diseño en Ingeniería*, 4: 397-428, 1988.
- Sfer D., Carol I., Gettu R. and Etse G., Study of the behaviour of concrete under triaxial compression. *J. Eng. Mech. ASCE*, 128(2): 156-63, 2000.
- Untiveros C. Estudio experimental del comportamiento del hormigón confinado sometido a compresión. *Ph.D. Thesis, Universitat Politècnica de Catalunya. Escola Tècnica Superior D'Enginyers de Camins, Canals, I Ports*, Spain, 2002.
- Xu K and Lu Y., Numerical simulation study of spallation in reinforced concrete plates subjected to blast loading. *Computers and Structures*, 84: 431-438. 2006.