

## **ELEMENTO PANEL PARA EL ANALISIS DINÁMICO NO-LINEAL DE MUROS DE MAMPOSTERÍA ENCADENADA**

**Francisco J. Crisafulli**

*Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional de Cuyo,  
Casilla de Correo 405, Mendoza 5500, Argentina*

**Athol J. Carr**

*Department of Civil Engineering, University of Canterbury  
Private Bag 4800, Christchurch, New Zealand*

### **RESUMEN**

Se presenta en este trabajo la formulación e implementación computacional de un macro-elemento panel de cuatro nodos propuesto para el análisis dinámico no-lineal de muros de mampostería encadenada. Esta formulación se basa en consideraciones obtenidas de resultados experimentales y trata de reflejar en forma racional el comportamiento de muros de mampostería encadenada sometidas a acciones laterales en su plano.

El elemento propuesto está formado por cuatro resortes axiales (bielas de compresión) ubicados en la dirección de las diagonales del panel, cuyo comportamiento histerético y resistencia están definidos en base a un modelo propuesto previamente para mampostería sometida a esfuerzos axiales. Además, el elemento panel incluye un resorte de corte horizontal, con el cual se representa el mecanismo de fricción-adherencia característico de las juntas de mortero. La resistencia de este resorte depende de las propiedades mecánicas de la mampostería y de los esfuerzos que se desarrollan en los resortes axiales. De esta forma, el elemento panel es capaz de considerar por separado la respuesta de la mampostería en compresión y corte, pudiendo modelar en forma adecuada distintos tipos de falla del panel, en particular la falla por deslizamiento en las juntas de mortero.

### **ABSTRACT**

This paper presents the formulation and development of a four-node panel element proposed for the non-linear dynamic analysis of masonry infills. This formulation is based on experimental results and it is aimed at representing the behaviour of infilled frames subjected to in plane, lateral loading.

The proposed element is formed by four axial springs located in the direction of the diagonals of the panel. The hysteretic behaviour and resistance of the springs are based on an analytical model developed previously for masonry subjected to axial loading. The panel element also includes a shear spring, which is able to represent the bond-friction mechanism typical of mortar joints. The shear resistance of this spring is evaluated taking into account the mechanical properties of masonry and the axial forces acting on the axial springs. The panel element represents separately the axial and shear behaviour of masonry, being able to model different types of failure, particularly, the sliding shear failure of the mortar joints.

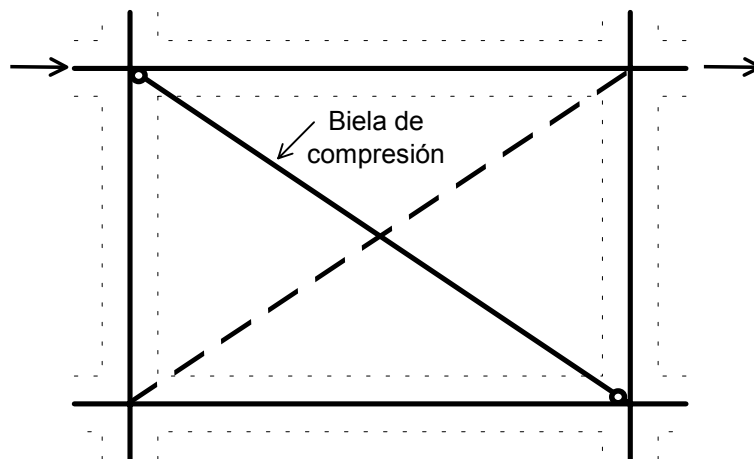
### **INTRODUCCIÓN**

Los muros de mampostería encadenada son estructuras compuestas, formadas por muros de mampostería rodeados por un pórtico de hormigón armado. Estas estructuras exhiben un comportamiento complejo que es difícil de representar adecuadamente mediante modelos analíticos debido a que la respuesta es altamente no-lineal. Los principales factores que pueden afectar el comportamiento son: fisuración y aplastamiento en la mampostería,

fisuración del hormigón, fluencia y deslizamiento de las armaduras de refuerzo, degradación de las interfaces mampostería-hormigón y separación del muro de mampostería.

Las diferentes métodos y procedimientos propuestos en la literatura técnica para el análisis de muros de mampostería encadenada pueden dividirse en dos grandes grupos: micro-modelos y macro-modelos. El primer grupo considera aquellos modelos en los que la estructura es discretizada utilizando un número significativo de elementos de distintas características que permiten representar los efectos locales en detalle, mientras que el segundo grupo incluye modelos simplificados que simulan la respuesta estructural en forma global. El método de los elementos finitos y el modelo de la biela de compresión equivalente son ejemplos típicos de ambos grupos. Una revisión bibliográfica detallada de los distintos modelos matemáticos usados para el análisis de muros de mampostería encadenada ha sido presentada por Crisafulli<sup>1</sup>.

El elemento panel que se presenta en este trabajo está basado en el modelo de la biela de compresión equivalente, propuesto por Polyakov<sup>2, 3</sup> para representar el efecto del panel de mampostería cuando la estructura es sometida a esfuerzos laterales. Esta representación se basa en el hecho de que el muro de mampostería se separa del pórtico (debido a sus propiedades diferentes), quedando en contacto ambas estructuras solamente a lo largo de dos esquinas diagonalmente opuestas. La idea de la biela equivalente fue posteriormente implementada y mejorada por Holmes<sup>4</sup> y Stafford Smith<sup>5, 6</sup>, siendo hoy una de las metodologías más usadas por los ingenieros calculistas para el análisis y diseño de muros de mampostería encadenada. En la Fig. 1 se representa este modelo, indicándose con línea discontinua la biela que estaría traccionada para la dirección de carga indicada, y que por lo tanto no se incluye en el análisis (se supone que la resistencia a la tracción es despreciable).



**Figura 1:** Modelo de la biela de compresión equivalente para muros de mampostería encadenada.

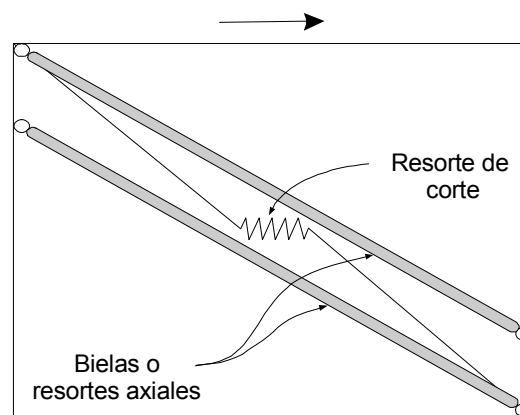
Numerosas ecuaciones, basadas en estudios experimentales y analíticos, han sido propuestas para determinar el ancho de la biela equivalente. La discusión de dichas ecuaciones se encuentra fuera del alcance de este trabajo. A los fines prácticos de la aplicación de este modelo, se recomienda adoptar un valor del ancho de la biela comprendido entre 20 y 30% de la longitud total de la diagonal<sup>1</sup>. De esta forma es posible calcular el área de la biela,  $A_m$ , y la rigidez axial de la misma,  $A_m E_m / d_m$  (donde  $E_m$  es el módulo de elasticidad de la mampostería y  $d_m$  la longitud de la biela). Este procedimiento conduce a resultados analíticos que se corresponden adecuadamente con la rigidez medida en ensayos de laboratorio.

### DESCRIPCION GENERAL DEL MODELO

El modelo de la biela equivalente es simple y puede describir en forma global la respuesta de los muros de mampostería encadenada sometidos a fuerzas laterales, particularmente la rigidez lateral de la estructura y los esfuerzos axiales en los distintos elementos. Sin embargo, este modelo no puede representar adecuadamente los efectos locales que resultan de la interacción entre el pórtico y el muro. Por ejemplo, los momentos flectores y

esfuerzos de corte en las columnas obtenidos con el modelo de la biela equivalente son significativamente menores que los reales, determinados experimentalmente o con un análisis más refinados (método de los elementos finitos). Por estas razones varios investigadores han utilizado dos, tres o más bielas de compresión para representar el efecto del muro de mampostería<sup>7,8,9</sup>.

La Fig. 2 ilustra en forma esquemática las características principales del modelo propuesto (por simplicidad del dibujo se representan sólo las bielas comprimidas para la dirección de carga indicada). El comportamiento de corte del panel de mampostería está representado por un resorte de horizontal, mientras que el “mecanismo de reticulado” o comportamiento axial está representado por cuatro bielas sometidas a esfuerzos axiales. Dichas bielas se ubican, agrupadas de a dos, en la dirección de las diagonales del panel de mampostería. La separación entre cada par de bielas,  $h_z$ , se puede definir entre 0.3 y 0.5 de la longitud de contacto entre el panel de mampostería y el pórtico (en la referencia [10] se indica como evaluar dicho parámetro). De esta forma es posible obtener esfuerzos en las columnas del pórtico que son similares a los obtenidos con procedimientos más refinados. Esto fue verificado en un estudio preliminar que por razones de brevedad no se incluye en el presente trabajo<sup>1</sup>.



**Figura 2:** Representación esquemática del macro-modelo propuesto.

El macro-modelo propuesto presenta la ventaja de ser simple de aplicar y de reflejar en forma racional el comportamiento típico de muros de mampostería encadenada sometidos a cargas laterales, en los que se observa claramente la transmisión de esfuerzos a través de un campo de compresión diagonal. El hecho de considerar una combinación de resortes permite mejorar la respuesta del modelo, sin llegar a la complicación que representa un modelo de elementos finitos más refinado, pudiendo considerar de esta forma distintos tipos de falla.

Se indica a continuación la metodología seguida para determinar las propiedades de los componentes del modelo:

### Mecanismo de corte

La respuesta histerética del resorte de corte sigue un modelo elasto-plástico con resistencia variable según el esfuerzo axial resistido por las bielas. La rigidez  $K_s$  de la rama elástica puede calcularse con el criterio de que la rigidez total del modelo, en la dirección diagonal, es igual a la rigidez de la biela equivalente, por lo tanto:

$$K_s = \gamma_s \frac{A_m E_m}{d_m} \cos^2 \theta \quad (1)$$

donde el término  $\cos^2 2$  se introduce para expresar la rigidez en la dirección horizontal (siendo 2 la inclinación de la biela con respecto a la horizontal). El factor ( $\gamma_s$ ) define la proporción de la rigidez total del panel asignada a al resorte de corte. La comparación de resultados analíticos y experimentales indica que dicho parámetro varía usualmente entre 0.5 y 0.8.

El procedimiento adoptado para calcular la rigidez del resorte de corte es una simplificación, conveniente desde el punto de vista práctico, que permite utilizar las expresiones empíricas propuestas para muros de mampostería encadenada, que usualmente conducen a buenos resultados, especialmente en términos de rigidez.

La resistencia del resorte de corte,  $V_s$ , puede estimarse considerando el mecanismo de fricción-adherencia característico de la mampostería, que depende del coeficiente de fricción,  $\mu$ , y la tensión de adherencia entre el mortero y los mampuestos,  $\tau_o$ . Expresando la ecuación de resistencia en termino de fuerzas (para lo cual debe considerarse el área transversal del panel en la dirección horizontal, definida por el espesor,  $t$ , y el largo,  $L_m$ ) se obtiene:

- En rango elástico (antes de que se produzca la falla de adherencia entre el mortero y el mampuesto)

$$V_s = \frac{1}{\alpha_s} (\tau_o L_m t + \mu |\Sigma R_i|) \quad (2a)$$

- Deslizamiento (después que se produce la falla de adherencia entre el mortero y el mampuesto)

$$V_s = \mu |\Sigma R_i| \quad (2b)$$

donde  $\Sigma R_i$  es la suma de las fuerzas axiales en las bielas (positivo en tracción) y  $\alpha_s$  es un factor que considera la distribución no uniforme de las tensiones de corte a lo largo de la sección del panel. Resultados obtenidos por Riddington y Stafford Smith<sup>11</sup>, y por Crisafulli<sup>1</sup> indican que este parámetro varía entre 1.40 y 1.65. La Ecuación 2 es válida cuando el término  $\Sigma R_i$  es negativo, es decir, la fuerza neta en las bielas es de compresión.

### Comportamiento axial

La respuesta de las bielas está representada por una ley constitutiva que permite definir en forma precisa el comportamiento histerético de la mampostería sometida a esfuerzos axiales. En cada etapa del análisis no-lineal es posible determinar el módulo de elasticidad tangente,  $E_{mt}$ , y la tensión que soporta la mampostería de acuerdo a la historia de deformaciones experimentada. Dicho modelo tiene en cuenta los efectos de degradación de rigidez y resistencia observados en este material (se presenta una descripción detallada del modelo histerético en la referencia [1]). El área de las bielas está definida de manera que la combinación de todos los elementos del modelo (resorte de cortes y bielas) resulte en una rigidez total en el estado inicial aproximadamente igual a la del modelo de la biela equivalente. Consecuentemente, el área de cada biela es igual a:  $(1-\gamma_s) A_m/2$ , y la rigidez axial de la misma,  $K_a$ , está definida por la siguiente expresión:

$$K_a = \frac{(1-\gamma_s)}{2} \frac{A_m E_{mt}}{d_m} \quad (3)$$

La fuerza resistida por las bielas en cada etapa del análisis no-lineal se calcula multiplicando el área de la biela por la tensión correspondiente.

### Modos de falla del panel de mampostería

Datos experimentales y la observación de estructuras reales sometidas a cargas laterales en el plano del muro indican que distintos tipos de falla pueden ocurrir en el panel de mampostería. Las más importantes, desde el punto de vista de la ingeniería sismorresistente son:

- Falla por tracción diagonal, en la cual las tensiones principales de tracción (resultantes del estado de compresión diagonal y corte) inducen el agrietamiento de los mampuestos. Este tipo de agrietamiento no constituye de por sí una falla, sin embargo, cuando las grietas aumentan en número y tamaño se produce usualmente una falla de compresión en la diagonal del panel.

- Falla de corte o deslizamiento por corte, que se origina por la rotura de la adherencia entre el mampuesto y el mortero, resultando en deslizamientos relativos a lo largo de las juntas de mortero. Las grietas así originadas pueden producirse en forma escalonada a lo largo de las diagonales del panel, o bien como una grieta horizontal en la zona central.
- Falla por aplastamiento de las esquinas, la cual resulta de las altas tensiones de compresión que se desarrollan en dichas zonas. Este tipo de falla ocurre normalmente cuando el pórtico es muy flexible con respecto al panel (por ejemplo, pórticos de acero) y no tiene mucha importancia práctica para el caso de muros de mampostería encadenada.

El modelo propuesto es capaz de representar los dos primeros tipos de falla enumerados. En el caso de falla por tracción diagonal las bielas son las que detectan el problema, dado que se alcanza resistencia a compresión de la mampostería, mientras que en el caso de falla por deslizamiento es el resorte de corte el que indica la

### FORMULACION E IMPLEMENTACIÓN DEL MODELO

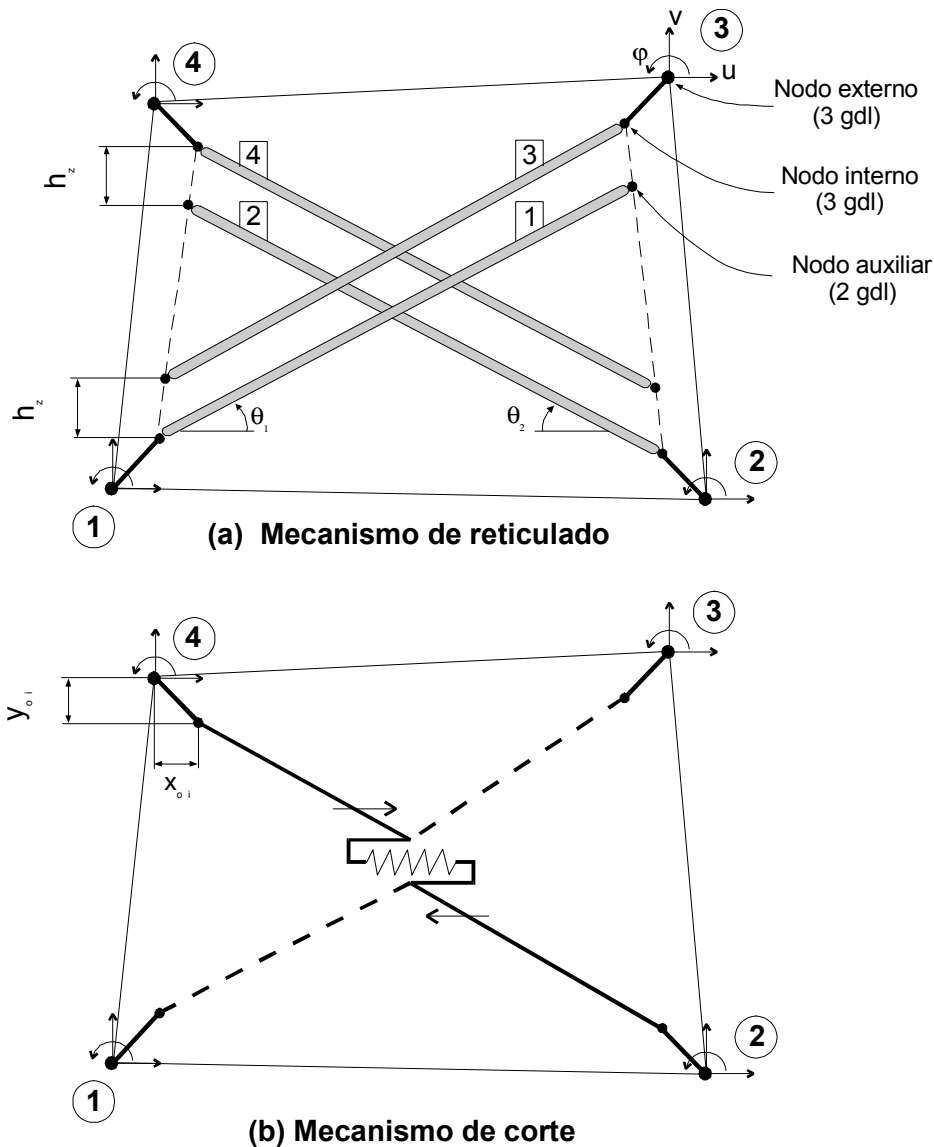
El modelo de múltiples resortes descrito en la sección previa fue implementado como un elemento panel de cuatro nodos y se incorporó al programa de análisis estructural RUAUMUKO<sup>12</sup> desarrollado en la Universidad de Canterbury, Nueva Zelandia. De esta forma la aplicación del modelo es sencilla y el usuario solo debe definir los cuatro nodos a los que se conecta el elemento panel y las propiedades mecánicas que definen la respuesta de la mampostería sometida a esfuerzos de corte y axiales.

La Fig. 3 muestra una representación detallada del elemento panel, en la que se ha ilustrado por separado las bielas y el resorte de corte. Puede observarse en dicha figura, que se han considerado tres grupos diferentes de nodos: nodos externos, nodos internos y nodos auxiliares. Los nodos externos son aquellos que se conectan al resto de la estructura, mientras que los nodos internos se introducen para considerar la reducción de las dimensiones del panel debido al espesor de las vigas y columnas que concurren al nudo. Los nodos auxiliares permiten definir los extremos de las bielas que no están conectados a las esquinas del panel.

La formulación de la matriz de rigidez del panel y del vector de fuerzas nodales se plantea en base a considerar las ecuaciones de equilibrio de fuerzas y compatibilidad de desplazamientos. En cada etapa del análisis es necesario realizar una serie de transformaciones de coordenadas, las cuales se describen en forma conceptual a continuación (las ecuaciones correspondientes no se incluyen por razones de brevedad y pueden encontrarse en la referencia [1]):

- Inicialmente se calculan los desplazamientos de los nodos internos (desplazamiento horizontal, desplazamiento vertical y rotación) a partir de los desplazamientos de los nodos externos, los cuales se determinan en cada etapa del análisis a partir de la ecuación de equilibrio global. La matriz de transformación empleada en este caso depende de la distancia horizontal,  $x_0$ , y vertical,  $y_0$ , que separa cada nodo interno del nodo externo adyacente (ver Fig. 3b).
- Luego se determinan los desplazamientos de los nodos auxiliares empleando funciones de interpolación (polinomios cúbicos de Hermite y funciones lineales) que relacionan los dichos desplazamientos con los desplazamientos de los nodos internos que definen el borde del panel sobre el que se encuentra el nodo interno.
- Finalmente se calcula el desplazamiento axial de cada biela considerando los desplazamientos verticales y horizontales de los extremos (cada biela está conectada a un nodo interno y a un nodo auxiliar), y con ellos se determina la rigidez y la fuerza resistida.

La consideración del resorte de corte es más simple dado que solo hay uno de estos elementos. El resorte está conectado a dos nodos internos diagonalmente opuestos dependiendo de la dirección de la fuerza de corte (ver Fig. 3 a). En el modelo propuesto, la fuerza resistida por el resorte de corte depende de las fuerzas axiales que se desarrollan en las bielas. De esta forma se incluye en el modelo el efecto de las tensiones axiales de compresión que mejoran la resistencia a corte de la mampostería. La respuesta del resorte de corte está controlada por el desplazamiento horizontal relativo entre la parte superior e inferior del panel.

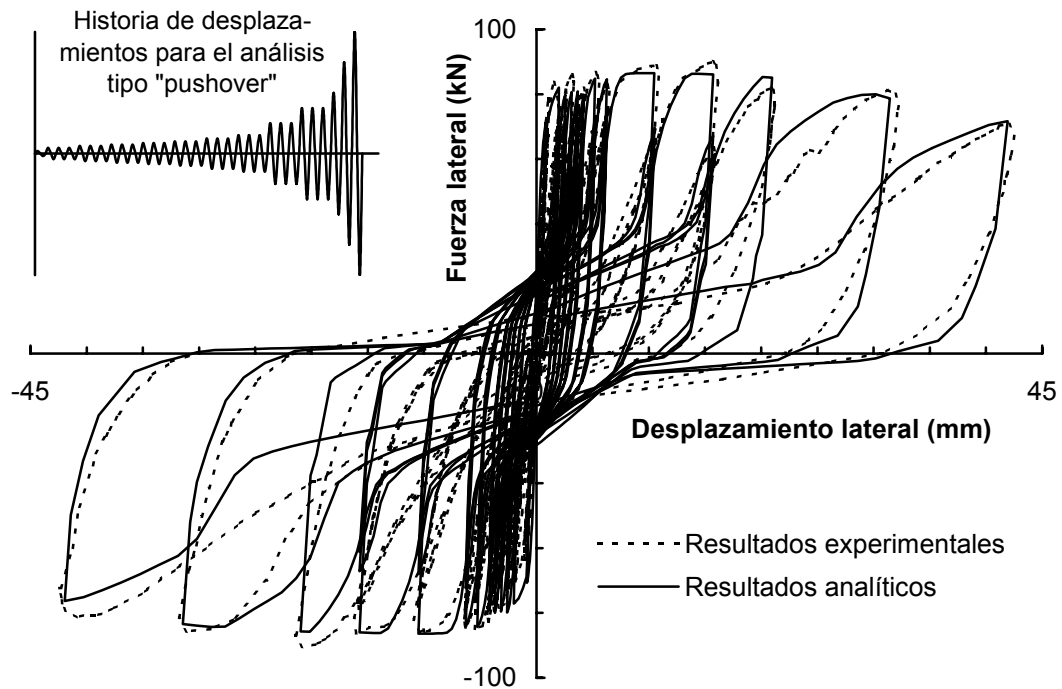


**Figura 3:** Elemento panel de cuatro nodos para el análisis de muros de mampostería encadenada.

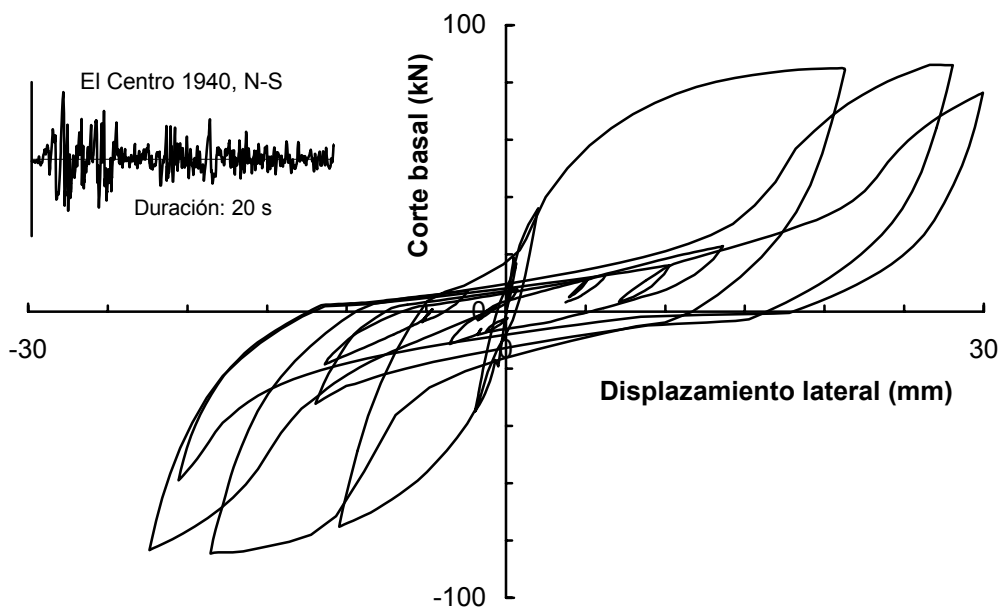
Una vez que se ha evaluado la rigidez y la fuerza resistida por cada uno de los resortes que componen el elemento panel, y utilizando las matrices de transformación correspondientes, se puede ensamblar la matriz de rigidez en coordenadas globales ( $12 \times 12$ ) y el vector de fuerzas nodales.

### EJEMPLOS NUMERICOS

La Fig 4 presenta la comparación de resultados experimentales, obtenidos de un ensayo pseudo-estático<sup>1</sup>, con la respuesta de un análisis no-lineal (tipo “push-over”) empleando el modelo propuesto. Esta comparación indica una muy buena coincidencia entre ambos resultados y confirma la capacidad del modelo para representar adecuadamente los efectos de degradación de resistencia y rigidez. Sin embargo debe aclararse que dicha coincidencia se obtuvo luego de una calibración fina del modelo en que la cual se ajustaron diferentes parámetros hasta aproximarse a los datos experimentales.



**Figura 4:** Comparación entre resultados analíticos y experimentales obtenidos de un ensayo pseudo-estático



**Figura 5:** Respuesta dinámica de un muro de mampostería encadenada sometido al registro de aceleraciones de El Centro, 1940.

En la Fig. 5 se presenta otro ejemplo correspondiente al análisis dinámico no-lineal de un muro de mampostería encadenada sometido al registro de aceleraciones del terremoto de Imperial Valley, California (registro El Centro, 1940, componente N-S). En este caso no se dispone de información experimental para realizar un comparación, pero de la observación de la respuesta puede concluirse que la forma de los ciclos de histéresis describe el efecto de

estrechamiento (“pinching”) característico de este tipo de estructuras. Además, el modelo representa en forma adecuada los ciclos pequeños o interiores.

## CONCLUSIONES

- Se presenta en este trabajo la formulación e implementación computacional de un macro-elemento panel de 4 nodos propuesto para el análisis dinámico no-lineal de muros de mampostería encadenada. El modelo considera por separado el comportamiento axial y de corte de la mampostería, razón por lo cual se incluyen cuatro bielas o resortes axiales y un resorte de corte.
- El modelo propuesto es de aplicación relativamente simple para el usuario, permite considerar el efecto de las tensiones de compresión que mejoran la resistencia a corte de la mampostería y es capaz de representar distintos tipos de falla. Sin embargo, por tratarse de un macro-modelo, describe la respuesta estructural en forma global, sin el grado de refinamiento que puede obtenerse con otros procedimientos (como el método de los elementos finitos). Además, debe mencionarse que para la aplicación del modelo es necesario definir una serie de parámetros cuyos valores no son siempre conocidos al momento del análisis y por lo tanto deben ser estimados en base a la experiencia del usuario.
- La comparación entre resultados experimentales y analíticos indica que el modelo propuesto es capaz de representar en forma precisa la respuesta estructural de muros de mampostería encadenada. Para obtener dichos resultados numéricos se requiere una calibración fina del modelo, lo que normalmente se logra después de varios ajustes de los parámetros característicos. Por ello puede concluirse que la predicción analítica de la respuesta no-lineal es todavía una tarea difícil de lograr.

## AGRADECIMIENTOS

El primer autor agradece el apoyo y la ayuda económica otorgada por la Facultad de Ingeniería de la Universidad Nacional de Cuyo para solventar los gastos de su estadía en la Universidad de Canterbury, Christchurch, New Zealand.

## NOTACIÓN

$A_m$	área de la biela
$d_m$	longitud de la biela equivalente
$E_m$	módulo de elasticidad inicial de la mampostería
$E_{mt}$	módulo de elasticidad tangente de mampostería
$h_z$	separación entre bielas paralelas
$K_a$	rigidez axial de las bielas
$K_s$	rigidez del resorte de corte
$L_m$	largo del panel de mampostería
$t$	espesor del panel de mampostería
$V_s$	resistencia del resorte de corte
$x_o$	distancia horizontal entre un nodo interno y el nodo externo adyacente
$y_o$	distancia vertical entre un nodo interno y el nodo externo adyacente
$\Gamma R_i$	suma de las fuerzas axiales en las bielas
$\nabla_s$	factor que considera la distribución no uniforme de las tensiones de corte a lo largo de la sección del panel
2	inclinación de la biela con respecto a la horizontal



- ( $\xi$ ) factor que define la proporción de la rigidez total del panel asignada a al resorte de corte  
:  
 $\mu$  coeficiente de fricción  
 $\sigma_0$  tensión de adherencia entre el mortero y los mampuestos

### REFERENCIAS

- [1] Crisafulli, F. J., *Seismic Behaviour of Reinforced Concrete Structures with Masonry Infills*, Tesis de Doctorado, Department of Civil Engineering, University of Canterbury, New Zealand, 1997, 404 pag.
- [2] Klingner, R. E. and Bertero, V. V., *Infilled Frames in Earthquake-Resistant Construction*, University of California, Berkeley, Report No. EERC 76-32, December, 1976.
- [3] Mallick, D. V. and Severn, R. T., "The Behaviour of Infilled Frames under Static Loading", *Proceedings of the Institution of Civil Engineering*, Vol. 38, 1967, pp. 639-656.
- [4] Holmes, M., "Steel Frames with Brickwork and Concrete Infilling", *Proceedings of the Institution of Civil Engineers*, Vol. 19, 1961, pp. 473-478.
- [5] Stafford Smith, B., "Behaviour of Square Infilled Frames", *Proceedings of the American Society of Civil Engineering, Journal of Structural Division*, Vol. 92, No. ST1, 1966, pp. 381-403.
- [6] Stafford Smith, B., "Lateral Stiffness of Infilled Frames", *Proceedings of the American Society of Civil Engineering, Journal of Structural Division*, Vol. 88, No. ST6, 1962, pp. 183-199.
- [7] Chrysostomou, C. Z., *Effects of Degrading Infill Walls on the Nonlinear Seismic Response of Two-Dimensional Steel Frames*, Tesis de Doctorado, Cornell University, 1991.
- [8] König, G., "The State of the Art in Earthquake Engineering Research", *Experimental and Numerical Methods in Earthquake Engineering*, Ed. J. Donea y P. M. Jones, 1991, pp. 2/1-22.
- [9] Syrmakezis, C. A. and Vratsanou, V. Y., "Influence of Infill Walls to R.C. Frames Response", *Proceedings of the Eighth European Conference on Earthquake Engineering*, Lisboa, Portugal, 1986, Vol. 3, pp. 6.5/47-53.
- [10] Paulay, T. and Priestley, M. J. N., *Seismic Design of Reinforced Concrete and Masonry Buildings*, John Wiley & Sons Inc., 1992, 744 p.
- [11] Riddington, J. R. and Stafford Smith, B., "Analysis of Infilled Frames Subject to Racking with Design Recommendations", *The Structural Engineer*, Vol. 55, No. 6, 1977, pp. 263-268.
- [12] Carr, A. J., *RUAUMOKO. Dynamic Nonlinear Analysis*, Department of Civil Engineering, University of Canterbury, Christchurch, New Zealand, 1996.