MECOM 99
Mendoza
6-10 de septiembre de 1999

MODELO ELASTOPLASTICO PARA MEDIOS COHESIVOS FRICCIONALES PARCIALMENTE SATURADOS

Ricardo Schiava
Universidad Nacional de Santiago del Estero
Avda. Belgrano (s) 1912-(4200) Santiago del Estero. Argentina

Guillermo Etse

Laboratorio de Estructuras, Universidad Nacional de Tucumán
Avda. Independencia 1400-(4000) Tucumán .Argentina

RESUMEN

Los suelos parcialmente saturados se consideran como medios porosos conformado por tres fases : sólida , líquida y gaseosa. La deformación de un suelo de este tipo es debida tanto a la variación de su estado tensional como a la variación del contenido de humedad.

En este trabajo se formula un modelo constitutivo elastoplástico para materiales cohesivos friccionales en el cual se incorpora como componentes tensionales adicionales, la presión neta total y la variación de la succión. Estas se aplican al modelo basado en un criterio de falla de tipo cono-capa , de tres invariantes propuesto originalmente por Sture , Macari y Runesson (MRS-Lade model).

ABSTRACT

The unsaturated soils is made up of porous medium in three phases : solids, phase air and phase water. The deformation of the soil was related to both stress changes and variation degree of saturation.

This paper present a elastoplastic model constitutive formulation for cohesive-frictional materials , incorporated two sets of independent variables stress state , the total net stress and matric suction, within the context of elastoplastic models cone-cap yield surface of three invariants, made up for Sture, Macari and Runesson , which is know like MRS - Lade model.

INTRODUCCION

En el pasado, la mecánica de suelos saturados desarrollada considerando a la presión efectiva, (σ - u_w) como una variable adecuada que definía el estado de tensiones.El desarrollo de la Mecánica de los suelos no saturados, ha permitido una generalización de la misma para validar su aplicación para la gran mayoría de los suelos encontrados en la ingeniería práctica, con grados de humedad variables. Esta involucra el estudio de una gran variedad de tipos de suelos con una gama de propiedades muchas veces no comparables entre sí ; por ejemplo : suelos expansivos, suelos loésicos colapsables, suelos compactados ,etc.

A pesar de las incertidumbres que aún hoy se admiten en el comportamientos de los suelos parcialmente saturados, se reconoce la conveniencia de la formulación de modelos constitutivos bajo las siguientes premisas :

Los modelos sirven como elementos conceptuales básicos para el desarrollo y perfeccionamiento del conocimiento.

Los modelos se formulan sobre la base de una teoría que permite comprender y discutir los resultados obtenidos a través de distintos ensayos.

El modelo constitutivo es una herramienta de ayuda para la identificación de los parámetros básicos y en la indagación de los estados que gobiernan el comportamiento del suelo.

El comportamiento de los suelos bajo contenido de humedad variable ha sido motivo de numerosas investigaciones teóricas, numéricas y experimentales.

Ensayos con succión controlada, han puesto en evidencia que el humedecimiento ó la saturación del suelo bajo presiones de confinamiento pueden inducir deformaciones volumétricas irreversibles .

Desde el punto de vista de la modelación constitutiva para el análisis computacional, Alonso y otros[8] propusieron un modelo constitutivo elastoplástico con variables de endurecimiento en función del trabajo plástico desarrollado.

En él, la deformación de un suelo parcialmente saturado se describe en función de la variación de las tensiones netas y de la succión, en el marco de un criterio de " estado crítico". Su trabajo puede ser reconocido como la formulación más comprensiva que incorpora ambos fenómenos.

En el presente trabajo se propone un modelo elastoplástico para suelos parcialmente saturados. El mismo fue formulado sobre la base del modelo de Lade para materiales cohesivos friccionales y que fuera extendido Sture y otros [1].

ELASTOPLASTICIDAD-FORMULACION TEORICA

En el contexto de la Teoría de la Plasticidad las relaciones constitutivas para un amplio rango de materiales elastoplásticos se pueden escribir como :

$$d\sigma = d\sigma_e - d\sigma_p = D : (d\varepsilon - d\varepsilon_p) \qquad (1.1)$$

$$d\varepsilon_p = d\lambda\, m \qquad (1.2)$$

$$m = A^{-1} : n = A^{-1} : \frac{\partial F}{\partial \sigma} \qquad (1.3)$$

$$dq = d\lambda\; H : m \qquad (1.4)$$

En donde:

$\boldsymbol{\sigma}$ es el tensor de tensiones de Cauchy

ε_p es la porción plástica del tensor de deformaciones totales ε

q es un conjunto de valores escalares de la variables de endurecimiento-ablandamiento.

La relación (1.1) define la forma aditiva de la relación elastoplástica constitutiva según Prandtl-Reuss : $d\varepsilon = d\varepsilon_e + d\varepsilon_p$, con D tensor elástico de cuarto orden.

Las ecuaciones (1.2) y (1.3) expresan en general la ley de fluencia no asociativa donde la dirección de las deformaciones plásticas está definida por m , que es obtenida mediante modificación del tensor n gradiente de la superficie de fluencia F por medio del tensor de transformación de cuarto orden A [2]. Finalmente se define la evolución de la variable de endurecimiento/ablandamiento q por medio del tensor H de variables de estado.

El multiplicador plástico $d\lambda$ se determina mediante las condiciones complementarias de la elastoplasticidad, que según el criterio de carga-descarga de Kuhn-Tucker se expresa como :

$$F(\sigma, q) \leq 0 \;;\quad d\lambda \geq 0 \quad;\quad F\, d\lambda = 0 \tag{1.5}$$

Para la integración de las ecuaciones elastoplásticas se aplica en este trabajo Closest Point Projection Method (CPPM).

MODELO ELASTOPLASTICO PARA MEDIOS COHESIVOS FRICCIONALES PARCIALMENTE SATURADOS

Los suelos parcialmente saturados se consideran como un medio porosos conformado por tres fases : sólida , líquida y gaseosa. La deformación de un suelo de este tipo es debida tanto a la variación del estado tensional como a la variación de su estado succional por variación del contenido de humedad[6].

Se considera que la deformación total consiste en la suma de las componentes elásticas y plásticas debidas a los cambios del estado tensional y de succiones. En forma incremental general se puede expresar como :

$$d\varepsilon = d\varepsilon^{e}{}_{\sigma} + d\varepsilon^{p}{}_{\sigma} + d\varepsilon^{e}{}_{s} + d\varepsilon^{p}{}_{s} \tag{2.1}$$

en donde los superíndices e , p refieren a las componentes elásticas y plásticas y los subíndices σ y s a la contribución de la tensiones y succiones

El comportamiento elastoplástico puede ser caracterizado por medio de un conjunto de relaciones constitutivas que son en general de la forma :

$$\varepsilon_{ij} = \varepsilon^{e}{}_{ij} + \varepsilon^{p}{}_{ij} \tag{2.2}$$

$$\sigma_{ij} = D_{ijkl}\, \varepsilon^{e}{}_{kl} \tag{2.3}$$

$$d\varepsilon^{p}{}_{ij} = d\lambda\, m_{ij}\,(\sigma_{ij},\, q_{*},\, s) \tag{2.4}$$

$$dq_{*} = d\lambda\, h_{*}(\sigma_{ij},\, q_{*},\, s) \tag{2.5}$$

siendo : ε_{ij} , $\varepsilon^{e}{}_{ij}$ y $\varepsilon^{p}{}_{ij}$, tensor de deformación total, elástico y plástico, σ_{ij} es el tensor de tensiones de Cauchy y q_* significa algún conjunto conveniente de variables internas debidas al estado tensional y de succión. El asterisco en el subíndice de q reemplaza a n índices (por ejemplo ij).

La ecuación (2.2) expresa la comúnmente usada descomposición aditiva del tensor de deformaciones infinitesimal en sus partes elásticas y plásticas. La ecuación (2.3) representa la ley de Hooke generalizada , con relación lineal entre esfuerzos y deformaciones elásticas a través del tensor de rigidez D_{ijkl}. Se asume la relación simétrica $D_{ijkl} = D_{klij.}$, m_{ij} es la dirección de la fluencia plástica, h_* el módulo plástico de tensiones y h_{s*} módulo plástico por succión, y $d\lambda$ es un parámetro plástico que debe ser determinado con el auxilio del criterio de carga-descarga..

El parámetro plástico puede evaluado con la condición de Kuhn-Tucker como :

$$F(\sigma_{ij},\, q_{*},\, s) \leq 0 \tag{2.6}$$

$$d\lambda \geq 0 \tag{2.7}$$

$$F\, d\lambda = 0 \tag{2.8}$$

En las ecuaciones previas $F(\sigma_{ij}, q_*, s)$ denota la función de fluencia del material, y la (2.6) caracteriza el correspondiente dominio elástico (dentro de la superficie de fluencia) que es presumiblemente convexa a lo largo de cualquier proceso de carga, condiciones (2.7) y (2.8) que deben cumplirse simultáneamente .

Finalmente, la condición de consistencia plástica (ó la condición de primer orden de aproximación) resulta :

$$dF = \frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}} d\sigma_{ij} + \frac{\partial F}{\partial q_*} dq_* + \frac{\partial F}{\partial s} ds = n_{ij}\, d\sigma_{ij} + \xi_* dq_* + n_{s*}\, ds = 0 \qquad (2.9)$$

donde :

$$n_{ij} = \frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}} \qquad (2.10)$$

$$\xi_* = \frac{\partial F}{\partial q_*} \qquad (2.11)$$

$$n_{s*} = \frac{\partial F}{\partial s} \qquad (2.12)$$

La ecuación (2.9) tiene el efecto de confinamiento de la trayectoria de tensiones en la superficie de fluencia (que es mínimo en el plano tangencial) . Cabe hacer notar que n_{ij} , ξ_* y n_s son normales a la superficie de fluencia en el espacio de las tensiones y en el espacio de la variables plásticas de tensiones y succiones respectivamente.

APLICACIÓN DEL CPPM EN EL ESPACIO GENERAL DE TENSIONES.

El CPPM, corresponde a la minimización de la energía de disipación plástica en el espacio métrico definido por el operador elástico modificado mediante el tensor de cuarto orden A, Este & Willam [2], que describe la relación entre el gradiente a la superficie de fluencia y el gradiente del potencial plástico (ver ec(1.3)).

La expresión variacional en el espacio de tensiones se puede expresar como :

$$1/2(\,{}^{n+1}\sigma - \sigma^*) : {}^{n+1}C^e_A : (\,{}^{n+1}\sigma^e - {}^{n+1}\sigma\,) \geq 0 \qquad \forall\, \sigma^* \in B\,(\,{}^{n+1}\kappa\,) \qquad (3.1)$$

Las tensiones efectivas en el caso de suelos parcialmente saturados se expresa como :

$$\sigma' = \sigma\bullet + \delta\, s - \sigma_s \qquad (3.2)$$

donde : σ' es el estado de tensiones efectivos

$\sigma\bullet$ es el estado de tensiones neto total

s es la succión definida como : $s = p_g - p_w$, con p_g presión del aire y p_w presión del agua

σ_s = es estado tensional en los granos del suelo por efecto de la succión y δ es el tensor de Kronecker

Entonces : $\sigma\bullet = \sigma' - \delta\, s + \sigma_s$ (3.3)

Si hacemos :

$$d\sigma' = D\,(d\varepsilon - d\varepsilon^p)$$

$$d\sigma_s = D\, d\varepsilon_s^p = - D\, \delta\, \frac{ds}{3\, K_s} \qquad (3.4)$$

$$d\varepsilon_s^p = - \delta\, \frac{ds}{3\, K_s} \qquad (3.5)$$

en donde : K_s es el módulo de compresibilidad de los granos del suelo debido a la succión

Resulta : $d\sigma\bullet = D\,(d\varepsilon - d\varepsilon^p - D^{-1}\delta\, ds - d\varepsilon_s^{\,p})$ (3.6)

y llamando a $A_s = D^{-1}\delta$ matriz de succión

se obtiene la expresión de la tensión neta en concordancia con H. R .Thomas y He [8]:

$$d\sigma\bullet = D\,(d\varepsilon - d\varepsilon^p - A_s\, ds - d\varepsilon_s^{\,p}) \qquad (3.7)$$

Además :

$$d\sigma\bullet = D\,(d\varepsilon - d\varepsilon^p) - \delta\, ds - D\;\delta\;\frac{ds}{3\,K_s}$$

$$d\sigma\bullet = D\,(d\varepsilon - d\varepsilon^p) - \frac{1}{3}\left(\delta^t\delta + \frac{\delta^t\;D\;\delta}{3\,K_s}\right)\delta\,\underline{ds}$$

y denominando : $\alpha = \dfrac{1}{3}\left(\delta^t\delta + \dfrac{\delta^t\;D\;\delta}{3\,K_s}\right)$ (3.8)

constante de Biot para suelos parcialmente saturados.

Entonces se tendrá : $d\sigma' = d\sigma\bullet + \alpha\,\delta\, ds$ (3.9)

Volviendo a la expresión variacional (3.2) y expresándola en términos del estado de tensiones efectivos será :

$$({}^{n+1}\sigma' - \sigma'^*) : {}^{n+1}C^e_A : ({}^{n+1}\sigma'^e - {}^{n+1}\sigma') \geq 0 \qquad \forall\, \sigma'^* \in B\,({}^{n+1}\kappa)$$

$$\{({}^{n+1}\sigma\bullet + \alpha\,\delta\,{}^{n+1}s) - (\sigma\bullet^* + \alpha\,\delta\, s^*)\} : {}^{n+1}C^e_A : \{({}^{n+1}\sigma\bullet^e + \alpha\,\delta\,{}^{n+1}s^e) - ({}^{n+1}\sigma\bullet + \alpha\,\delta\,{}^{n+1}s)\} \geq 0$$

$$\forall\, \sigma\bullet^*, s^* \in B\,({}^{n+1}\kappa)$$

$$\{({}^{n+1}\sigma\bullet - \sigma\bullet^*) + (\alpha\,\delta\,{}^{n+1}s - \alpha\,\delta\, s^*)\} : {}^{n+1}C^e_A : \{({}^{n+1}\sigma\bullet^e - {}^{n+1}\sigma\bullet) + (\alpha\,\delta\,{}^{n+1}s^e - \alpha\,\delta\,{}^{n+1}s)\}$$

y finalmente la expresión variacional será :

$$({}^{n+1}\sigma\bullet - \sigma\bullet^*) : {}^{n+1}C^e_A : ({}^{n+1}\sigma\bullet^e - {}^{n+1}\sigma\bullet) + \alpha\,(\delta\,{}^{n+1}s - \delta\, s^*) : {}^{n+1}C^e_A : \alpha\,(\delta\,{}^{n+1}s^e - \delta\,{}^{n+1}s) \geq 0$$

$$\forall\, \sigma\bullet^* \in B\,({}^{n+1}\kappa) \qquad (3.10)$$

Se puede observar que la solución a la desigualdad anterior, sujeta a la condición de consistencia plástica, se la obtiene como un problema de encontrar para un ${}^{n+1}\sigma$ y un ${}^{n+1}s$ que satisfaga la condición de mínima :

mín $E_A(\sigma\bullet^*, s^*)$ $\quad \forall\, \sigma\bullet^*, s^* \in B\,({}^{n+1}\kappa)$

donde $E_A(\sigma\bullet^*, s^*)$ representa la distancia desde ${}^{n+1}\sigma\bullet^e$, ${}^{n+1}s^e$ al conjunto $B\,({}^{n+1}\kappa)$.

Para el caso especial aquí considerado de endurecimiento isotrópico , la expresión en la forma invariante es más conveniente. El conjunto es definido como :

$$B\,(\kappa) = \{(p\bullet, q, \theta, s) \mid F_i\,(p\bullet, q, \theta, s, \kappa_i) \leq 0,\ i=1,2,..m\} \qquad (3.11)$$

donde el tensor $\sigma\bullet$ es expresado en término de los invariantes de tensiones $p\bullet$, q , θ y s es considerado como un cuarto invariante [5]. Entonces :

$$p = -1/3\, I_1 \;,\; q = (3\, J_{2D})^{½} \;,\; \cos\theta = \frac{(3)^{3/2}\, J_{3D}}{2((J_{2D})^3)^{1/2}} \qquad (3.12)$$

$$I_1 = \sigma_{kk} \;,\; J_{2D} = ½\; s_{ij}\, s_{ij} \;,\; J_{3D} = 1/3\; s_{ij}\, s_{jk}\, s_{ki} \;,\; s_{ij} = \sigma_{ij} - 1/3\, \sigma_{kk}\, \delta_{ij} \qquad (3.13)$$

El ángulo de Lade θ en la ecuación anterior implica que $\theta = 0$ define el meridiano de CTE y en $\theta = \pi/3$ el meridiano de CTC.

Para elasticidad isotrópica el tensor de rigidez elástica tangente D^e y su complementario C^e se expresan en términos del módulo volumétrico K y de corte G como :

$$D^e = 2\, G\, I + \left(K - \frac{2}{3}\, G \right) 1 \otimes 1 \qquad (3.14)$$

$$C^e = \frac{1}{2G} \left(I - \frac{1}{3}\; 1 \otimes 1 \right) + \frac{1}{9K}\; 1 \otimes 1 \qquad (3.15)$$

La energía puesta en función de los invariantes es :

$$2\, E(p\bullet, q, \theta, s) = \frac{1}{3G} ({}^{n+1} q^e - q^*)^2 + \frac{2}{3G} [1 - \cos ({}^{n+1} \theta - \theta^*)]\, {}^{n+1} q^e\, q^* +$$

$$+ \frac{1 + {}^{n+1}\beta}{K} ({}^{n+1} p\bullet^e - p\bullet^*)^2 + \alpha \left(\frac{1 + {}^{n+1}\beta}{K}\right)({}^{n+1} s^e - s^*)^2 \qquad (3.16)$$

La solución de $\min E_A (p\bullet , q, \theta, s) \quad \forall\, \sigma\bullet , s \in B\, ({}^{n+1} \kappa)$

sujeta a la condición de consistencia plástica $F(p\bullet, q, \theta , s , \kappa) \leq 0$ puede hacerse minimizando la nueva función denominada Lagrangiana que se expresa :

$$L = E_A (p\bullet, q, \theta , s) - \lambda\, F (p\bullet, q, \theta , s , {}^{n+1}\kappa) \leq 0 \qquad (3.\, 17)$$

donde : λ es el multiplicador Lagrangiano asociado a la condición de consistencia.

En correspondencia con el extremo de la condición del estado de carga plástica haciendo $d\, L = 0$, y por simplicidad $\Delta\lambda \equiv \lambda$ y $\Delta\mu \equiv \mu$ se obtiene :

$$({}^{n+1} p\bullet - {}^{n+1} p\bullet^e) + {}^{n+1}\mu\; {}^{n+1} \varnothing \left(\frac{\partial F}{\partial p\bullet} \right) = 0 \qquad (3.18)$$

$${}^{n+1} q - {}^{n+1} q^e \cos ({}^{n+1}\theta^e - {}^{n+1}\theta) + {}^{n+1}\mu \left(\frac{\partial F}{\partial q} \right) = 0 \qquad (3.19)$$

$${}^{n+1}q\quad {}^{n+1}q^e \;\mathrm{sen}\, ({}^{n+1}\theta^e - {}^{n+1}\theta) - {}^{n+1}\mu \left(\frac{\partial F}{\partial \theta} \right) = 0 \qquad (3.20)$$

$$({}^{n+1}s - {}^{n+1}s^e) + \frac{{}^{n+1}\mu\; {}^{n+1}\varnothing}{\alpha} \left(\frac{\partial F}{\partial s} \right) = 0 \qquad (3.21)$$

$$F ({}^{n+1}p\bullet, {}^{n+1}q, {}^{n+1}\theta , {}^{n+1}s , {}^{n+1} \kappa) = 0 \qquad (3.22)$$

donde :

$p\bullet$ = presión neta en exceso sobre la presión de gas.

$\mu = 3G\,\lambda$ es el multiplicador Lagrangiano modificado y

$$\varnothing = \frac{K}{3G(1+\beta_i)} = \frac{2\ (1+\nu\ )}{9(1-2\nu)(1+\beta_i)} \qquad (3.23)$$

Se observa la dependencia de las características de compresibilidad elásticas (ν) y plásticas (β).

El proceso de iteración consiste en un simple bucle de iteración que comprende las soluciones de las ecuaciones (3.19) á (3.23)[3] .En un caso extremo puede resolverse directamente para el multiplicador Lagrangiano μ vía iteración de la condición de consistencia, pero para criterios de fluencia de múltiples superficies complejas esto puede traer dificultad especialmente en el cambio de superficies activas.

Con el objeto de lograr un máximo control en el cálculo de ${}^{n+1}p\bullet$, ${}^{n+1}q$, ${}^{n+1}\theta$, ${}^{n+1}\mu$ y ${}^{n+1}s$ para la proyección , se adopta dos niveles de iteración.

En primera instancia, las variables ${}^{n+1}\theta$, ${}^{n+1}\kappa$ se mantienen fijas durante la proyección de tensiones sobre la superficie de fluencia fija. Después de la convergencia, nuevos valores de las variables ${}^{n+1}\theta$, ${}^{n+1}\kappa$ se calculan que definen una nueva superficie de fluencia. En la proyección a la superficie de fluencia fija , para un valor dado de κ , el sistema de ecuaciones (3.19) á (3.23) es resuelto para ${}^{n+1}p\bullet$, ${}^{n+1}q$, ${}^{n+1}\theta$ y ${}^{n+1}s$ mediante dos niveles de iteración procediendo con los valores elásticos y predictor de succión ($p\bullet^e$, q^e, θ^e y s^e).

Para un dado $\theta = \underline{\theta}$, pudiéndose tomar como valor inicial $\theta = \theta^e$ se resuelve como :

$${}^{n+1}p\bullet = {}^{n+1}p\bullet^e - \sum_{i=1}^{M} \mu_i\, \varnothing_i \left(\frac{\partial F_i}{\partial p\bullet} \right) = 0 \qquad (3.24)$$

$${}^{n+1}q = {}^{n+1}q^e \cos\left({}^{n+1}\theta^e - {}^{n+1}\theta \right) - \sum_{i=1}^{M} \mu_i \left(\frac{\partial F}{\partial q} \right) = 0 \qquad (3.25)$$

$${}^{n+1}s = {}^{n+1}s^e - {}^{n+1}\mu\ {}^{n+1}\varnothing \left(\frac{\partial F}{\partial s} \right) \qquad (3.26)$$

$$F\left({}^{n+1}p\bullet, {}^{n+1}q, \underline{\theta}\ , s\ , \kappa\ \right) = 0 \qquad (3.27)$$

Cuando se obtienen los valores de ${}^{n+1}p\bullet$, ${}^{n+1}q$, μ , ${}^{n+1}s$ se calcula un nuevo valor de θ de la ecuación (3.21) haciendo :

$$z(\theta) = {}^{n+1}q\ \ {}^{n+1}q^e \ \mathrm{sen}\left({}^{n+1}\theta^e - {}^{n+1}\theta \right) - \mu_i \left(\frac{\partial F}{\partial \theta} \right) \qquad (3.28)$$

Una vez obtenidos los invariantes (${}^{n+1}p\bullet$, ${}^{n+1}q$, ${}^{n+1}\theta$, ${}^{n+1}s$), para los valores fijos de κ , se calculan los componentes cartesianos de ${}^{n+1}\sigma$ vía tensiones principales y direcciones principales de tensiones.

El incremento de deformaciones plásticas se calcula usando la regla de Koiter, y descomponiendo como :

$$\Delta\varepsilon^{p} = \lambda\ {}^{n+1}m = \Delta\varepsilon^{p}_{d} + 1/3\ \Delta\varepsilon_v^{\ p}\, 1 \qquad (3.29)$$

donde $\varepsilon_v = \mathrm{tr}\,(\varepsilon)$ es la parte volumétrica de la deformación y $\varepsilon_d = -\,1/3\ \varepsilon_v\ 1$ es la parte desviatórica.

Ambas componentes de la deformación se pueden poner como :

$$\Delta\varepsilon_d{}^p = \frac{1}{2G} ({}^{n+1}\sigma^e{}_d - {}^{n+1}\sigma_d) \; ; \; \Delta\varepsilon_v{}^p = \frac{1}{K} ({}^{n+1}p\bullet^e - {}^{n+1}p\bullet) \; ; \; \Delta\varepsilon_s{}^p = \frac{\delta \; ({}^{n+1}s^e - {}^{n+1}s)}{3 K_s} \qquad (3.30)$$

Estas expresiones se pueden usar para calcular el incremento del trabajo plástico en la ley de endurecimiento :

$$\Delta w^p = {}^{n+1}\sigma : \Delta\varepsilon^p = \Delta w^p{}_d + \Delta w^p{}_v$$

en donde : $\Delta w^p{}_d = {}^{n+1}\sigma_d : \Delta\varepsilon^p{}_d = {}^{n+1}q : \Delta\varepsilon_d{}^p$ y $\Delta w^p{}_v = {}^{n+1}p\bullet : \Delta\varepsilon_v + {}^{n+1}s : \Delta\varepsilon_{vs}$ (3.31)

Para la salida del parámetro de endurecimiento se itera para obtener un nuevo ${}^{n+1}\kappa$ mediante la iteración de punto fijo de Picard y con interpolación adaptativa inversa [1] , [3]. Este proceso continúa hasta lograr la convergencia en F $({}^{n+1}p\bullet, {}^{n+1}q, \theta , s , \kappa) = 0$ .Se chequea el criterio de convergencia. Si converge se obtiene la salida .

MODELO L-S : FUNCIONES DE FLUENCIA Y POTENCIAL PLÁSTICO

El modelo elástoplástico de MRS- Lade para materiales cohesivos-friccionales fue descripto por Sture y otros, y es esencialmente un modelo más avanzado que el originalmente desarrollado por Lade como un modelo de tres invariantes para arenas [1]. Este modelo ha sido desarrollado para simular la respuesta de materiales friccionales con baja cohesión, como las arenas, para estados de confinamientos variables.Para simular este comportamiento se considera :

-Una formulación con dos superficies de fluencia , una superficie curva “aplanada “ correspondiente al cono que se intersecta con otra superficie curva también “ alisada “ en el plano desviatórico.

-Las variables de endurecimiento y ablandamiento de ambas superficies están basadas en el trabajo plástico de disipación.

- Regla de no asociatividad en el plano meridiano y asociada en el plano desviatórico en la región del cono y una regla de asociatividad en la región de capa.

-Capacidad del modelo para considerar las fuerzas de cohesión y una superficie curva en el plano meridiano de la región del cono.

El comportamiento de los suelos parcialmente saturados se puede describir con una generalización del comportamiento elasto-plástico introduciendo dos independientes variables del estado de tensiones. Para ello se emplean el cambio de succión ($p_g - p_w$) y la presión neta total ($p - p_g$) , como se aplica en el modelo de Alonso y otros, donde p representa la componente hidrostática del tensor de tensiones totales, p_w representa la presión del agua y p_g la presión del aire ó fase gaseosa.

La presión neta según Bishop se puede expresar en función de la relación entre la presión del aire y del agua según el grado de saturación como :

$$p' = p - (1 - S_r) p_g - S_r p_w = p - p_g + S_r s \qquad (4.1)$$

es decir que cuando el suelo está en condiciones de total saturación $S_r = 1$, por lo que la presión efectiva se reduce al concepto de Terzaghi : $p' = p - p_w$

De aquí se deduce claramente que el cambio del estado de tensiones netas p’ puede se inducido por un cambio de presión del gas ó por un cambio de succión y por saturación.

Formulación de las superficies de fluencia cono y capa.

$F_{cono}(p, q,\theta,s,\kappa_{cono},) = q (1 + q / q_a)^{m} g(\theta) -\eta_{cono}(\kappa_{cono}) (p\bullet +s- p_c)= 0$ (4.2)

$F_{capa}(p,q,\theta,s,\kappa_{capa})=((p\bullet - p_m)/ p_r)^{2} -(q (1 + q / q_a)^{m} g(\theta) / f_r))^{2} -1.0 = 0$; donde :

p_c es la cohesión ,variable con la succión : $p_c = k\ s$, con k cte del material [7],[8]

$g(\theta)$ es la función de Willam - Warnke [1],que genera la traza asimétrica de la superficie de fluencia en el plano desviatórico.

Funciones de potencial plástico :

$Q_{cono}(p, q,\theta,s,\kappa_{cono},)= q(1 + q / q_a)^{m} g(\theta) -n\ \eta_{cono}(\kappa_{cono})(p\bullet +s- p_c)= 0$ (4.3)

y la parte de capa es la misma que la función de fluencia , es decir hay asociatividad en esta porción :

$Q_{capa}(p,q,\theta,s,\kappa_{capa},) = ((p\bullet - p_m)/ p_r)^{2} - (q (1 + q / q_a)^{m} g(\theta) / f_r))^{2} - 1.0 = 0$ (4.4)

Función Endurecimiento y Ablandamiento del cono

El parámetro de endurecimiento κ_{cono} está definido en término del trabajo de disipación plástica w^p durante la carga en el actual camino de tensiones [1]:

$$w^p = \int_0^{{}^{n+1}\varepsilon_{ij}^{p}} \sigma_{ij}\ d\varepsilon_{ij}^{p} \qquad (4.5)$$

y κ_{cono} se define como :

$$\kappa_{cono} = \int_0^{{}^{n+1}\varepsilon_{ij}^{p}} \frac{1}{c_{cono}\ p_a} \left[(p\bullet+s - p_c)/p_a\right]^{-1} \sigma_{ij}\ d\varepsilon_{ij}^{p} \qquad (4.6)$$

donde : c_{cono} , p_a , y 1 son constantes del material.

Como se define en la ecuación (2.5) :

$$dq_{*} = d\lambda\ h_{*}(\sigma_{ij} , q_{*} , s) \qquad (4.7)$$

representan un conjunto conveniente de leyes de endurecimiento que gobiernan la evolución de la variables plásticas. En estas ecuaciones h_* es el módulo plástico y $d\lambda$ es el parámetro plástico ha determinarse con el criterio de carga y descarga. Para nuestro caso hacemos : $h_* = \kappa_{cono}$ y entonces por definición :

$$d\kappa_{cono} = \frac{1}{c_{cono}\ p_a} \left[(p\bullet+s - p_{cs}) /p_a\right]^{-1} \sigma_{ij}\ d\varepsilon_{ij}^{p} \qquad (4.8)$$

y como : $d\varepsilon^{p}_{ij} = d\lambda\ m_{ij} (\sigma_{ij} ,\ q_* , s)$

resulta : $d\kappa_{cono} = d\lambda \dfrac{1}{c_{cono}\, p_a} [(p\bullet + s - p_c) /p_a]^{-1} \sigma_{ij}\, m_{ij} (\sigma_{ij},\ q_*, s)$ (4.9)

y se ve claramente que $h_*(\sigma_{ij}, q_*, s)$ resulta una función escalar de la forma :

$$h_* = \frac{1}{c_{cono}\, p_a} [(p\bullet + s - p_c) /p_a]^{-1} \sigma_{ij}\, m_{ij} (\sigma_{ij},\ q_*, s) \quad (4.10)$$

Función Endurecimiento y Ablandamiento de la capa.

Siguiendo el mismo razonamiento anterior, ahora hacemos : $h_* = \kappa_{capa}$ y entonces por definición :

$$d\kappa_{capa} = \frac{1}{c_{capa}\, p_a} [(p_{cap,0} /p_a]^{-r} \sigma_{ij}\ d\varepsilon_{ij}^{p} \quad (4.11)$$

y como : $d\varepsilon^{p}_{ij} = d\lambda\, m_{ij} (\sigma_{ij},\ q_*, s)$, resulta :

$$dq_* = d\kappa_{capa} = d\lambda \frac{1}{c_{capa}\, p_a} [p_{cap,0} /p_a]^{-r} \sigma_{ij}\, m_{ij} (\sigma_{ij},\ q_*, s) \quad (4.12)$$

$$^{capa}h_* = \frac{1}{c_{capa}\, p_a} [p_{cap,0} /p_a]^{-r} \sigma_{ij}\, m_{ij} (\sigma_{ij},\ q_*, s) \quad (4.13)$$

En donde p_{cap} se define : $p_{cap} (\kappa_{capa}) = p_{cap,0} \ (1 + (\kappa_{capa})^{1/r})$ (4.14)

siendo : $p_{cap,0}$ la presión de preconsolidación dependiente del valor de la succión y que se define como : según la expresión de Schrefler[7], utilizada en este trabajo :

$$p_{cap,0} = p_0^* + \ i \ \ s \quad (4.15)$$

con : i constante del material y p_0^* es la presión preconsolidación en condiciones de saturación .

CONCLUSIONES

Se ha desarrollado un modelo constitutivo elastoplástico , basado en modelo de Lade, para materiales cohesivos friccionales con estados de succiones variables, que corresponden a contenidos de humedad diferentes en los suelos. Este trabajo propone un modelo que trata de generalizar el comportamiento de un suelo no saturado con la reproducción de su respuesta tenso-deformacional elastoplástica, teniendo en cuenta los factores dominantes en el proceso e introduciendo como nueva variable la succión. La respuesta , que se observa en los gráficos , obtenida para ensayos de compresión triaxial con presiones de confinamiento y estados succionales variables es satisfactoria comparando con las curvas obtenidas en ensayos de laboratorio con succión controlada .

REFERENCIAS

[1] Weihe, Stefan ; Thesis :" Implicit integration schemes for multi-surface yield criteria subjeted to hardening/softening behavior" University of Colorado, Boulder.

[2] Etse, G ; Willam ,K ; "Integration Algorithms for concrete plasticity ",

Enginering Computations.

[3] Macari, E.S. ; Weihe, S ; Arduino, P ; " Implicit integration of elastoplastic constitutive models for frictional materials with highly non-linear hardening functions ·"Mechanics of Cohesive-frictional materials , Vol 2(1997).

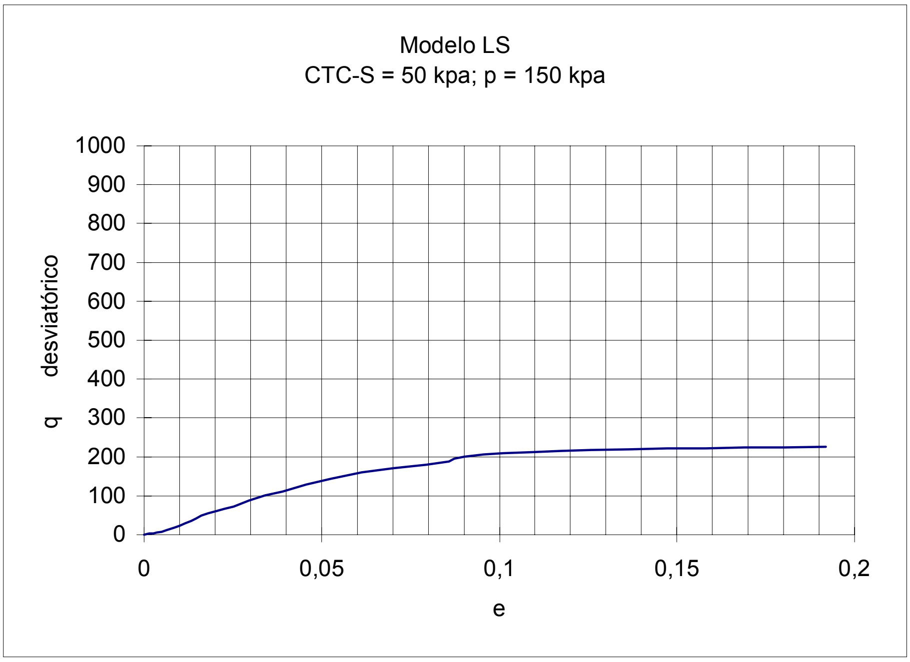
[4] Alonso.EE ; Gens, A y Josa , A ; (1990) “ A constitutive model for Partially Saturated Soils “,Geotechnique,n°3

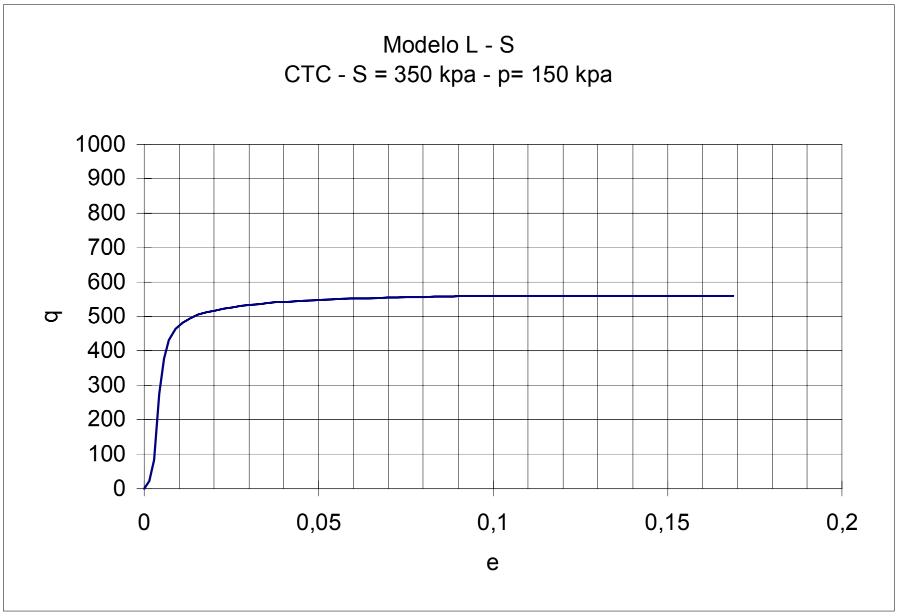
[5] Fredlund,D.G. (1996), “ The scope of unsaturated soil mechanics : An overview.UNSAT’95.Balkema-Rotterdam-Brookfield.

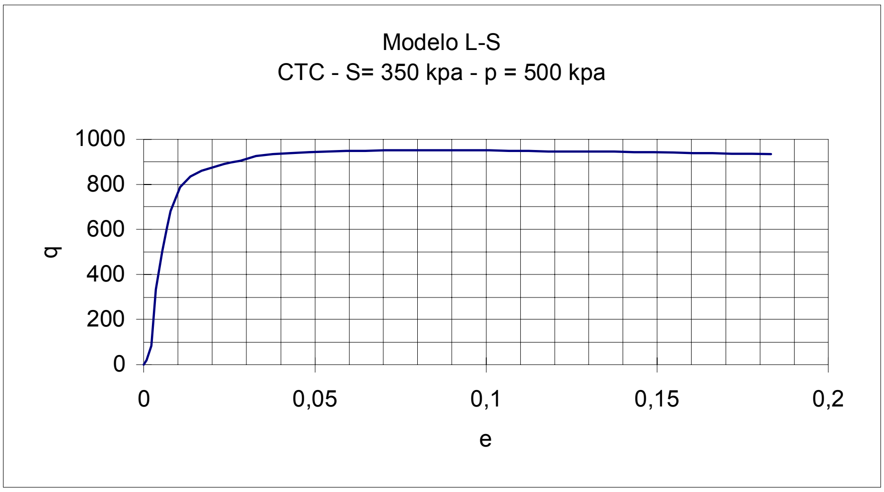
[6] Wheeler S.J. ; Karube,D ; “Constitutive modelling “,UNSAT’95.Balkema-Rotterdam-Brookfield.

[7] Schrefler,B.A ; Bolzon,G ; “Compaction in gas reservoirs due to capillary effects “,Computational Plasticity, CIMNE - Barcelona-1997

[8] Thomas, H.R. ; He , Y ; “ Computational modelling the behaviour of unsaturated soil using an elasto-plastic aproach”. Computational Plasticity, CIMNE - Barcelona-1997


Modelo LS
CTC-S = 50 kpa; p = 150 kpa
q desviatórico
1000
900
800
700
600
500
400
300
200
100
0
0
0,05
0,1
0,15
0,2
e


Modelo L - S
CTC - S = 350 kpa - p= 150 kpa
q
1000
900
800
700
600
500
400
300
200
100
0
0
0,05
0,1
0,15
0,2
e


Modelo L-S
CTC - S= 350 kpa - p = 500 kpa
q
1000
800
600
400
200
0
0
0,05
0,1
0,15
0,2
e