

TRANSPORTE EN SUELO Y TOMA DE AGUA POR RAICES DE CULTIVOS EN CRECIMIENTO

Jorge L. Blengino Albrieu^{*†‡}, Juan C Reginato^{*}, y Domingo Tarzia^{†‡}

^{*}Departamento de Física, Universidad Nacional de Río Cuarto
Ruta 36 km 601, X5804BYA Río Cuarto, Argentina
e-mail: jblengino@exa.unrc.edu.ar

[†]Departamento de Matemática Fac. de Cs. Empr.; Universidad Austral
Rosario, Argentina

[‡]CONICET

Key Words: Frontera Móvil, Toma de Agua, Elementos Finitos.

Abstract. *Los modelos anteriores de toma de agua por raíces de cultivos no toman en cuenta el crecimiento de las mismas resolviendo el conjunto de ecuaciones que gobiernan el sistema suelo-planta sobre dominios fijos (por ejemplo Molz, Water Resources Research, Vol. 17(5), 1245-1260, (1981)). Recientemente se ha acoplado la toma de nutrientes con el crecimiento de raíces (por ejemplo Reginato et al, Soil Science Society of America Journal, Vol. 64(4), 1363-1367 (2000)) mediante la formulación de un modelo de frontera móvil y resolviendo el sistema de ecuaciones sobre un dominio móvil. En forma similar, para conocer mejor el proceso de toma de agua tal que tenga en cuenta a la planta como organismo en constante crecimiento se formula un modelo de frontera móvil para la toma de agua. Esto permite a los cultivos buscar mejores zonas de nutrientes y agua en el terreno, lo que permite una mejor utilización de los recursos disponibles. En esta comunicación reportaremos algunos resultados teóricos respecto a la modelización de la toma de agua por cultivos en macetas, resolviendo un modelo de frontera móvil mediante la aplicación del método de inmovilización de domino y utilizando una aproximación de elementos finitos para suelos arcillosos como primer paso. En estas condiciones se presentan diagramas de sensibilidad con los parámetros involucrados (alrededor de diez parámetros) tanto del suelo como de la raíz.*

1. INTRODUCCION

A lo largo de los años se han propuesto diversos modelos para la toma de agua por raíces de cultivos. Muchos de ellos utilizan un análogo de la ley de Ohm¹ y definen resistencias al flujo de agua tanto en el suelo,^{2,3} como en la interface raíz-suelo.^{4,5} Recientemente han sido propuestos modelos de toma de nutrientes acoplada con crecimiento de raíces mediante modelos de frontera libre,⁶⁻⁹ y mediante modelos de frontera móvil.¹⁰

A partir de estos modelos de frontera móvil para la toma de nutrientes se pueden generar modelos para toma de agua. En este trabajo se asume un crecimiento radical conocido a priori y a partir de la formulación de un modelo de frontera móvil se estimarán los cambios en el potencial agua en la fase suelo obteniéndose el valor del potencial agua sobre la raíz. Utilizando un método de integración sobre dominios variables¹¹ obtenemos la toma total de agua por parte de la raíz.

2. ANALISIS

A partir del modelo de flujo de agua hacia una única raíz, el flujo en la dirección radial r hacia la raíz por unidad de longitud esta dado por:¹²

$$v = -\pi r k(\Psi) \frac{\partial \Psi}{\partial r} \quad (1)$$

siendo v el flujo de agua por unidad de longitud $\left(\frac{\text{cm}^3}{\text{s cm}}\right)$, k la conductibilidad hidráulica $\left(\frac{\text{cm}}{\text{s}}\right)$ y $-\Psi$ el potencial agua (cm). La ecuación de continuidad correspondiente es:

$$\frac{2\pi}{r} \frac{\partial \theta}{\partial t} = -\frac{\partial v}{\partial r} \quad (2)$$

donde θ es el contenido de agua del suelo $\left(\frac{\text{cm}^3}{\text{cm}^3}\right)$, y las relaciones entre k , Ψ y θ dadas por:¹³

$$\begin{aligned} \Psi &= \Psi_e \left(\frac{\theta}{\theta_s}\right)^{-b} = \Psi_0 \theta^{-b}, \\ k(\Psi) &= k_s \left(\frac{\Psi_e}{\Psi}\right)^n = k_0 \Psi^{-n}, \end{aligned} \quad (3)$$

donde b , k_0 , Ψ_0 y n son parámetros obtenidos experimentalmente.

Asumiendo condiciones de laboratorio, como luz y temperaturas constantes, se propone el siguiente modelo en coordenadas cilíndricas para volúmenes fijos de suelo (por ejemplo, mace-

tas):

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial \Psi}{\partial t} &= \frac{\alpha}{r} \Psi^{\frac{1}{b}+1} \frac{\partial}{\partial r} \left[r \Psi^{-n} \frac{\partial \Psi}{\partial r} \right] & s_0 \leq r \leq R(t), 0 \leq t \leq T \\
 \Psi(r, 0) &= \phi(r) & s_0 \leq r \leq R_0 \\
 \frac{\partial \Psi}{\partial r}(R(t), t) &= 0 & 0 \leq t \leq T \\
 G(\Psi(s_0, t)) &= -\frac{k_0}{l(t)} (\Psi(s_0, t))^{-n} \frac{\partial \Psi}{\partial r} & 0 \leq t \leq T \\
 R(t) &= R_0 \sqrt{\frac{l(0)}{l(t)}} & 0 \leq t \leq T
 \end{aligned} \tag{4}$$

donde $\alpha = k_0 b / 2 \Phi_0^{1/b}$. La primera ecuación surge de considerar la derivada espacial de la ecuación (1) y reemplazar con las ecuaciones (2) y (3), $\phi(r)$ es una función univaluada que describe el perfil inicial de potenciales. La condición en $r = R(t)$ surge de pedir que el flujo total de agua en el borde externo sea nulo. La condición de flujo en la raíz ($r = s_0$), surge de pedir que el flujo sea igual a la toma de agua por unidad de longitud ($G(\Psi(s_0, t))$). Varias funciones de extracción han sido propuestas, por simplicidad en este trabajo se utiliza la definida por Feddes¹⁴

$$\begin{aligned}
 G(\Psi) &= 0 & \text{si } 0 < \Psi < \Psi_1 &= \text{potencial agua punto anaerobiosis} \\
 G(\Psi) &= S_{Max} & \text{si } \Psi_1 < \Psi < \Psi_2 &= \text{potencial agua punto límite} \\
 G(\Psi) &= S_{Max} \frac{\Psi - \Psi_3}{\Psi_2 - \Psi_3} & \text{si } \Psi_2 < \Psi < \Psi_3 &= \text{potencial agua punto marchitez} \\
 G(\Psi) &= 0 & \text{si } \Psi_3 < \Psi &
 \end{aligned}$$

En este trabajo se utilizarán valores de Ψ en los que la toma de agua es constante ($G = S_{Max}$). Por ultimo $R(t)$, que es la mitad del valor medio de la distancia entre raíces, surge de considerar un volumen fijo de suelo y longitud de raíz creciendo linealmente ($l(t) = l(0) + V t$).¹⁰ Un ejemplo de la evolución temporal de las raíces para este modelo se puede ver en la figura 1. El dominio de integración se puede ver en la figura 2

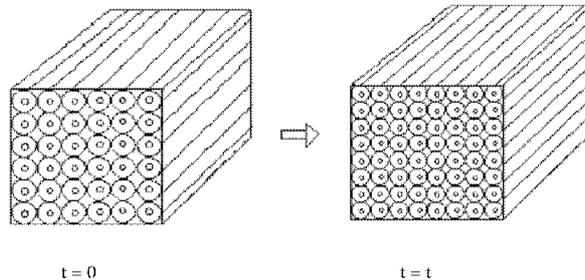


Figura 1: Ejemplo de evolución del sistema radical en función del tiempo para volúmenes fijos de suelo.

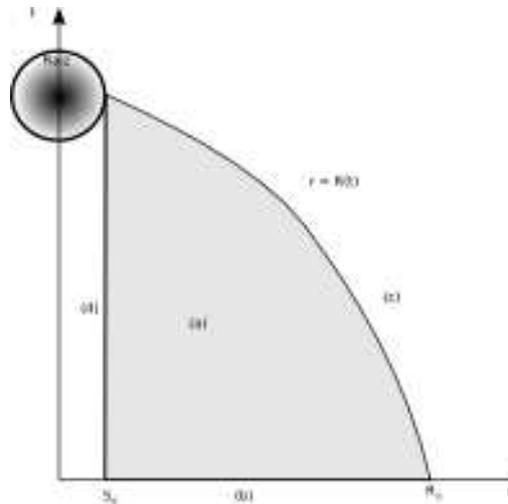


Figura 2: Esquema del dominio de validez del modelo propuesto, la zona sombreada (a) representa la zona donde vale la primera ecuación de transporte hidráulico del modelo 4. En la línea (b) rige la condición inicial del modelo 4. En la línea (c) se utiliza la condición de borde sobre $R(t)$ del modelo 4, y en la línea (d) la condición de toma del mismo modelo. El valor de T es menor o igual al valor del tiempo en el cual $R(t) = s_0$.

El sistema (4) se resuelve mediante la utilización del método de elementos finitos. Previamente, se adimensionaliza e inmoviliza el dominio mediante el siguiente cambio de variables:

$$\begin{aligned}
 x &= \frac{r - s_0}{R(t) - s_0} \\
 \tau &= C_1 t \\
 \Phi(x, \tau) &= C_2 \Psi(r, t),
 \end{aligned}
 \tag{5}$$

Con lo que el nuevo sistema a resolver resulta:

$$\frac{\partial}{\partial \tau} [\Phi(x, \tau)] = A(x, \tau) \frac{\partial}{\partial x} [\Phi(x, \tau)] + \omega(x, \tau) \Phi^\sigma(x, \tau) \frac{\partial}{\partial x} \left[\kappa(x, \tau) \Phi^{-n}(x, \tau) \frac{\partial}{\partial x} [\Phi(x, \tau)] \right],$$

$$0 \leq \tau \leq TC_1 = \tau_{max}, 0 \leq x \leq 1$$

$$\begin{aligned} \Phi(x, 0) &= \varphi(x), & 0 \leq x \leq 1 \\ \frac{\partial \Phi}{\partial x}(1, \tau) &= 0, & 0 \leq \tau \leq \tau_{max}, \\ g(\Phi(0, \tau)) &= -\frac{\delta}{\left(\frac{R_0}{s_0} \sqrt{F(\tau)} - F(\tau)\right) \Phi^n(0, \tau)} \frac{\partial \Phi}{\partial x}(0, \tau) & 0 \leq \tau \leq \tau_{max}, \\ A(x, \tau) &= -\frac{F'(\tau)}{F^{\frac{3}{2}}(\tau)} \frac{R_0 x}{2s_0 \left(\frac{R_0}{s_0} \sqrt{\frac{1}{F(\tau)}} - 1\right)} & 0 \leq \tau \leq \tau_{max}, 0 \leq x \leq 1 \\ \omega(x, \tau) &= \frac{\gamma}{\left(\frac{R_0}{s_0} \sqrt{\frac{1}{F(\tau)}} - 1\right)^2 \left(x \left(\frac{R_0}{s_0} \sqrt{\frac{1}{F(\tau)}} - 1\right) + 1\right)} & 0 \leq \tau \leq \tau_{max}, 0 \leq x \leq 1 \\ \kappa(x, \tau) &= x \left(\frac{R_0}{s_0} \sqrt{\frac{1}{F(\tau)}} - 1\right) + 1 & 0 \leq \tau \leq \tau_{max}, 0 \leq x \leq 1 \\ R(\tau) &= R_0 \sqrt{\frac{1}{F(\tau)}} & 0 \leq \tau \leq \tau_{max}, \\ l(\tau) &= l_0 F(\tau) & 0 \leq \tau \leq \tau_{max}, \\ \gamma &= \frac{\alpha}{C_1 C_2^\rho s_0^2} \\ \delta &= \frac{k_0 C_2^{n-1}}{S_{Max} l_0 s_0}, \end{aligned} \tag{6}$$

con $\sigma = 1 + \frac{1}{b}$ y $\rho = \sigma - n$.

3. FORMULACION DEBIL

Para poder aplicar el método de elementos finitos se transforma el sistema (6) a su forma débil, definiendo el residuo de la ecuación diferencial como:

$$\begin{aligned} R_\Omega &= A(x, \tau) \frac{\partial}{\partial x} [\Phi(x, \tau)] + \omega(x, \tau) \Phi^\sigma(x, \tau) \frac{\partial}{\partial x} \left[\kappa(x, \tau) \Phi^{-n}(x, \tau) \frac{\partial}{\partial x} [\Phi(x, \tau)] \right] \\ &\quad - \frac{\partial}{\partial \tau} [\Phi(x, \tau)]. \end{aligned} \tag{7}$$

y de las condiciones de contorno:

$$\begin{aligned} R_{\Gamma_1} &= \frac{\partial \Phi}{\partial x}(1, \tau), \\ R_{\Gamma_2} &= g(\Phi(0, \tau)) \frac{\left(\frac{R_0}{s_0} \sqrt{F(\tau)} - F(\tau) \right)}{\delta \Phi^{-n}(0, \tau)} + \frac{\partial \Phi}{\partial x}(0, \tau), \end{aligned} \quad (8)$$

Para anular los residuos en el dominio escribimos la forma integral:

$$T = \int_0^1 R_{\Omega} W_i dx + R_{\Gamma_1} \bar{W}_i + R_{\Gamma_2} \tilde{W}_i \quad (9)$$

y se impone que $T = 0$, $\forall W_i, \bar{W}_i$ y \tilde{W}_i . Reemplazando los residuos por las definiciones (7) y (8)

$$\begin{aligned} T &= \int_0^1 \omega(x, \tau) \Phi^\sigma(x, \tau) \frac{\partial}{\partial x} \left[\kappa(x, \tau) \Phi^{-n}(x, \tau) \frac{\partial}{\partial x} [\Phi(x, \tau)] \right] W_i dx \\ &+ \int_0^1 A(x, \tau) \frac{\partial}{\partial x} [\Phi(x, \tau)] W_i dx - \int_0^1 \frac{\partial}{\partial \tau} [\Phi(x, \tau)] W_i dx \\ &\frac{\partial \Phi}{\partial x}(1, \tau) \tilde{W}_i + g(\Phi(0, \tau)) \frac{\left(\frac{R_0}{s_0} \sqrt{F(\tau)} - F(\tau) \right)}{\delta \Phi^{-n}(0, \tau)} \bar{W}_i + \frac{\partial \Phi}{\partial x}(0, \tau) \bar{W}_i. \end{aligned} \quad (10)$$

A fines de eliminar la derivada segunda en el primer término se realiza una integración por partes resultando:

$$\begin{aligned} &\int_0^1 \omega(x, \tau) \Phi^\sigma(x, \tau) \frac{\partial}{\partial x} \left[\kappa(x, \tau) \Phi^{-n}(x, \tau) \frac{\partial}{\partial x} [\Phi(x, \tau)] \right] W_i dx = \\ &- \int_0^1 \kappa(x, \tau) \Phi^{-n}(x, \tau) \frac{\partial}{\partial x} [\Phi(x, \tau)] \frac{\partial}{\partial x} [\omega(x, \tau) \Phi^\sigma(x, \tau) W_i] dx \\ &+ B(\tau) \Phi^\rho(1, \tau) W_i \frac{\partial \Phi}{\partial x}(1, \tau) - B(\tau) \Phi^\rho(0, \tau) W_i \frac{\partial \Phi}{\partial x}(0, \tau) \end{aligned} \quad (11)$$

con

$$B(\tau) = \frac{\gamma}{\left(\frac{R_0}{s_0} \sqrt{\frac{1}{F(\tau)}} - 1 \right)^2}. \quad (12)$$

Agrupando los términos que tienen $\frac{\partial \Phi}{\partial x}(1, \tau)$ tanto en (10) como en (11) obtenemos:

$$\begin{aligned} 0 &= \frac{\partial \Phi}{\partial x}(1, \tau) \tilde{W}_i + B(\tau) \Phi^\rho(1, \tau) W_i \frac{\partial \Phi}{\partial x}(1, \tau) \\ \therefore \tilde{W}_i &= -B(\tau) \Phi^\rho(1, \tau) W_i. \end{aligned} \quad (13)$$

Con un procedimiento similar para $\frac{\partial \Phi}{\partial x}(0, \tau)$ se verifica que:

$$\bar{W}_i = B(\tau)\Phi^{\rho}(0, \tau)W_i. \quad (14)$$

Reemplazando en la ecuación (10) se obtiene:

$$\begin{aligned} R = & - \int_0^1 \kappa(x, \tau)\Phi^{-n}(x, \tau)\frac{\partial}{\partial x} [\Phi(x, \tau)] \frac{\partial}{\partial x} [\omega(x, \tau)\Phi^{\sigma}(x, \tau)W_i] dx \\ & + \int_0^1 A(x, \tau)\frac{\partial}{\partial x} [\Phi(x, \tau)] W_i dx - \int_0^1 \frac{\partial}{\partial \tau} [\Phi(x, \tau)] W_i dx \\ & + \frac{\gamma F(\tau)}{\left(\frac{R_0}{s_0} \sqrt{\frac{1}{F(\tau)}} - 1\right) \delta} \Phi^{\sigma}(0, \tau)g(\Phi(0, \tau)) W_i \end{aligned} \quad (15)$$

Esta formulación débil del modelo se resuelve utilizando el método de Galerkin en un programa ad-hoc escrito en C, utilizando para la resolución de las matrices las librerías de descomposición LU de Numerical Recipies.¹⁵

Una vez obtenidos los potenciales agua sobre la superficie de la raíz se aplica un método de integración sobre dominios variables análogo al propuesto por Reginato y Tarzia¹¹

$$U = 2\pi s_0 l_0 \int_0^{t_{max}} G(\Psi(s_0, \tau))d\tau + 2\pi s_0 \int_0^{t_{max}} \left[\int_t^{t_{max}} G(\Psi(s_0, \tau))d\tau \right] \dot{i}(\tau)d\tau \quad (16)$$

donde U es la toma de agua calculada desde $\tau = 0$ hasta $\tau = t_{max}$.

4. RESULTADOS

En la figura 4 se observa el potencial Φ en función de la coordenada adimensionalizada (x) para varios instantes de tiempo, con valores de parámetros que se muestran en el cuadro 1. Estos valores también fueron utilizados como centro de los diagramas de sensibilidad que se muestran en la figuras 5 y 6. Los valores de las constantes que tienen que ver con propiedades del suelo se asemejan a los valores típicos de un suelo arcilloso. Las constantes que tienen que ver con el crecimiento de la raíz y el valor máximo de la toma son valores propuestos por los autores, pendientes de un ajuste a un caso experimental. Los valores de los potenciales de agua de la función de toma están dentro de los límites propuestos por Feddes.¹⁴

La malla utilizada consiste en 31 elementos cuadráticos (de tres nodos) distribuidos de la siguiente manera, se toma el intervalo y se lo divide en tres partes, las dos partes de la derecha se toman como elementos y a la parte izquierda se le repite el procedimiento, un ejemplo de esto se muestra en la figura 3, el nodo que no es colindante con los otros elementos siempre esta ubicado en el centro del mismo. El tamaño en RAM del programa es de aproximadamente 3 MB, y los tiempos de simulación en ningún caso superaron las 2 horas.

En la figura 5 se muestra un diagrama de sensibilidad paramétrica para el valor del potencial agua sobre la raíz al término de un período de simulación de 30 días. No se realizan calculos

Parámetro	Valor
n	2
b	9
R_0	35 cm
$l(0)$	1 cm
V	$1 * 10^{-6}$ cm/s
s_0	0.05 cm
k_0	$1 * 10^{-6}$ cm/s
Ψ_0	10 cm
S_{Max}	$3 * 10^{-5}$ cm ² /s
Ψ_1	1 cm
Ψ_2	750 cm
Ψ_2	17500 cm

Cuadro 1: Valores de los parámetros de entrada del modelo.

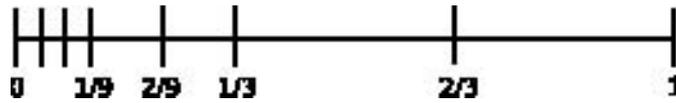


Figura 3: Ejemplo de malla utilizada en la resolución del modelo.

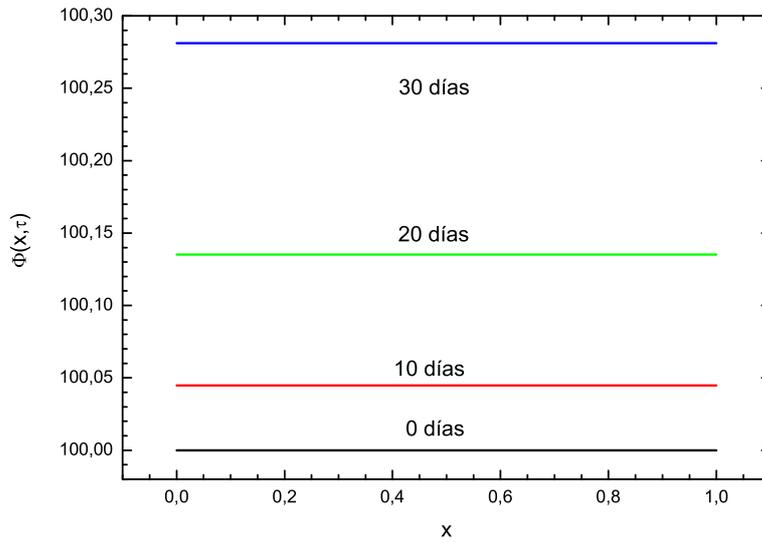


Figura 4: Perfil de potenciales para distintos tiempos en las condiciones del cuadro 1.

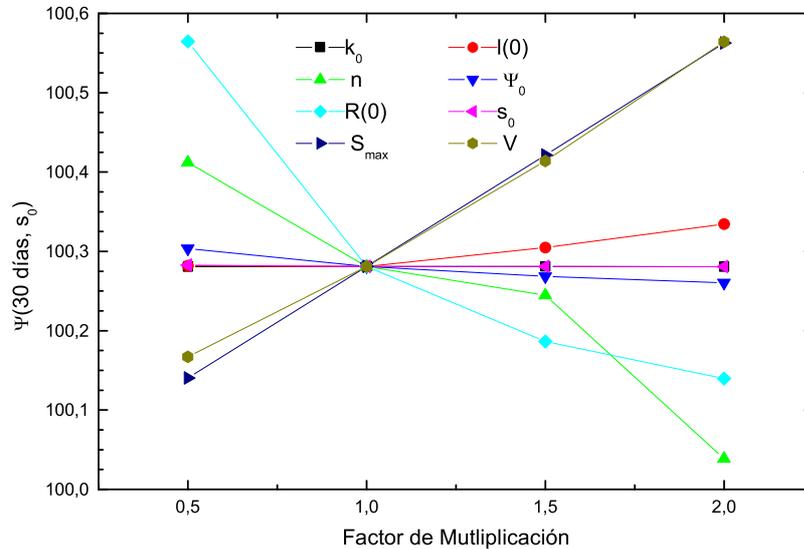


Figura 5: Diagramas de sensibilidad paramétrica para el potencial en la raíz al término de la simulación. Los valores centrales de los parámetros son referidos en el cuadro 1.

de valores de toma para todos los parámetros debido a que al no salirse del régimen de toma constante los valores de toma finales no se modifican.

En la figura 6 se muestra un diagrama de sensibilidad paramétrica para los parámetros que presentan cambios en la toma total de agua al cabo de un período de simulación de 30 días.

5. CONCLUSIONES

Los resultado teóricos obtenidos deben interpretarse unicamente desde el punto de vista unidimensional dado que una modelización mas realista debería incluir la variable z (profundidad) así como la dependencia temporal de los coeficientes de las ecuaciones como sería en un sistema realista a campo, y no en laboratorio (cámara de siembra). No obstante los resultados obtenidos para parámetros como la velocidad de crecimiento (y en consecuencia la longitud de raíz absorbiendo agua) muestran la influencia de la dinámica de crecimiento sobre la toma de agua. Esta influencia no es evidenciada por los modelos de toma de agua utilizados actualmente¹⁶

Como se puede observar en la figura 4 en el régimen de alta disponibilidad de agua ($G = S_{Max}$) el cambio en el perfil de potenciales es muy pequeño frente al cambio total del potencial.

En la figura 5 se puede observar que los parámetros mas influyentes son la velocidad de crecimiento y el valor máximo de la toma de agua. Estos parámetros en estas circunstancias son los que modificarían la toma de agua (ya que los valores del potencial agua no se apartan del régimen de alta disponibilidad). Cabe destacar que en el caso del parámetro n solo se modificó dicho parámetro, pero en el caso real de un suelo al variar el parámetro n también se deben

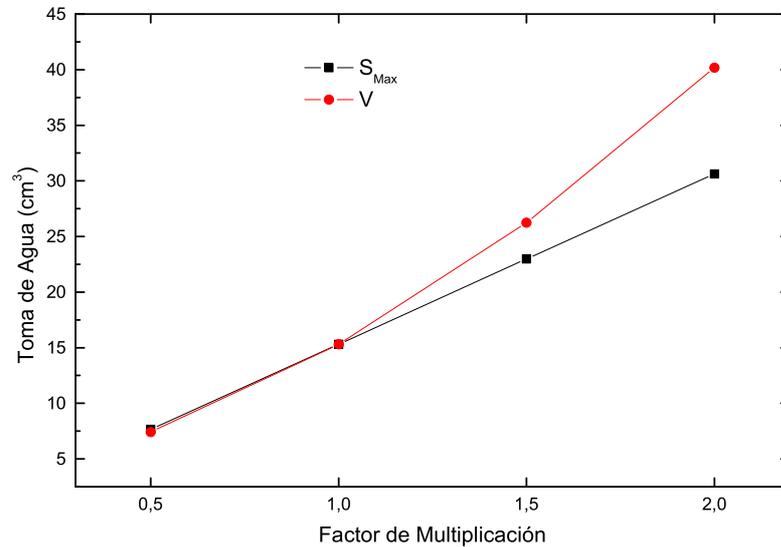


Figura 6: Diagramas de sensibilidad paramétrica para la toma total de agua. Los valores centrales de los parámetros son referidos en el cuadro 1.

variar b , k_0 y Ψ_0 .

En la figura 6 se puede observar que el parámetro que mayor influencia tiene sobre la toma total de agua es la velocidad de crecimiento, a pesar de haber considerado valores propuestos muy bajos para la velocidad de crecimiento (dos órdenes de magnitud menores a los valores experimentales típicos). Esto indicaría que en una planta con velocidad de crecimiento lineal la toma de agua estaría dependiendo más de las propiedades mecánicas del suelo y la disponibilidad de nutrientes necesarios para el crecimiento, que de la capacidad genética de la planta para la toma.

Al ser los valores de S_{max} y V valores pendientes de ajuste los resultados finales de toma de agua en este caso están subestimados, ya que en masa un cultivo en crecimiento gana mucho más que lo que indican los valores finales de toma, y la masa de agua cuenta aproximadamente como un 60 % de la masa total.

A futuro, una vez calibrado el valor de S_{max} y V para que la cantidad total de toma se asemeje a valores experimentales, se harán cálculos con otros tipos de suelos y otros regímenes de disponibilidad de agua. Posteriormente se medirán valores de parámetros de suelos particulares y valores de toma de híbridos específicos para realizar una validación experimental.

REFERENCIAS

- [1] T.H. Van den Honert. Water transport in plant as a catenary process. *Discuss. Faraday Soc.*, **3**, 146–153 (1948).

- [2] W.R. Gardner. Dynamic aspects of water availability to plants. *Soil. Sci.*, **89**, 63–73 (1960).
- [3] E.I. Newman. Resistance to water flow in soil and plant. i. soil resistance in relation to amounts of root: theoretical estimates. *J. Appl. Ecol.*, **16**, 1–12 (1969).
- [4] W.N. Herkelrath, E.E. Miller, and W.R. Gardner. Water uptake by plants; ii. the root contact model. *Soil. Sci. Soc. Am. J.*, **41**, 1039–1043 (1977).
- [5] P.E. Weatherley. The hydraulic resistance of the soil-root interface: a cause of water stress in plants. In *The soil-root interface symposium, Oxford, England*, (1978).
- [6] J.C. Reginato, Tarzia D.A., and Cantero A. On the free boundary problem for the michelis-menten absorption model for root growth. *Soil. Sci.*, **150**(4), 722–729 (1990).
- [7] J.C. Reginato, D.A. Tarzia, and A. Cantero. On the free boundary problem for the michelis-menten absorption model for root growth. high concentrations. *Soil. Sci.*, **152**(2), 61–72 (1990).
- [8] J.C. Reginato and D.A. Tarzia. The balance integral method applied to root growth of crops. *Int. J. Engng. Sci.*, **31**(1), 61–70 (1993).
- [9] J.C. Reginato, D.A. Tarzia, and M.A. Dzioba. Analytical study of the effects of some soil plant parameters on root growth owing to absorption of one mobile ions. a free boundary model. *Plant and Soil*, **15**, 185–196 (1993).
- [10] J.C. Reginato, M.C. Palumbo, D.A. Tarzia, Ch.I. Bernardo, and I.S. Moreno. Modeling nutrient uptake using a moving boundary approach. comparison with the barber-cushman model. *Soil Science Society of America Journal*, **64**, 1863–1367 (2000).
- [11] J.C. Reginato and D.A. Tarzia. An alternative formula to compute the nutrient uptake. *Comm. in Soil Sci and Plant An.*, **33**(5&6), 821–830 (2002).
- [12] P.H. Nye and Tinker P.B. Solute movement in soil-root system. In *Studies in Ecology*, volume 4. University of California Press, Berkley, (1977).
- [13] G.S. Campbell. A simple method for determining unsaturated conductivity from moisture retention data. *Soil Sci.*, **117**, 311–314 (1974).
- [14] R.A. Feddes, P.J. Kowalik, and H. Zaradny. *Simulation of field water use and crop yield*. Centre for Agricultural Publishing and Documentation, Wageningen, Netherlands, (1978).
- [15] W.H. Press, S.A. Teukolsky, W.T. Vetterling, and B.P. Flannery. *Numerical Recipies in C. The art of scientific computing*. Cambridge University Press, (1992).
- [16] K.Y. Li, R. De Jong, and J.B. Boisvert. Comparison of root-wateruptake models. *Selected papers from the 10th International Soil Conservation Organization Meeting*, pages 1112–1117 (2001).
- [17] F.J. Molz. Models of water transport in the soil-plant system: a review. *Water Resources Research*, **17**(5), 1245–1260 (1981).