Asociación Argentina



de Mecánica Computacional

Mecánica Computacional Vol XXVII, págs. 1591-1600 (artículo completo) Alberto Cardona, Mario Storti, Carlos Zuppa. (Eds.) San Luis, Argentina, 10-13 Noviembre 2008

# ACONDICIONAMIENTO TERMICO CON SUSTANCIAS DE CAMBIO DE FASE CUYOS PARAMETROS TERMICOS DEPENDEN DE LA TEMPERATURA.

Ricardo F. Lozano y Angélica C. Boucíguez

Facultad de Ciencias Exactas. Universidad Nacional de Salta.Av. Bolivia 5150. Salta. Argentina Tel: 0387-4255424 - Fax: 0.387 – 4255489 lozanor@unsa.edu.ar bouciga@unsa.edu.ar

**Palabras Clave:** Cambio de fase, problema de Stefan, flujo de calor, parámetros térmicos, frontera libre.

**Resumen:** En el presente trabajo se estudia el comportamiento de una sustancia de cambio de fase cuando la conductividad térmica depende linealmente de la temperatura, con fines de utilizarla en el acondicionamiento térmico de locales destinados a diversos usos. Este problema, conocido en literatura como de Stefan, es no lineal incluso con conductividad constante y en la mayoría de los casos solo puede resolverse numéricamente. Se ha analizado el problema, considerando que la sustancia de cambio de fase se encuentra inicialmente sólida a la temperatura de fusión y por la adición de calor se va licuando, dando lugar a la coexistencia de dos fases, una líquida, producto de la adición del calor y la sólida ya existente, separadas por una interfase que se mueve en el tiempo, de acuerdo a una ley desconocida a priori, por lo que constituye un problema de frontera libre. Se ha planteado para flujos constantes e iguales a 50 y 100 W/m<sup>2</sup> y para otro creciente durante cuarenta y ocho horas entre ambos valores, evaluándose para este período de tiempo. Los resultados muestran que la posición de la interfase sólido – líquido, para cada valor de flujo, se ve levemente influenciada por tal dependencia, mientras que en las temperaturas se observa que esta influencia es más notoria, durante el lapso analizado.

## 1-INTRODUCCIÓN

El uso de sustancias de cambio de fase, ha sido planteado por diversos autores para su utilización en el acondicionamiento térmico de locales. (Hamdan y Elwerr, 1996; Lock, 1996; Stritih, 2003; Farid et al, 2004, Tyagi y Buddhi, 2007) En particular, las orgánicas presentan características que las hacen más apropiadas que las inorgánicas, al ser más estables y no presentar problemas de corrosión ni de subenfriamiento. (Swern, 1964; Hasan y Sayigh, 1994; Laamberg, et al. 2004)

En este ámbito se ha pensado su utilización como moderadores controladores de temperatura en recintos destinados al almacenamiento y transporte de productos agrícolas, pudiéndose utilizar también en viviendas y centros asistenciales y educativos. (Boucíguez et al. 2002, 2006) Estas sustancias constituyen las paredes del recinto ya sea que se construyan especialmente o se adosen a las ya existentes, por lo que su espesor no debe ser significativo de modo de no ocasionar alteraciones importantes en la funcionalidad de los mismos; por lo no debe superar los 20 cm. (Boucíguez et al. 2001, 2005; Medina et al.2004)

Con este fin, se ha estudiado su comportamiento frente a distintos flujos de calor, considerando que los coeficientes térmicos se mantienen constantes. (Boucíguez, et al. 2005 a, b; Lozano et al. 2007, a, b) En este trabajo se analiza la situación en que la conductividad térmica varía linealmente con la temperatura.

Dado que la sustancia absorberá calor, deberá encontrarse inicialmente sólida, es decir a temperatura igual o menor a la de fusión, siendo la primera la situación más desfavorable; ya que el calor que ingresa a ella se utiliza directamente en fundirla, mientras que en el segundo caso, es necesario elevar primero la temperatura del sólido hasta llegar a la de cambio de fase y luego fundirlo. Por ello se estudia el caso en que la temperatura inicial sea igual a la de fusión, dado que si la aplicación propuesta es factible en este caso lo será, con mayor razón, cuando la sustancia se encuentre inicialmente a temperatura menor que ésta.

La condición inicial es, entonces, sustancia sólida a la temperatura de fusión y como consecuencia del ingreso de calor comienza a fundirse, dando lugar a una fase líquida que avanza hacia su interior. Esta situación, al igual que cuando los coeficientes térmicos son constantes, constituye un problema de frontera libre, debiendo determinarse simultáneamente el gradiente de temperatura en el líquido y la posición de la interfase líquido – sólido, que separara el líquido emergente del sólido originalmente existente. Esta superficie de separación avanza en el tiempo, de acuerdo a una ley que es desconocida a priori; he allí donde radica el interés y dificultad del problema, que se conoce en bibliografía como de Stefan.

Los parámetros de la sustancia de cambio de fase utilizados para el cálculo son los típicos de las grasas orgánicas (Swern, 1994): calor específico c=1600 J/kg °C; densidad  $\rho=800$  kg/m<sup>3</sup> y calor latente de fusión L=120 kJ/kg, mientras que la conductividad térmica se ha considerado una función de la temperatura, dada por  $k=k_0$  (1+*bT*), con  $k_0=0.22$  W/m °C y  $b=\pm0.01$ , se ha comparado también con el caso en que no exista tal dependencia, esto es b=0.

Se han analizado los casos de flujo de calor constantes iguales a 50 y 100  $W/m^2$  y otro variable que aumenta de 50 a 100  $W/m^2$  en 48 horas. Estos flujos pueden provenir del calor generado en un producto agrícola almacenado en un recinto o acumulado en un secadero - invernadero.

En la Figura 1, se presenta un esquema del recipiente que contiene el material de cambio de fase, donde se ha simbolizado con una fecha roja el ingreso de calor por el lateral x=0.

En las secciones que siguen se presenta la formulación matemática del problema y su resolución numérica; los resultados obtenidos, su correspondiente análisis y las consideraciones y conclusiones que de ellos pueden extraerse.



Figura 1: esquema del material de cambio de fase.

## 2- FORMULACION MATEMATICA Y RESOLUCIÓN NUMÉRICA

Al estar la sustancia de cambio de fase inicialmente sólida a la temperatura de fusión, el problema a resolver se denomina de Stefan a una fase, dado que el sólido permanecerá a dicha temperatura, por lo que debe evaluarse el gradiente de temperatura en el líquido y la posición de la interfase en función del tiempo.

Dado que el sólido permanece a la temperatura de fusión, las ecuaciones que describen este problema son las de transferencia de calor en el líquido, considerando en este caso, la variación de la conductividad térmica con la temperatura, sujeta a las correspondientes condiciones iniciales y de borde; además de la ecuación de Stefan que da el balance de energía en la interfase. (Zerroukat y Chatwin, 1994; Alexiades y Solomon, 1996) De tal modo el problema queda completamente descrito por las ecuaciones (1) a (6).

$$\rho \cdot c \cdot \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left( k(T) \cdot \frac{\partial T}{\partial x} \right), \quad t > 0, \quad 0 < x < s(t) \le e$$
(1)

$$F(s(t),t) = T_f, \quad \forall t > 0 \tag{2}$$

$$\rho \cdot L \cdot \frac{ds(t)}{dt} = -k(T) \cdot \frac{\partial T(x,t)}{\partial x} \bigg|_{x=s(t)}, \quad \forall t > 0$$
(3)

$$T(x,0) = T_f, \qquad 0 < x \le e$$
 (4)

$$s(0) = 0 \tag{5}$$

$$q(t) = -k(T) \cdot \frac{\partial T}{\partial x}\Big|_{(0,t)}, \qquad q(t) \ge 0, \quad \forall t > 0$$
(6)

Donde con T(x,t) se denomina a la temperatura función de la posición x y el tiempo t, con  $T_f$  a la temperatura de fusión y con s(t), a la posición de la interfase. Es de hacer notar que no se especifica la condición de contorno en el extremo opuesto (x=e) al que recibe el calor dado que por tratarse de un problema a una fase, se puede resolver separadamente desde cada lateral y luego superponer las soluciones (González, 2006) que avanzan desde cada uno de ellos. Sin pérdida de generalidad, a la temperatura de fusión se le asigna el valor cero.

Este problema no presenta solución analítica, por lo que solo puede resolverse en forma numérica, para ello se ha empleado un esquema de diferencias finitas implícitas, que sigue los pasos planteados por Nochetto (1984) y que fuera empleado con anterioridad en otros modelos de simulación realizados cuando los coeficientes térmicos se mantienen constantes, (Lozano et al. 2007, a, b) con los cambios correspondientes debido a la dependencia del coeficiente k con la temperatura. Para su implementación en el presente caso es necesario

realizar un cambio de variables dado por la ecuación (7). (Burden y Faires, 2004; Carslaw y Jaeger, 1988)

$$u(x,t) = \frac{1}{k_0} \int_0^T k_0 (1+b \cdot z) \cdot dz$$
(7)

La temperatura T(x,t) y la conductividad térmica como función de esta nueva variable se expresan en las ecuaciones (8) y (9), respectivamente.

$$T(x,t) = -\frac{1}{b} \pm \sqrt{\frac{1}{b^2} + \frac{2 \cdot u(x,t)}{b}}$$
(8)

$$k = k_0 \sqrt{1 + 2 \cdot b \cdot u(x, t)} \tag{9}$$

Con este cambio de variables las ecuaciones (1) a (6) resultan expresadas por las ecuaciones (10) a (15).

$$\rho \cdot c \cdot \frac{\partial u}{\partial t} = k(T) \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \quad t > 0, \quad 0 < x < s(t) \le e$$
(10)

 $u(s(t),t) = 0, \quad \forall t > 0$  (11)

$$\rho \cdot L \cdot \frac{ds(t)}{dt} = -k_0 \cdot \frac{\partial u(x,t)}{\partial x} \Big|_{x=s(t)}, \quad \forall t > 0$$
(12)

$$u(x,0) = 0, \qquad 0 < x \le e$$
 (13)

$$s(0) = 0 \tag{14}$$

$$q(t) = -k_0 \cdot \frac{\partial u}{\partial x}\Big|_{(0,t)}, \qquad q(t) \ge 0, \quad \forall t > 0$$
(15)

La condición de Stefan, dada por la ecuación (12) es equivalente a la ecuación integral dada por la ecuación (16)

$$s(t) = \frac{1}{\rho L k_0} \int_0^t k(u(0,r)) \cdot q(r) \cdot dr - \frac{c}{L} \int_0^{s(t)} u(x,t) \cdot dx - \frac{1}{\rho L} \int_0^t \int_0^{s(t)} \left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2 \frac{\partial k}{\partial u} \cdot dx \cdot dr$$
(16)

Los cálculos se han realizado utilizando el lenguaje de programación *Mathematica*, (Wolfram, 1999) mediante un modelo numérico en diferencias finitas implícitas; este lenguaje cuenta con una serie de funciones que facilitan la resolución numérica.

La variable espacial x, cuyo paso en el cálculo es  $\Delta x=1$ mm, se indica con el índice *i* y la temporal *t*, cuyo paso es  $\Delta t=1200$ seg, se indica con *j*. Llamando nd(j) a la parte entera del cociente  $s(j)/\Delta x$  se resuelve el problema discreto, que consiste en hallar conjuntamente la temperatura u(i,j+1) y la posición de la interfase s(j+1) de modo tal de resolver simultáneamente la ecuación (17) para los nodos interiores, la ecuación (18) para el borde que recibe el calor y la ecuación (19) para el cálculo de la temperatura justo antes de la interfase,

1594

cuya posición se determina mediante la ecuación (20), siendo esta última la dicretización de la ecuación (16).

$$\frac{u(i,j+1) - u(i,j)}{\Delta t} = \frac{k(i,j)}{\rho c (\Delta x)^2} \cdot \left( u(i+1,j+1) + u(u-1,j+1) - 2u(i,j+1) \right)$$
(17)

$$\frac{u(1, j+1) - u(0, j)}{\Delta t} = \frac{\Delta x}{k(i, j)} \cdot q(j+1)$$
(18)

$$\frac{u(i,j+1) - u(i,j)}{\Delta t} = \frac{2k(i,j)}{\rho c \Delta x} \cdot \left(\frac{u(i-1,j+1)}{s(j+1) - (i-1)\Delta x} - \frac{u(i,j+1)}{s(j+1) - i\Delta x}\right)$$
(19)

$$s(j+1) = \frac{\Delta t}{2\rho L} \cdot \left( 2\sum_{r=0}^{j} \sqrt{1+2bu(0,j)} \cdot q(r\Delta t) + \sqrt{1+2bu(0,j+1)} \cdot q((j+1)\Delta t) \right) - \frac{c\Delta x}{2L} \cdot \left( u(0,j+1) + 2\sum_{i=1}^{nd(j)-2} u(i,j+1) + u(nd(j)-1,j+1)) \right) - \frac{bk_0\Delta t}{2\rho L\Delta x} \cdot \left( \sum_{i=1}^{nd(j)-1} \frac{(u(i,0)-u(i-1,j+1))^2}{\sqrt{1+2bu(i,0)}} + 2\sum_{r=1}^{j} \cdot \sum_{i=1}^{nd(j)-1} \frac{(u(i,r)-u(i-1,r))^2}{\sqrt{1+2bu(i,r)}} + \frac{nd(j)-1}{2\rho L\Delta x} \cdot \left( \sum_{i=1}^{nd(j)-1} \frac{(u(i,j+1)-u(i-1,j+1))^2}{\sqrt{1+2bu(i,r)}} \right) \right)$$

$$(20)$$

Luego se evalúa el sistema conjunto de las ecuaciones (17) a (20), mediante un proceso iterativo que a partir de un valor de s(j + 1) dado por la ecuación (21), resuelve el problema lineal (17) a (19) de n+1 ecuaciones con n+1 incógnitas; utilizando la función *Solve*, que se encuentra implementada en el *Matemática*. A continuación, con las n+1 temperaturas evalúa la ecuación (20) para recalcular la s(j + 1) con los valores de temperatura obtenidos y se reinicia el proceso de cálculo con este nuevo valor de s(j + 1), proceso que se repite hasta que su valor se estabiliza, utilizando la función *FixedPoint* también disponible en el *Matemática*.

$$s(j+1) = s(j) + \frac{1}{2} [(nd(j)+1)\Delta x - s(j)]$$
(21)

Si ha variado la posición de la interfase, la grilla se modifica agregando los nodos necesarios (generalmente la variación es de un nodo) si se verifica que la condición dada por la ecuación (22)

$$\left(nd(j)+1\right)\cdot\Delta x < s(j+1) \tag{22}$$

### **3- RESULTADOS OBTENIDOS**

En las Figuras 2 y 3 se muestra, respectivamente, la posición de la frontera líquido - sólido y la temperatura en el borde que recibe el calor, en función del tiempo, cuando la excitación externa es un flujo de calor constante e igual a 50  $W/m^2$ . En cada una ellas se ha representado

con color azul los resultados correspondientes a la conductividad térmica constante (b=0) con color rojo cuando ésta disminuye con la temperatura (b<0) y con color verde cuando aumenta (b>0). El tiempo total de cálculo es de 48 horas.



Figura 2: Posición de la interfase para q=50 W/m<sup>2</sup> y distintos valores de *b*.

En la Figura 2 se observa que la posición de la interfase no difiere sustancialmente con el valor de b, para este flujo de calor en el tiempo analizado, mientras que en la Figura 3 se observa que la temperatura en el borde fijo se ve afectada por el valor de tal coeficiente.



Figura 3: Temperaturas en la pared que recibe el flujo de calor q=50 W/m<sup>2</sup> y distintos valores de b.

En las Figuras 4 y 5 se muestra, respectivamente, la posición de la frontera líquido - sólido y la temperatura en el borde que recibe el calor, en función del tiempo, cuando la excitación externa es un flujo de calor constante e igual a 100 W/m<sup>2</sup>. En ellas se ha utilizado el mismo código de colores que para el flujo de 50 W/m<sup>2</sup>.



Figura 4: Posición de la interfase para q=100 W/m<sup>2</sup> y distintos valores de b.

En ambas se observa que el valor correspondiente a b<0, está limitado hasta un determinado tiempo, es aquel en que la conductividad térmica se hace negativa, lo que corresponde a un valor imaginario, en la ecuación (9); próximo a este valor, se observa el crecimiento de la temperatura.



Figura 5: Temperaturas en la pared que recibe el flujo de calor q=100 W/m<sup>2</sup> y distintos valores de b.

Se observa que para este flujo la posición de la interfase comienza a diferenciarse con el valor de b, a partir de las 24 horas de cálculo; (Figura 4), mientras que en la temperatura tal diferencia se hace notoria a unas 6 horas de iniciado el proceso de calentamiento, (Figura 5) observándose el rápido crecimiento de ella para valores negativos del coeficiente b, antes de que el valor de la conductividad térmica k se torne negativo.

En las Figuras 6 y 7 se muestra, respectivamente, la posición de la frontera líquido - sólido y la temperatura en el borde que recibe el calor, en función del tiempo, cuando la excitación

externa es un flujo de calor creciente, que aumenta desde 50 a 100W/m<sup>2</sup> en 48 horas. En ellas se ha respetado también el mismo código de colores utilizado en los casos anteriores.



Figura 6: Posición de la interfase para q creciente de 50 a  $100 \text{W/m}^2$  y distintos valores de b

En ambas se observa que el valor correspondiente a b<0, también se encuentra limitado hasta un determinado tiempo, aquel en que la conductividad térmica se hace negativa.



Figura 7: Temperaturas en la pared que recibe q creciente de 50 a 100 W/m<sup>2</sup> y distintos valores de b.

Se observa que para este flujo la posición de la interfase comienza a diferenciarse con el valor de *b*, a partir de las 30 horas de cálculo; (Figura 6) mientras que en la temperatura esta diferenciación se hace notoria a unas 15 horas de iniciado el proceso de calentamiento, (Figura 7) observándose el rápido crecimiento de ella para valores negativos del coeficiente *b*, antes de que el valor de *k* se torne negativo. Este efecto es similar al del flujo de calor constante de 100 W/m<sup>2</sup>, solo que se ve demorado pues en el flujo creciente la temperatura en el borde asciende más lentamente. Este efecto no se observa cuando el flujo es de 50 W/m<sup>2</sup>,

simplemente por el hecho de que la temperatura en el borde no alcanza al cabo de 48 horas el valor que hace que k se torne negativo, aunque si se observa el rápido crecimiento de su valor.

Tanto las posiciones de las interfases como las temperaturas son sustancialmente distitnas de un flujo a otro. Si bien al principio el flujo constante de  $50W/m^2$ , es similar al creciente, cuando éste último comienza a aumentar se marcan claramente las diferencias entre la posicion de la interfase y la temperatura entre ambos.

En todos los flujos se observa que la posición de la interfase y la temperatura para el caso de k=cte, esto es b=0, se encuentra entre los valores correspondientes a la conductividad variable, entre b<0 y b>0 para la posición de la interfase y entre b>0 y b<0 para la temperatura. Esto es así pues cuando b<0 la conductividad térmica es menor y la sustancia de cambio de fase absorbe menos calor, por lo que la frontera avanza menos pero la temperatura en el borde se hace mayor precisamente al absorber menos calor; el efecto contrario ocurre cuando b>0.

#### **4- CONCLUSIONES**

El modelo de cálculo es confiable y permite determinar la posición de la interfase y la distribución de temperaturas en forma rápida, lo que permite evaluar el comportamiento del material de cambio de fase sin tener que recurrir a la construcción de un prototipo experimental con los costos adicionales que ello genera.

La energía proveniente del flujo de calor se utiliza en producir el cambio de fase y en elevar la temperatura del líquido emergente, en distintas proporciones dependiendo del signo de *b*. Cuanto mayor es la conductividad térmica menos energía se emplea en elevar la temperatura del líquido y más en producir el cambio de fase.

La posición de la interfase líquido – sólido y la temperatura dependen del flujo de calor recibido y de la forma con que la conductividad térmica varía con la temperatura. La posición de la interfase condiciona el espesor del material de cambio de fase a utilizar, el que en las condiciones analizadas no supera los 16 cm. La temperatura en el borde que recibe el calor limita el tiempo del acondicionamiento térmico ya que no puede superar la temperatura a la que debe mantenerse el recinto. Así cuando b<0 es importante tener en cuenta el rápido crecimiento de este valor a medida que el coeficiente *k* disminuye.

**AGRADECIMIENTOS:** El presente trabajo se desarrolló en el marco del proyecto de Investigación 1554 del Consejo de Investigaciones de la Universidad Nacional de Salta, a quien se agradece su financiamiento.

#### REFERENCIAS

- Boucíguez, A; Lozano, R y Lara, M. Acondicionamiento Térmico de Productos Agrícolas con Sustancias de Cambio de Fase: Caso de Flujo de Calor Constante y Exponencial. Avances en Energías Renovables y Medio Ambiente, Revista de la Asociación Argentina de Energía Solar. Vol. 9, Nº 2, pág. 08.55 – 08.60, 2005.
- Boucíguez, A; Lozano, R y Lara, M. Problema de Frontera Móvil para Flujo de Calor de Tipo Exponencial. *Energías Renovables y Medio Ambiente, Revista de la Asociación Argentina de Energía Solar*. Vol. 16, pág. 55 59, 2005.
- Boucíguez, A Villa, L. Esteban, S y Lara, M. Una Propuesta de Acondicionamiento Térmico Utilizando Sustancias de Cambio de Fase. 9° Brazilian Congress of Enginnering and Thermal Sciences. (ENCIT 2002), CIT02-0757, 2002
- Boucíguez, A Villa, L y Lara, L. Análisis de Sustancias de Cambio de Fase para su Utilización en el Envasado y Transporte de Productos Alimenticios. *VI Congreso*

Iberoamericano de Aire Acondicionado y Refrigeración (CIAR 2001). pág. 640 – 648, 2001.

- Boucíguez, A; Lozano, R; Sánchez, A. y Lara, M. Conservación de Productos Agrícolas Utilizando Sustancias de Cambio de Fase. Avances en Energías Renovables y Medio Ambiente. Revista de la Asociación Argentina de Energía Solar, Vol.10, pp. 2.23 – 2.30, 2006.
- Burden, R y Faires, D. Análisis Numérico. Thomson Learning. México, 2004.
- Carslaw, H y Jaeger, J. *Conduction of Heat in Solid*. Oxford Science Publications, Clarendon Press. Oxford, 1988.
- Farid, M; Khudhair, A; Razack, S y Al-Hallaj, S. A Review on Phase Change Energy Storage: Materials and Applications. *Energy Conversion and Management* 45, pp.1597 – 1615, 2004.
- González, J. *Estudio de Problemas de Frontera Libre en Materiales de Cambio de Fase para su Aplicación en el Acondicionamiento Térmico de Productos Frutihortícolas*. Tesis de Licenciatura en Física, Facultad de Ciencias Exactas Universidad Nacional de Salta, 2006.
- Hamdan, M y Elwerr, F. Thermal Energy Storage Using a Phase Change Material. *Solar Energy*, Vol. 56, N° 2, pp. 183 189, 1996.
- Hasan, A y Sayigh, A. Some Fatty Acids as Phase Change Thermal Energy Storage Materials. *Renewable Energy*, Vol. 4, N° 1, pp. 69 76, 1994.
- Laamberg, P; Lehtiniemi, R y Henell, A. Numerical and Experimental Investigation of Melting and Freezing Processes in Phase Change Material Storage. *International Journal of Thermal Sciences*, 43, pp. 277 287, 2004.
- Lock, G. Latent Heat Transfer. An Introduction to Fundamentals. Oxford Engineering Science Series, 1996.
- Lozano, R. Boucíguez, A y Lara, M. Influencia de Flujos de Calor en Sustancias de Cambio de Fase en el Acondicionamiento Térmico de Productos Agrícolas. *Revista Energías Renovables y Medio Ambiente*. Vol. 20, pág. 67 73, 2007.
- Lozano, R. Boucíguez, A y Lara, M. Comportamiento de Sustancias Orgánicas de Cambio de Fase Excitadas con la Misma Energía. *Mecánica Computacional. Asociación Argentina de Mecánica Computacional. Vol. XXVI*, pág. 3603 3613, 2007.
- Medina, M. Bouciguez, A. Lara, M. Diseño de un Embalaje para Productos Biológicos con Absorción del Calor de Respiración a través de un Material con Cambio de Fase. *Energías Renovables y Medio Ambiente, Revista de la Asociación Argentina de Energía Solar*, Vol. 14, pp. 39 – 44, 2004.
- Nochetto, R. Una Introducción General a la Resolución Numérica del Problema de Stefan Unidimensional. *Cuadernos del Instituto de Matemática "Beppo Levi"*. *Univerisdad Nacional de Rosario*, pp.143–166, 1984
- Stritih, U. Heat Transfer Enhancement in Latent Heat Thermal Storage System for Building. *Energy and Building*, 35, pp. 1097 – 1104, 2003.
- Swern, D. *Physical Properties of Fats and Fatty Acids*. Cap. 3 Bailey's Industrial Oil and Fat Products, 1964.
- Tyagi, V y Buddhi, D. PCM Thermal Storage in Buildings: A State of Art *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, Vol. 11, Issue 6, pp.1146-1166, 2007.
- Wolfram, S. *The Mathematica ® Book*. Wolfram Medio, Cambridge University Press. 4<sup>th</sup> Edition, 1999.
- Zerroukat, M; Chatwin, C. Computational Moving Boundary Problems. Research Studies Press LTD. John Wiley & Sons. England, 1994.