

MODELO TERMOMECAÁNICO ACOPLADO PARA SÓLIDOS CON GRANDES DEFORMACIONES ELASTOPLÁSTICAS

Alfredo E. Huespe, Alberto Cardona y Víctor D. Fachinotti

Centro Internacional de Métodos Computacionales en Ingeniería

CIMEC-INTEC (CONICET-UNL)

Güemes 3450, 3000 Santa Fe, Argentina

e-mail: ahuespe@tauro.arcride.edu.ar

RESUMEN

Este trabajo presenta un modelo numérico para evaluar el aumento de temperatura provocado por la disipación mecánica en procesos que involucran grandes deformaciones inelásticas. La formulación está especialmente dirigida a resolver problemas de conformado de materiales metálicos, en los cuales este fenómeno pueda llegar a jugar un papel preponderante, sea como precursor a la formación de fractura o como un mecanismo que favorezca el desarrollo de grandes deformaciones.

ABSTRACT

We present a numerical model to evaluate the temperature rising produced by the mechanical dissipation in large inelastic deformation processes. This formulation aims to solve metal forming problems, where this phenomenon plays a main role either in the fracture initiation or as a mechanism to produce large deformations.

INTRODUCCION

Para obtener un modelo numérico viable de conformado de metales en frío, se requiere de algoritmos robustos para resolver básicamente dos problemas. Uno es el modelado del comportamiento del material y del problema térmico asociado, cuando se somete al material a grandes deformaciones. En este caso, una descripción del tipo elasto-plástica clásica más la ecuación del balance de la energía lineal, son normalmente suficientes para modelar satisfactoriamente algunos de los fenómenos que se pretenden analizar. Una segunda cuestión es el algoritmo de contacto que en general requiere de un gran consumo de tiempo de computación, e impone límites difíciles de superar respecto del máximo paso de tiempo que se puede emplear en la simulación numérica.

En este trabajo presentamos un modelo para el tratamiento del problema termomecánico. Para ello, hemos seguido una serie de ideas tomadas de la literatura y que comentamos sucintamente a continuación. El trabajo publicado por Simo et al.⁶ presenta una formulación termodinámica detallada del problema acoplado. Aunque no seguimos estrictamente esta aproximación, hemos intentado mantenernos dentro de la misma forma de enmarcar el problema.

Una formulación termodinámica alternativa fue presentada por Kleiber.⁸ Otros trabajos que tratan el mismo problema, aunque sin énfasis en la formulación, son los de Glaser et al.¹¹ y Wrigger et al.⁹ Finalmente Agelet et al.² lo hacen en el contexto de las pequeñas deformaciones.

En lo que respecta al modelo de plasticidad, hemos expresado la energía libre dependiente del tensor de deformaciones de Hencky. Usamos además un esquema de integración propuesto en Weber et al.,³ el que cuando es expresado en direcciones principales, permite recuperar el esquema de integración de pequeñas deformaciones. Esta misma idea fue explotada en varios trabajos, en particular Bathe et al.¹ y Simo.⁵

En las siguientes secciones, describimos primero y muy resumidamente las cuestiones cinemáticas fundamentales del modelo, posteriormente describimos la energía libre y las ecuaciones de estado que se derivan de la misma. En la siguiente sección, presentamos el balance de energía y las ecuaciones de equilibrio y los procedimientos de discretización que utilizamos.

Finalmente presentamos un ejemplo de un espécimen traccionado sometido a un proceso de localización de deformaciones. Este mismo ejemplo fue estudiado en forma detallada en el artículo de Batra et al.,¹⁰ donde se analizan y explican los parámetros que inciden en la respuesta estructural.

CINEMÁTICA

Partiendo de la descomposición multiplicativa del gradiente de deformación

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}^e \mathbf{F}^p \quad (1)$$

donde $(\mathbf{F}^e)^{-1}$ determina una descarga elástica hasta una configuración intermedia libre de tensiones, resulta la descomposición aditiva del gradiente de velocidad $\mathbf{l} = \mathbf{l}^e + \mathbf{l}^p$, siendo cada término:

$$\mathbf{l}^e = \dot{\mathbf{F}}^e \mathbf{F}^{e-1} \quad (2)$$

$$\mathbf{l}^p = \mathbf{F}^e (\dot{\mathbf{F}}^p \mathbf{F}^{p-1}) \mathbf{F}^{e-1} = \mathbf{F}^e \mathbf{L}^p \mathbf{F}^{e-1} \quad (3)$$

Es común asociar el término (3) con la parte del gradiente de velocidad que produce disipación plástica, como veremos en las siguientes secciones.

En particular, la ley de flujo que imponemos, nos da una ecuación para la parte simétrica de \mathbf{l}^p . Asumimos nula su parte antisimétrica \mathbf{w}^p , con lo que finalmente resulta

$$\mathbf{d}^p = \mathbf{l}^p. \quad (4)$$

Esquema de integración. Mapeo del Retorno Exponencial

De la ecuación (3), donde hemos llamado $\mathbf{L}^p = \dot{\mathbf{F}}^p \mathbf{F}^{p-1}$, expresamos

$$\dot{\mathbf{F}}^p = \mathbf{L}^p \mathbf{F}^p. \quad (5)$$

Una alternativa para integrar esta ecuación diferencial es utilizar el operador integral implícito consistente propuesto en Weber et al.³

$$\mathbf{F}^{p \ t+\Delta t} = \exp(\Delta t \mathbf{L}^p \ t+\Delta t) \mathbf{F}^{p \ t} \quad (6)$$

Por transformaciones puramente algebraicas, utilizando propiedades de la función exponencial, la ecuación (6) es equivalente a

$$\mathbf{F}^{e \ t+\Delta t} = \exp(-\Delta t \mathbf{l}^p \ t+\Delta t) \mathbf{F}^{t+\Delta t} \mathbf{F}^{p \ t-1} \quad (7)$$

Esta ecuación discreta, junto con un esquema en diferencias finitas atrasado para integrar las variables internas del modelo, es utilizada en este trabajo para resolver el problema mecánico, como veremos inmediatamente.

Resaltamos que la ecuación (7) se ha obtenido con la única hipótesis de la descomposición multiplicativa del gradiente de deformación y de $\mathbf{w}^p = 0$. No obstante, la introducción de hipótesis adicionales, como la isotropía elástica, simplifica el tratamiento numérico de la ecuación referida.

ENERGÍA LIBRE: ECUACIONES DE ESTADO

Una clase de modelos materiales hiperelásticos e isotrópicos que ha mostrado buena flexibilidad para simular diferentes comportamientos de elastómeros, está dada por los denominados materiales de Ogden. Nosotros adoptamos un modelo de esta clase, en particular adoptando una expresión de la energía libre dependiente de los valores propios del tensor de Hencky. Sean λ_i los valores propio del tensor de estiramientos derecho \mathbf{U} , y $\varepsilon_i = \ln \lambda_i$ sus logaritmos. Disponiendo el vector

$$\boldsymbol{\varepsilon}^e = (\varepsilon_1^e, \varepsilon_2^e, \varepsilon_3^e) \quad ; \quad (8)$$

asociado ahora sólo a la parte \mathbf{F}^e (\mathbf{U}^e) del gradiente de deformación total, e introduciendo los valores $\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}^e = \boldsymbol{\varepsilon}^e - \frac{1}{3} \sum_{k=1}^3 \varepsilon_k \mathbf{e}_k$ que nos permite efectuar un desacople entre las componentes desviadora y esférica del tensor de tensiones; escribimos la energía libre con los siguientes términos:

$$\psi(\boldsymbol{\varepsilon}^e, \alpha, \theta) = \tilde{w}(\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}^e) + U(J, \theta) + H(\alpha, \theta) + \psi_\theta(\theta) \quad , \quad (9)$$

donde J es el Jacobiano de la deformación, α es una variable interna escalar que determina el endurecimiento plástico y θ es la temperatura. Cada uno de los términos, resulta:

$$\tilde{w}(\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}^e) = \mu(\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}} \cdot \tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}) \quad (10)$$

$$U(J, \theta) = \frac{\kappa}{2} \left(\ln[J \exp(-3\beta(\theta - \theta_r))] \right)^2 = \frac{\kappa}{2} \left(\ln(J_\theta) \right); \quad (11)$$

$$H(\alpha, \theta) = \frac{1}{2} h \alpha^2 + \left((\sigma_s - \sigma_Y) \left[\alpha + \frac{\exp(-\delta\alpha)}{\delta} \right] \right) (1 - \omega(\theta - \theta_r)) \quad (12)$$

$$\psi_\theta(\theta) = \rho_0 c \left[(\theta - \theta_r) - \theta \ln\left(\frac{\theta}{\theta_r}\right) \right] - \frac{\kappa}{2} (3\beta\theta)^2 \quad (13)$$

siendo θ_r una temperatura de referencia, mientras que los siguientes parámetros del material son: μ uno de los parámetros de Lamé, κ módulo volumétrico, h módulo de endurecimiento lineal, σ_s tensión de fluencia a saturación, σ_Y tensión de fluencia del material virgen, ω factor de sensibilidad a la temperatura del ablandamiento plástico, δ parámetro que gobierna la constante de tiempo del endurecimiento exponencial, β coeficiente de expansión térmica y c la capacidad calorífica (por unidad de masa) con ρ_0 la densidad en la configuración de referencia.

Esta descripción de la energía libre, determina el siguiente conjunto de ecuaciones de estado, referidas al tensor de tensiones de Kirchhoff $\boldsymbol{\tau}$ y a la variable interna tipo tensión A (más la entropía que no es descripta),

$$\boldsymbol{\tau} = \kappa [\ln(J_\theta)] \mathbb{I} + \sum_{a=1}^3 2\mu \tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_a^e \mathbf{n}_a \otimes \mathbf{n}_a \quad (14)$$

$$A = - \left(h\alpha + \left((\sigma_s - \sigma_Y) [1 - \exp(-\delta\alpha)] \right) \left[1 - \omega(\theta - \theta_r) \right] \right) \quad (15)$$

siendo \mathbf{n}_A los autovectores del tensor de estiramiento izquierdo \mathbf{V}_e . El segundo término del lado izquierdo de (14) es deviatórico y lo llamamos $\tilde{\boldsymbol{\tau}}$.

El modelo del comportamiento mecánico finalmente queda descrito por las leyes de flujo para las variables internas. Nosotros presentamos un material que responde a una teoría J_2 de deformaciones plásticas, por lo que el criterio de fluencia es dado por

$$\phi = \|\tilde{\boldsymbol{\tau}}\| - \sqrt{\frac{2}{3}}(\sigma_Y - A) \quad (16)$$

y las tasas de deformación plástica y de la variable interna resultan

$$\mathbf{d}^p = \gamma \frac{\tilde{\boldsymbol{\tau}}}{\|\tilde{\boldsymbol{\tau}}\|} \quad ; \quad \dot{\alpha} = \sqrt{\frac{2}{3}}\gamma \quad (17)$$

junto con las condiciones de consistencia plástica

$$\gamma \geq 0 \quad ; \quad \phi \leq 0 \quad ; \quad \gamma\phi = 0 \quad (18)$$

BALANCE DE ENERGÍA Y ECUACIÓN DE EQUILIBRIO

Siguiendo con el criterio arriba expuesto de utilizar la variable temperatura como primal en vez de la entropía, es posible escribir el balance de energía (Primer Principio de la Termodinámica) en la configuración espacial. En forma local y por unidad de volumen, resulta:

$$\rho c \dot{\theta} = \frac{\mathcal{D}}{J} - (\operatorname{div} \frac{\hat{\mathbf{q}}}{J} - r), \quad (19)$$

donde el vector flujo de calor de Kirchhoff ($\hat{\mathbf{q}} = J\mathbf{q}$) es determinado por la Ley de Fourier $\hat{\mathbf{q}} = -\kappa_\theta \nabla \theta$ con κ_θ la conductividad térmica del medio referida a la configuración espacial y r una posible fuente de calor distribuida en el volumen. El primer término del segundo miembro es la disipación mecánica derivado de la desigualdad de Clausius (Segundo Principio de la Termodinámica) y resulta:

$$\mathcal{D} = \boldsymbol{\tau} \cdot \mathbf{d} - \dot{\psi} = \boldsymbol{\tau} \cdot \mathbf{d}_p + A\dot{\alpha} = \sqrt{\frac{2}{3}}\gamma\sigma_y \quad (20)$$

Para obtener la segunda igualdad en esta ecuación, se utiliza implícitamente la hipótesis de isotropía elástica del material, con lo cual la consistencia entre el tensor \mathbf{d}_p en esta ecuación y la definición cinemática (3-4) en general no es válida.

Diversos autores consideran que sólo una fracción $\chi\mathcal{D}$, con $\chi < 1$, interviene en la ecuación de la energía (factor de Taylor-Quinney). Nosotros consideramos en el ejemplo a seguir que toda la disipación es introducida en la ecuación (19). De todos modos resulta trivial considerar valores diferentes de este factor. Otra observación que resaltamos es que al derivar esta ecuación hemos desechado los términos que corresponden a la derivada respecto a la temperatura

$$\partial_\theta(\boldsymbol{\tau} \cdot \mathbf{d}^e + A \cdot \dot{\alpha})$$

y que resultan pequeños en los problemas que pretendemos modelar. Esta hipótesis es común en la bibliografía (ver Glaser et al.¹¹).

Utilizamos un procedimiento de Galerkin estándar para discretizar la ecuación de la energía,

$$\int_B \rho c \dot{\theta} \delta \theta \, dv = \int_B (\mathcal{D} - r) \delta \theta + \nabla \delta \theta \cdot \kappa_\theta \nabla \theta \, dv + \int_{\Gamma_q} (\kappa_\theta \nabla \theta \cdot \mathbf{n} - \hat{\mathbf{q}}_\Gamma) \delta \theta \, d\Gamma \quad ; \quad \forall \delta \theta \in \mathcal{V}_\theta \quad (21)$$

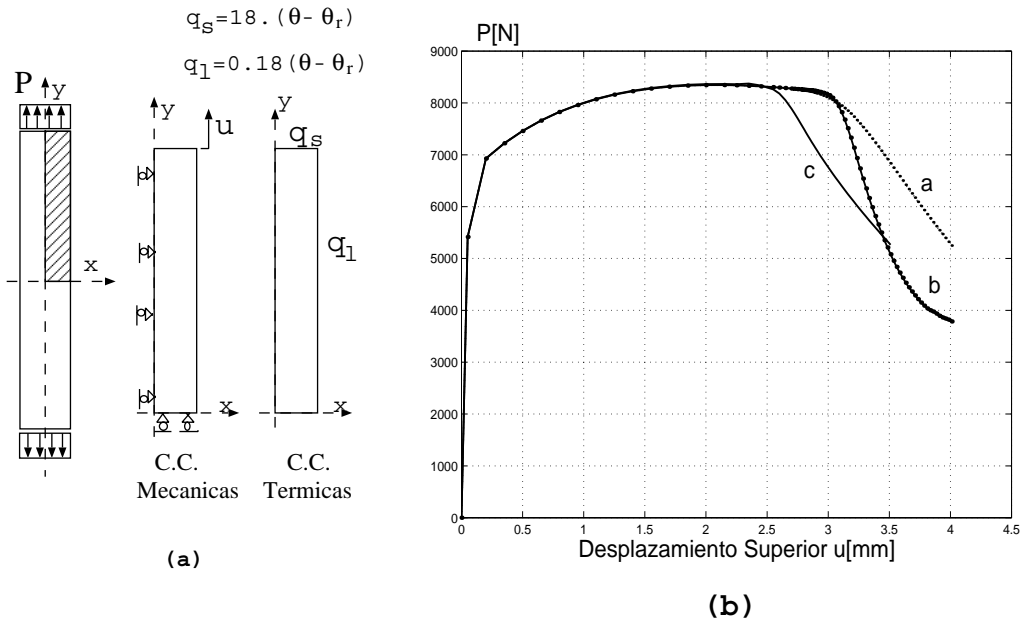


Figura 1: **a**: Modelo de la probeta sometida a grandes estiramientos y condiciones de contorno para los problemas mecánico y térmico; **b**: Curvas carga vs. desplazamiento del punto superior con referencia al eje de simetría horizontal para diferentes velocidades de carga y tipos de mallas

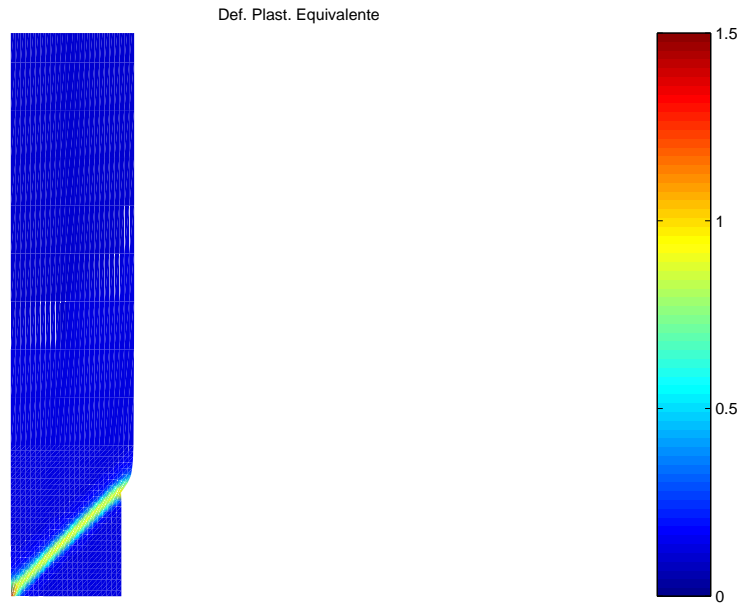


Figura 2: Campo de deformación plástica equivalente para el caso correspondiente a la curva b de la Figura 1-b ($u = 3.5mm$).

con el espacio de variaciones admisibles \mathcal{V}_θ generado por funciones bilineales a trozos consistentes con el elemento finito que utilizamos para el problema mecánico, como mostramos en la sección siguiente. El dominio de integración B resulta el de la configuración actual del cuerpo, mientras que Γ_q es el contorno con flujo de calor impuesto. Este tratamiento es estándar, salvo la dependencia de $\mathcal{D}(\theta)$ que hemos considerado para la derivación de la matriz tangente del problema térmico. En este caso incluimos el término siguiente

$$\partial_\theta \mathcal{D} = \partial_\theta \left(\sqrt{\frac{2}{3}} \gamma \sigma_Y \right) = - \left(\frac{\sqrt{\frac{2}{3}}}{2\mu} \partial_\theta A \right) \quad (22)$$

Resolvemos la ecuación de equilibrio en forma discreta, utilizando una formulación débil con interpolación de tres campos: $(\hat{\mathbf{u}}, \hat{J}, \hat{p})$, donde cada uno de ellos son aproximaciones a los desplazamientos, Jacobianos ($\det \mathbf{F}$), y de tensiones medias respectivamente. De este modo resultan las siguientes ecuaciones variacionales

$$\int_B \left((\hat{\boldsymbol{\tau}} + \hat{p} \mathbb{I}) \cdot \nabla_x \delta \hat{\mathbf{u}} - \mathbf{b} \cdot \delta \hat{\mathbf{u}} \right) dv - \int_{\Gamma_f} \mathbf{f} \cdot \delta \hat{\mathbf{u}} d\Gamma = 0 \quad ; \quad \forall \delta \hat{\mathbf{u}} \in \mathcal{V}_u \quad (23)$$

$$\int_B \left((\boldsymbol{\tau} \cdot \mathbb{I}) - \hat{p} \right) \delta \hat{J} dv = 0 \quad ; \quad \forall \delta \hat{J} \in \mathcal{V}_J \quad (24)$$

donde \mathbf{b} y \mathbf{f} son fuerzas volumétricas distribuidas en el volumen del cuerpo y de superficie impuestas en el contorno Γ_f respectivamente. La tensión $\boldsymbol{\tau}$ se resuelve en cada punto de Gauss utilizando la ecuación de estado (14) con el Jacobiano \hat{J} interpolado independientemente de $\hat{\mathbf{u}}$ y evaluado a través de la ecuación variacional

$$\int_B (\det \mathbf{F} - \hat{J}) \delta \hat{p} dv = 0 \quad ; \quad \forall \delta \hat{p} \in \mathcal{V}_p \quad (25)$$

Esta formulación sigue la propuesta de Simo et al.,⁷ quienes la han obtenido a partir de un principio variacional de tres campos para hiperelasticidad. Así, el elemento finito del tipo Q1P0 con el cual hemos resuelto el ejemplo que veremos luego, se obtiene a partir de esta formulación en el caso particular que los campos de interpolación sean bilineales para $\hat{\mathbf{u}}$ (\mathcal{V}_u) y constantes a trozos para \hat{J} y \hat{p} (\mathcal{V}_J , \mathcal{V}_p) en el dominio de cada elemento finito.

ESQUEMA DE INTEGRACIÓN DEL PROBLEMA TERMOMECAÁNICO

El problema termomecánico es modelado por el conjunto de ecuaciones de balance (23,24,21) más las ecuaciones constitutivas (14, 15, 17, 18). Éstas, como se ha presentado arriba, son un conjunto de ecuaciones diferenciales en el tiempo. Para resolverlas, proponemos un desacople en dos subproblemas. Uno, mecánico-isotérmico, i.e. fijado el campo de temperaturas se procede a la solución de los campos restantes. El segundo, problema térmico, donde los campos $(\hat{\mathbf{u}}, \hat{J}, \hat{p})$ se fijan y se obtiene el de temperaturas. Ambos pasos son resueltos en un proceso iterativo, hasta conseguir convergencia.

Para el problema térmico, hemos utilizado un esquema de diferencias finitas atrasado. Mientras tanto, el problema mecánico-isotérmico es resuelto por un procedimiento del tipo predictor-corrector. En el paso predictor, se mantiene constante el gradiente de deformación plástica \mathbf{F}^p . Con esto, en el paso de tiempo $t \rightarrow t + \Delta t$, resulta

$$(\mathbf{F}^e)^* = \mathbf{F}^{t+\Delta t} (\mathbf{F}^p)^{-1} \quad (26)$$

mientras que el paso corrector consiste en mantener fijo $\mathbf{F}^{t+\Delta t}$, variando $\mathbf{F}^p(\tau)$ y $\mathbf{F}^e(\tau)$ de modo tal que las tensiones debidas a $\mathbf{F}^{e, t+\Delta t}$ sean plásticamente admisibles. La ecuación de evolución correspondiente al paso corrector se puede escribir por transformaciones algebraicas, y utilizando el operador integral (7), como:

$$(\mathbf{b}^e)^{t+\Delta t} = \exp(-2\Delta t \mathbf{d}^p) (\mathbf{b}^{e*}) \quad (27)$$

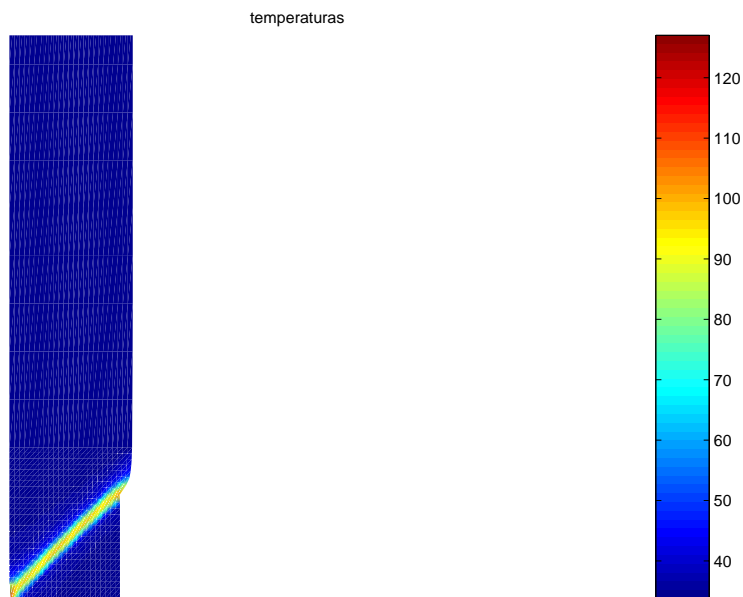


Figura 3: Campo de temperatura para el caso correspondiente a la curva b de la figura 1. ($u = 3.5mm$)

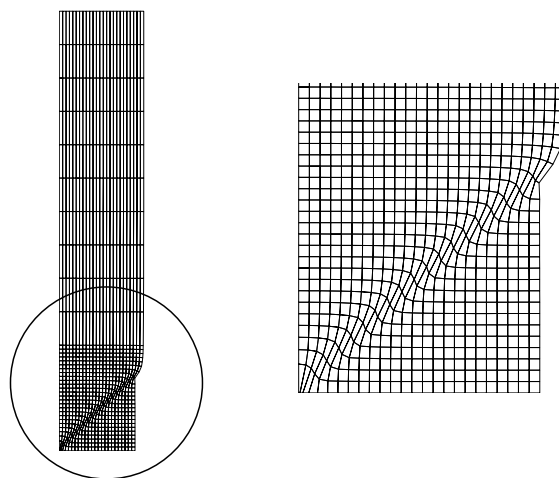


Figura 4: Malla deformada para el caso correspondiente a la curva b de la figura 1. ($u = 3.5mm$)

ecuación que para el caso de plasticidad J_2 con endurecimiento lineal isotrópico, se puede resolver en forma cerrada cuando se la expresa en una base formada por los autovectores del tensor $\mathbf{b}^{e*} = (\mathbf{F}^e)^* (\mathbf{F}^e)^{*T}$.

EJEMPLO: FORMACIÓN DE UNA BANDA DE CORTE

El ejemplo que mostramos, corresponde al estiramiento de una probeta rectangular en estado plano de deformación (Fig.1-a). Tiene como particularidad que con grandes estiramientos presenta dos modos de deformación esencialmente diferentes, según la velocidad de deformación a la cual es sometida.

Con altas velocidades de deformación, el término correspondiente a la disipación plástica en la ecuación del balance de energía, predomina sobre el de conducción. Consecuentemente, el problema térmico resulta quasi-adiabático. El modo de deformación que puede surgir en este caso es el de deformaciones plásticas muy grandes y concentradas en una banda de ancho muy pequeño, constituyendo un típico ejemplo de localización de deformaciones.

Con velocidad de deformación baja, surge un mecanismo alternativo dado por la formación de una estricción en alguna sección horizontal de la probeta.

También, dependiendo de las condiciones de contorno impuestas al problema térmico, es posible que la respuesta de la estructura presente puntos singulares (i.e. bifurcación) en alguna etapa del proceso de carga. Esto sucede cuando se imponen condiciones adiabáticas en el contorno.

Nuestro modelo corresponde a una geometría de ancho $w = 0.0128m$ y longitud $l = 0.0533m$. Modelamos sólo 1/4 de la probeta, y las condiciones de contorno impuestas son las mostradas en la Fig.1-a. Las propiedades térmicas y mecánicas del material son las siguientes:

$$\begin{aligned}
 \mu &= 80.2 \times 10^9 \text{ Nw/m}^2, \\
 \kappa &= 164.2 \times 10^9 \text{ Nw/m}^2, \\
 c &= 0.46 \times 10^3 \text{ J/Kg/}^\circ\text{K}, \\
 \kappa_\theta &= 45. \text{ J/Kg/}^\circ\text{K/seg}, \\
 \rho_0 &= 7.8 \times 10^3 \text{ Kg/m}^3, \\
 \beta &= 1.2 \times 10^{-5} \text{ (1/}^\circ\text{K)}, \\
 \theta_r &= 293.^\circ\text{K}, \\
 \omega &= 0.008 \text{ (1/}^\circ\text{K)}, \\
 \delta &= 16.93, \\
 h &= 129.24 \times 10^6 \text{ Nw/m}^2, \\
 \sigma_Y &= 450. \times 10^6 \text{ Nw/m}^2, \\
 \sigma_s &= 715. \times 10^6 \text{ Nw/m}^2.
 \end{aligned}$$

La Fig.1-b muestra las curvas carga-desplazamiento para las siguientes velocidades de deformación y mallas: curva a: 500.(1/seg), malla de 8x15 EF; curva b: 500.(1/seg), malla de 25x35 EF; curva c: 0.01(1/seg), malla de 25x35 EF;

Las Figuras 2 y 3 muestran la distribución de los campos de deformación plástica equivalente y temperaturas cuando se estira la probeta con una velocidad de 500.(1/seg), utilizando una malla de 25x35 EF. En ellas, así como en la Figura 4, se observa claramente cómo se llega al estado de localización característico de este caso con grandes estiramientos. El fenómeno de discontinuidad es también observado en la distribución del campo de temperaturas, como es señalado en la literatura.

Resaltamos finalmente que el esquema de Newton utilizado, en ambos pasos mecánico y térmico, hace uso de un procedimiento de relajación que no afecta la convergencia cuadrática típica del método. De este modo, las curvas mostradas en la Fig. 1 se han conseguido resolver en aproximadamente 60 incrementos de tiempo. Por otro lado, en la región donde se ha observado un mayor grado de acoplamiento entre las respuestas mecánica y térmica, se necesitaron

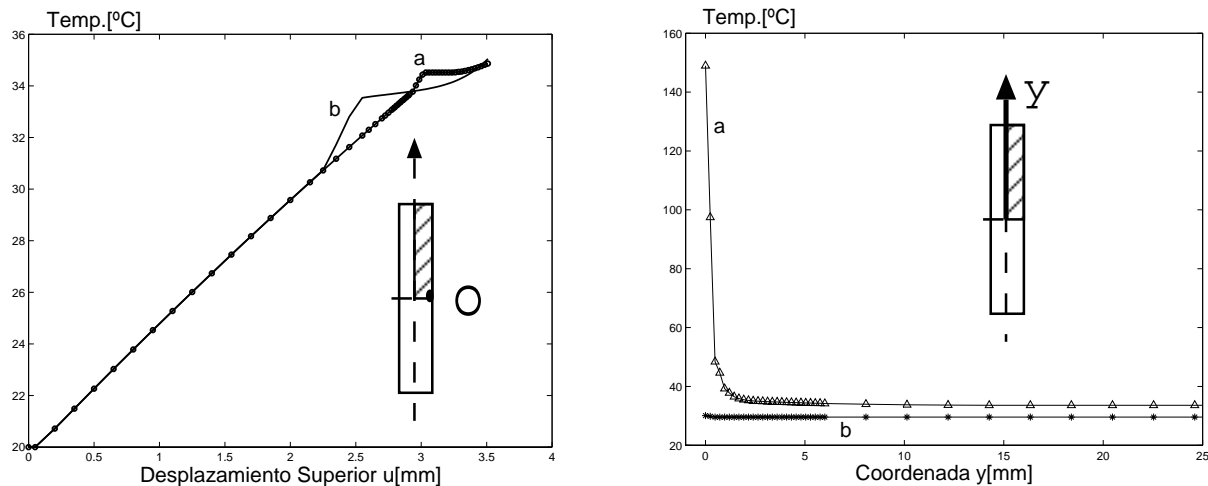


Figura 5: **a:** Evolución de la temperatura del punto O en el tiempo: curva a- velocidad de deformación 500(1/seg), curva b- velocidad de deformación 0.01(1/seg). **b:** Distribución de la temperatura a lo largo del eje y curva a- $u = 4.mm$, curva b- $u = 2.mm$, ambas corresponden a una velocidad de deformación de 500(1/seg).

como máximo 5 iteraciones termomecánicas para conseguir una disminución aceptable de la norma del residuo.

CONCLUSIONES

Si bien diferentes aspectos del presente modelo han sido previamente presentados en la literatura, la adopción de un esquema de retorno mapeado exponencial en el contexto de problemas termomecánicos para el modelado de este tipo de fenómenos puede ser considerado un aporte original del presente trabajo.

Una de las principales propiedades del método, es la robustez que heredan las ecuaciones discretas. Destacamos también la simplicidad y economía computacional para evaluar la solución del problema mecánico, el cual es por otro lado el sub-problema más costoso en el proceso de solución.

El desacople mecánico-térmico presentado, si bien en la actualidad es un procedimiento estándar, se ha mostrado eficiente para resolver el caso mostrado de la formación de una banda de corte adiabática. Aunque este ejemplo no es representativo de toda la gama de problemas termomecánicos posibles, sí constituye un ejemplo de aquellos aspectos que interesan para el modelado del conformado de metales en frío, que es el objeto final de esta investigación.

Es sabido que para el ejemplo presentado, la respuesta en la etapa postcrítica de ablandamiento del material no puede ser correctamente modelada con los procedimientos descritos en este trabajo, ni con aquéllos de la literatura previamente mencionados. Las cuestiones asociadas con esta conducta numérica se abordan en los trabajos presentados por Oliver et al.⁴ y referencias allí mencionadas.

Agradecimiento

El primer autor está disfrutando actualmente de una estancia en el Departamento de Resistencia de Materiales de la ETSECCPB, Universidad Politécnica de Catalunya, mediante una beca concedida por la Sec. de Estado de Educación Univ. Inv. y Desarrollo de España; trabajando con el Prof. J. Oliver, a quien agradece por la discusión de algunas ideas vertidas en este trabajo.

Los autores también agradecen a Conicet el apoyo económico recibido a través del "Subsidio PIP 266" para realizar el proyecto en el que se enmarca el presente trabajo.

REFERENCIAS

- [1] A.L. Eterovic and K.J. Bathe. A Hyperelastic Based Large Strain Elasto-plastic constitutive Formulation with Combined Isotropic-kinematic Hardening using the Logarithmic Stress and Strain Measures. *Int. J. Num. Meth. Eng.*, 30:1099–1114, 1990.
- [2] C. Agelet de Saracibar, M. Cervera and M. Chiumenti. On the formulation of coupled thermoplastic problems with phase-change. *Int. J. of Plast.*, 15:1–34, 1999.
- [3] G. Weber and L. Anand. Finite Deformation Constitutive Equations and a Time Integration Procedure for Isotropic Hyperelastic-visoplastic Solid. *Comp.Meth.Appl.Mech.Eng.*, 79:173–202, 1990.
- [4] J. Oliver, M. Cervera and O. Manzoli. Strong discontinuities and continuum plasticity models: the strong discontinuity approach. *Int. J. Plast.*, 15:319–351, 1999.
- [5] J.C. Simo. Algorithm for Static and Dynamic Multiplicative Plasticity that Preserve the Classical Return Mapping Schemes of the Infinitesimal Theory. *Comp. Meth. Appl. Mech. Eng.*, 99:61–112, 1992.
- [6] J.C. Simo and C. Miehe. Asociative coupled thermoplasticity at finite strains: formulation, numerical analysis and implementation. *Comp.Meth.Appl.Mech.Eng.*, 98:41–104, 1992.
- [7] J.C. Simo and R.L. Taylor. Quasi-incompressible finite elasticity in principal stretches. Continuum basis and numerical algorithms. *Comp.Meth.Appl.Mech.Eng.*, 85:273–310, 1991.
- [8] M. Kleiber. Computational Coupled Non-associative Thermo-plasticity. *Comp. Meth. Appl. Mech. Eng.*, 90:943–967, 1991.
- [9] P. Wrigger, C. Miehe, M. Kleiber and J.C. Simo. On the coupled thermomechanical treatment of necking problems via finite element methods. *Int. J. Num. Meth. Eng.*, 33:869–883, 1992.
- [10] R.C. Batra. Effect of material parameters on the initiation and growth of adiabatic shear band. *Int. J. Solid Struct.*, 23:1435–1446, 1987.
- [11] S. Glaser and B. Kroplin. Thermo Mechanical Coupling in Elasto-Plastic Analysis. In E. Onqte, J. Periaux, A. Samuelsson, editor, *Finite Elements in the 90's*, pages 59–67, 1991.