

MODELADO 3D DE FLUJOS TURBULENTOS INDUCIDOS POR VIENTO EN CUERPOS DE AGUA

Gustavo C. Buscaglia¹, Fabián López², Daniela L. Arnica¹

¹ Centro Atómico Bariloche e Instituto Balseiro. 8400 Bariloche - Argentina

e-mail: gustavo@cab.cnea.gov.ar

² Instituto Nacional del Agua y del Ambiente (SRNDS)

y Universidad Nacional de Córdoba

Av. A. Olmos 1142, (5000) Córdoba - Argentina. e-mail: flopez@com.uncor.edu

RESUMEN

Se presenta una aplicación del Princeton Ocean Model a lagos no estratificados, tanto en geometrías simples como reales (Lagos Nahuel Huapi y San Roque). El estudio pone en evidencia el efecto de la topografía del fondo y de la latitud sobre la circulación tridimensional inducida por el viento. Se identifican patrones de flujo tanto en horizontal como en vertical que son relativamente genéricos para una dada profundidad y longitud característica. En particular, el flujo en superficie es de tipo capa límite (capa de Ekman para el Nahuel Huapi) y se observan importantes contracorrientes en las cercanías del lecho. Se determinan asimismo los tiempos característicos de respuesta ante vientos de tipo escalón.

ABSTRACT

An application of the Princeton Ocean Model to non-stratified lakes is presented, considering simplified and real geometries (Lakes Nahuel Huapi and San Roque). The study focuses on the effects of bottom topography and latitude on the 3D flow induced by dominant winds. Some patterns in the horizontal and vertical structure of the flow are identified that are to some extent generic for given characteristic depth and length. In particular, surface flow is of the boundary-layer type (Ekman's layer in the Nahuel Huapi) and significant return flow is predicted near the bed. Characteristic response times to step-like wind forcing are also determined.

INTRODUCCIÓN

Los efectos del viento sobre un lago o reservorio son de diversos tipos. El más evidente es la generación de ondas de superficie, las cuales conllevan un gran transporte de energía a través de un movimiento oscilatorio que no transporta masa a gran escala. Las ondas, sin embargo, aumentan el mezclado y multiplican el efecto del viento transformando fuerzas de presión en corte. Un segundo efecto son las mareas de viento, los seiches, y la inclinación por viento de la superficie (wind setup). Estos movimientos globales establecen el balance de masa y dan origen a las contracorrientes.

El transporte global producido es escaso pero no así la turbulencia generada, en particular en termóclinas, fondo y costas. El último efecto a mencionar son las corrientes, en general difíciles de observar a simple vista pero que transportan masa a grandes distancias. Si el viento es relativamente estable estas corrientes se estacionan en velocidades del orden de $u^* = \sqrt{\tau_w/\rho}$, donde τ_w es el esfuerzo de corte aplicado por el viento en la superficie libre y ρ la densidad. Valores usuales para u^* están entre 10^{-2} y 10^{-1} m/s. A escalas ambientales (longitud típica $L \sim 10 - 10^3$ m) el número de Reynolds resultante es $Re = u^*L/\nu \sim 10^4 - 10^7$, dentro del rango turbulento.

Las corrientes en lagos y embalses requieren en general de metodologías numéricas para su predicción debido a su fuerte dependencia de la forma de la costa, topografía del fondo y distribución del viento. A los fenómenos ya mencionados debe agregarse la estratificación estacional de los cuerpos de agua, tanto por gradientes de salinidad y/o temperatura, que modifica sustancialmente la respuesta a la acción del viento.

La geometría más simple de flujo confinado corresponde a un canal rectangular bidimensional con propiedades homogéneas, inicialmente estudiado por Baines & Knapp.¹ Dichos autores observaron experimentalmente flujos a $Re = 1900$ y 2870 , demostrando que el flujo está dominado por vórtices de escala H (profundidad) y gran energía. Wu & Tsanis² realizaron estudios numéricos con una viscosidad turbulenta empírica y obtuvieron buen acuerdo con los resultados experimentales. De su trabajo se concluye la necesidad de un buen modelado de la estructura vertical de la turbulencia para predecir adecuadamente las corrientes de retorno. Recientemente López & Niño³ mostraron la capacidad de modelos de cierre de dos ecuaciones para predecir adecuadamente perfiles de flujo y turbulencia en lagos y embalses a través de simulaciones integradas en horizontal y comparación con experimentos. López⁴ y López & Pirard⁵ extendieron esta validación a lagos estratificados y realizaron comparaciones con mediciones de campo en el Lago San Roque.

Si bien la predicción de perfiles verticales de flujo y procesos de mezcla es esencial para la modelación y manejo de cuerpos de agua, la tridimensionalidad del problema real hace que las aproximaciones 1D no sean siempre válidas. Esto ocurre cerca de las costas o zonas de fuerte variación de la profundidad, pero puede modificar la estructura vertical de todo el cuerpo de agua. Aún si esto no ocurre, la importancia social de las costas hace que los fenómenos tridimensionales localizados sean de particular relevancia en el análisis de lagos y embalses.

Existen diversos modelos computacionales 3D adecuados para la simulación de espejos de agua. En general se basan en la descomposición en modos externo e interno (mode splitting) del problema en variables primitivas (velocidad, presión, altura de agua, temperatura, etc.). El modo externo resuelve las ecuaciones integradas en vertical para hallar la evolución de la superficie, mientras que el modo interno, utilizando hipótesis de presión hidrostática, actualiza los perfiles verticales modelando los procesos de transporte y difusión 3D. Entre estos modelos pueden citarse varios de la literatura reciente,⁶⁻⁹ además del Princeton Ocean Model (POM)¹⁰ que fue seleccionado para este estudio por su permanente actualización y buen soporte a través de listas electrónicas de usuarios en gran número de países.

Las aplicaciones de POM o programas similares son en general casuísticas. En los flujos ambientales se dificulta la identificación de patrones generales y el costo de cada simulación hace que sólo se disponga de resultados parciales. Dentro de un estudio amplio tendiente a analizar la influencia de diversos parámetros físicos (meteorología, topografía, etc.) y procesos (upwelling, inclinación de termóclina, dispersión, ondas) sobre la estructura de flujo medio y turbulencia (y procesos de transporte asociados), se simuló diversas geometrías simplificadas y reales. El objeto de estudio enfocado son lagos y embalses de tiempo medio de residencia del agua moderado a largo, los cuales no están gobernados por flujos entrantes y salientes y en los cuales el viento constituye un elemento forzante fundamental. Como ejemplos específicos se tomaron los lagos Nahuel Huapi y San Roque.

En este primer trabajo se reportan resultados de flujo con viento constante para lago no estratificado. Este es el primer paso natural en el análisis encarado. Asimismo, los resultados son pertinentes por presentar los lagos de interés períodos invernales homogéneos con vientos muy predominantes de una dirección.

DESCRIPCIÓN DEL MODELO EMPLEADO

Según lo expresado antes el modelo seleccionado para el presente estudio es el Princeton Ocean Model (POM) versión Julio 1998. El modelo resuelve el sistema de ecuaciones diferenciales en variables primitivas, compuesto por la conservación de masa, cantidad de movimiento en la horizontal, conservación de salinidad y energía térmica. Los flujos

y procesos de transporte turbulentos son aproximados por un modelo de cierre turbulento de dos ecuaciones: Una ecuación de conservación de energía cinética q_2 y una ecuación de transporte para la macroescala ℓ . Este sub-modelo de cierre es denominado Mellor-Yamada,¹¹ y emplea una difusividad del tipo Smagorinsky para la difusión horizontal. El modelo POM se basa en un sistema de coordenadas sigma en la vertical (con la coordenada vertical adimensionalizada con la profundidad) y una grilla curvilínea ortogonal en la horizontal. Dado que los patrones de circulación contienen ondas externas relativamente rápidas y ondas internas de velocidad significativamente menor, por economía computacional se separan entonces las ecuaciones promediadas en la profundidad de las ecuaciones en la vertical. El algoritmo posee un paso de tiempo dividido (“split”), lo cual permite subdividir el modelo en un modo externo, el cual es bidimensional y emplea un paso de tiempo menor basado en la condición CFL, y otro interno, el cual es tridimensional y utiliza un paso de tiempo mayor basado en la la velocidad de ondas internas. En la horizontal el esquema de diferencias es explícito mientras que es implícito en la vertical. Esto último permite conseguir alta resolución en la vertical, especialmente en las capas límites cercanas a la superficie libre y al lecho, eliminando condicionamientos temporales. El esquema de diferencias finitas en la horizontal es “staggered” y es comúnmente denominado grilla de Arakawa C.

El modelo permite la simulación temporal 3D de cuerpos de agua con batimetría compleja, con superficies libres y presencia de estratificaciones tanto salinas como térmicas, con circulaciones inducidas tanto por la acción del viento sobre la interfaz agua-aire como por flujos de entrada/salida. A su vez, el esfuerzo de corte generado por el viento puede ser variado tanto espacial como temporalmente.

Desde su desarrollo inicial, el modelo ha sido empleado para simular un sinnúmero de casos diferentes y complejos desde problemas oceanográficos y de circulación costera hasta flujos en lago, como por ejemplo los grandes lagos en EEUU y el Mar Negro.¹⁰

RESULTADOS NUMÉRICOS

Lago rectangular

La geometría más simple es la rectangular, sobre la cual asimismo se dispone de resultados numéricos recientes de Wang & Hutter,⁹ quienes estudian un lago rectangular de $65 \times 17 \text{ km}^2$ como una aproximación grosera al Uberlinger See (Lago Constanza). En una primera etapa de validación comparamos los resultados de POM con los de este artículo, utilizando los mismos datos. La tensión de corte del viento es constante de 0.05 Nm^{-2} , correspondiendo a 4.7 ms^{-1} de velocidad del viento. Su dirección es del oeste, en la dirección de x positivos. La condición inicial es de reposo, la profundidad (homogénea) es de 100 m , y el tamaño de la grilla es $\Delta x = \Delta y = 1000 \text{ m}$ (también se utilizó 500 m), con 31 nodos en la vertical densificados en superficie y fondo (también se utilizaron 45). El factor de Coriolis es $f = 1.07 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1}$. El modelo de turbulencia de dos ecuaciones calcula la viscosidad efectiva localmente, mientras que Wang & Hutter la asumieron constante ($= 0.005 \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$). En la Fig. 1 se muestran las componentes horizontales de la velocidad en función del tiempo para este caso. Se muestran y comparan los valores en la superficie y a 10 m de profundidad. En esta figura pueden observarse claramente tres de las escalas de tiempo involucradas. La más corta, correspondiente a un movimiento oscilatorio de período ~ 1.15 horas corresponde al primer modo de oscilación o seiche. Estas oscilaciones se hallan superpuestas sobre otras de período 16.3 horas correspondientes a ondas inerciales para el valor de f dado. Estos movimientos modulan una evolución aproximadamente exponencial hacia el estado estacionario de tiempo característico ~ 9 días. Esta evolución final se asocia probablemente con la difusión vertical de momento, ya que tomando como valor típico de viscosidad turbulenta $\nu_t \sim 10^{-2} \text{ m}^2/\text{s}$ resulta $H^2/\nu_t = 10^6 \text{ s}$ (del orden de 11 días), en buen acuerdo con el tiempo observado. El estado estacionario mostrado corresponde a 20 días de simulación. Puede verse que a 4 días todavía el régimen es impermanente, lo cual explica en parte las discrepancias con Wang & Hutter.

En la Fig. 2 (a) se comparan los perfiles centrales estacionarios. Puede observarse una capa límite de superficie relacionada con una capa de Ekman. La parte (b) de la figura muestra la viscosidad turbulenta, en buen acuerdo cualitativo (existe un factor 2 de diferencia cuantitativa) con resultados previos.³ Notar que el perfil de velocidad obtenido muestra una capa límite en el lecho que está ausente en los resultados de Wang & Hutter, probablemente debido a su suposición de viscosidad turbulenta homogénea. Notar asimismo que el perfil de velocidad no tiene valor

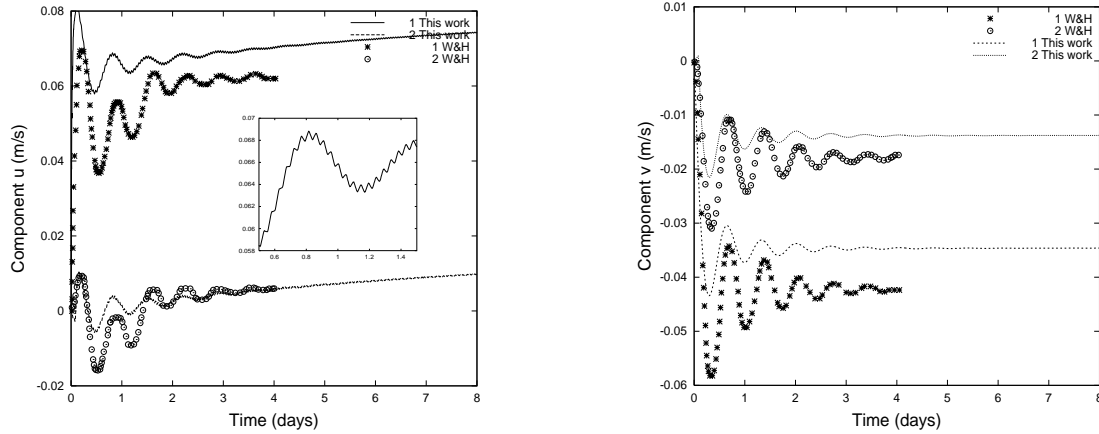


Figura 1: Lago rectangular de profundidad uniforme 100 m. Evolución temporal de las componentes u (izq.) y v (der.) de la velocidad en el punto central comparadas con los resultados de Wang & Hutter. El rótulo “1” corresponde a la superficie y “2” a una profundidad de 10 m.

medio nulo, indicando que el flujo medio en el centro es en la dirección del viento. Esto puede verse en la Fig. 3, la corriente de retorno se da principalmente por las costas norte y sur.

El perfil de viscosidad turbulenta explica asimismo las discrepancias con Wang & Hutter en cuanto a atenuación de ondas, ya que dichos autores fijaron un valor bien por debajo del valor medio de la Fig. 2 (b).

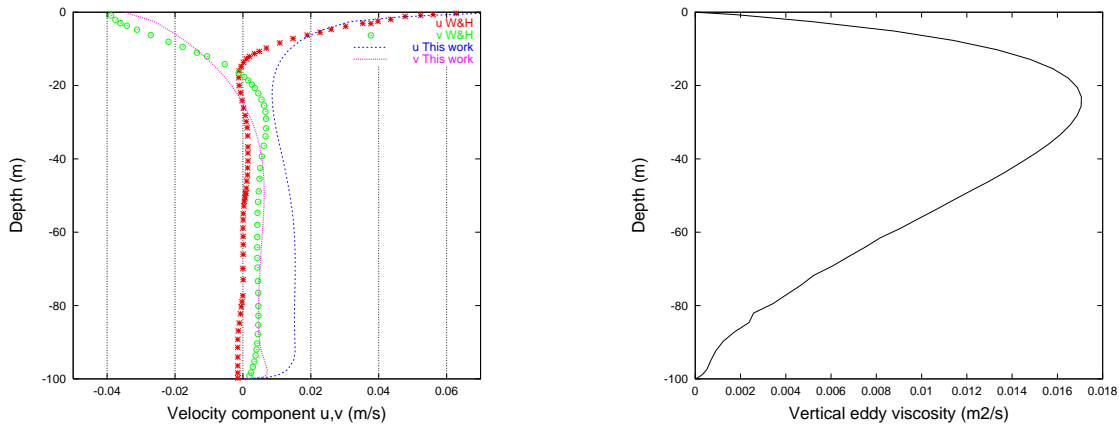


Figura 2: Lago rectangular de profundidad uniforme 100 m. Izq.: Comparación de perfiles de velocidad en el centro con resultados de Wang & Hutter. Der.: Perfil de viscosidad turbulenta vertical.

Lago circular

La geometría circular es particularmente simple por resultar los resultados (rotación mediante) independientes de la dirección de incidencia del viento. Consideremos en particular condiciones similares a las del Lago Nahuel Huapi, a saber un lago de 200m de profundidad (uniforme), a una latitud de 40° S. Hemos tomado como diámetro 10 km, representativo de las distancias de este lago (aunque sin duda su forma no es circular). En la Fig. 4, mostramos el perfil de velocidad en la vertical central, junto con el campo de velocidad promediado en vertical. Se observa una importante rotación (21°) a la izquierda en la superficie, que aumenta hacia abajo en forma similar a una capa de Ekman. Notar que el número de Rossby basado en el diámetro y la velocidad en la superficie (~ 0.1 m/s) es $Ro = U/(Lf) = 0.1$, por lo que es de esperar un importante efecto de la aceleración de Coriolis. El flujo es a favor del viento en la zona central y retorna por las costas como en el caso anterior, con la formación de dos recirculaciones de gran escala como

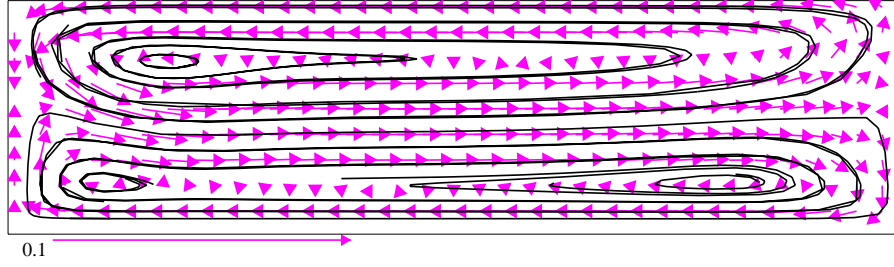


Figura 3: Campo de velocidad promediado en vertical para lago rectangular de profundidad uniforme 100 m . El viento es de izquierda a derecha.

aspecto más saliente. Estas recirculaciones son análogas a las observadas en la Fig. 3, pero en este caso la asimetría debida a la aceleración de Coriolis es mayor y se observa un corrimiento de los centros aguas arriba del viento. La velocidad promediada verticalmente máxima es $8 \times 10^{-3} m/s$

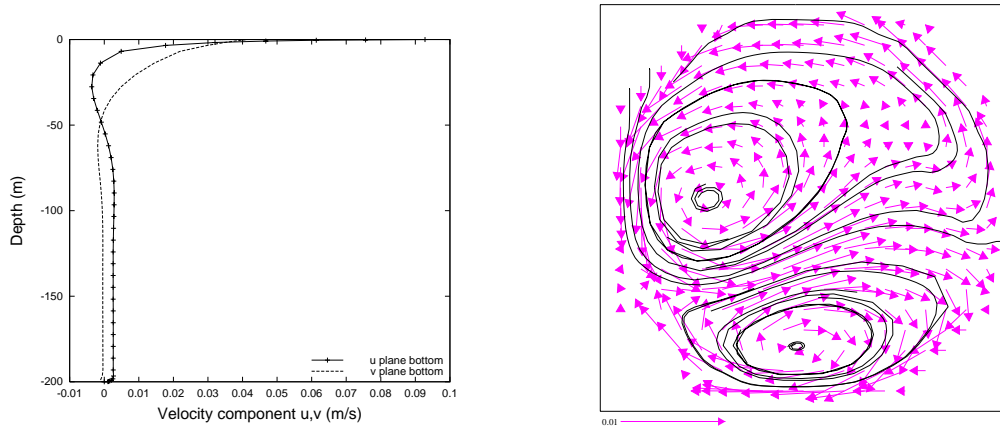


Figura 4: Campo de velocidad para un lago circular de profundidad uniforme 200 m . Perfil en la vertical central y vista del campo promediado en vertical. Viento desde la izquierda.

En los espejos de agua reales sin embargo se observa que el flujo es a favor del viento en las costas y retorna por el centro. Estudiamos entonces el efecto de modificar la forma del fondo según

$$h(r) = H + \alpha H \left(1 - 2 \frac{r^2}{R^2} \right) \quad (1)$$

donde $h(r)$ es la profundidad a una distancia r del centro y R el radio del lago. La perturbación de profundidad tiene valor medio nulo y es positiva en el centro con valor αH . Tomamos $\alpha = 0.1$, por lo que en la costa la profundidad es de 180 m y en el centro de 220 m . El resultado sobre el flujo es notable. El flujo tiende a dirigirse a favor del viento en la costa, a la inversa de lo que ocurre cuando la profundidad es uniforme. Para $\alpha = 0.1$ ambos efectos son aparentemente del mismo orden, por lo que el patrón de flujo es complejo pero todavía emparentado con el de profundidad uniforme. Esto puede observarse en la Fig. 5.

El siguiente experimento numérico se orientó a condiciones similares a las del Lago San Roque. En este caso adoptamos una profundidad uniforme de 14 m , y un diámetro de 5.6 km . El factor de Coriolis se tomó de -7×10^{-5} , viéndose que su efecto es sensiblemente menor al caso anterior. Se utilizaron diferentes mallas, entre 20000 y 80000 nodos, con un paso de tiempo de 8 s y alcanzándose el estacionario en aproximadamente 2 días. En este caso no se observan ondas inerciales, sólo el seiche fundamental y la evolución aproximadamente exponencial hacia el estacionario. Consideramos el caso de profundidad uniforme y una modulación de la misma de acuerdo a la Eq. 1 con $\alpha = 0.2$. En la Fig. 6 mostramos los perfiles de velocidad y viscosidad turbulenta en la vertical central. Se repite el comportamiento del

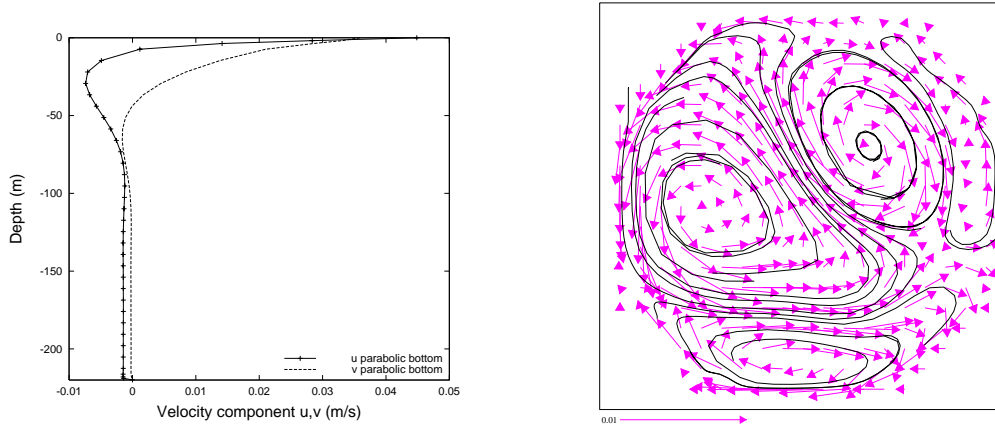


Figura 5: Campo de velocidad para un lago circular de fondo parabólico, prof. max. 220 m , prof. min. 180 m (en la costa). Perfil en la vertical central y vista del campo promediado en vertical. Viento desde la izquierda.

caso $H = 200\text{ m}$, con un flujo neto en el centro a favor del viento para profundidad uniforme, invirtiéndose cuando la profundidad disminuye en la costa. En este caso este efecto hace prácticamente invertir el flujo respecto del caso de profundidad uniforme. Notar que la contracorriente central es suficientemente fuerte como para hacer disminuir la velocidad en la superficie respecto del caso uniforme de 0.14 m/s a 0.1 m/s . En la Fig. 7 se muestran cortes horizontales del campo de velocidad para ambos casos, junto con la velocidad integrada en vertical. Es evidente la contracorriente central para el caso de fondo parabólico para el corte cercano al lecho ($z = -10\text{ m}$).

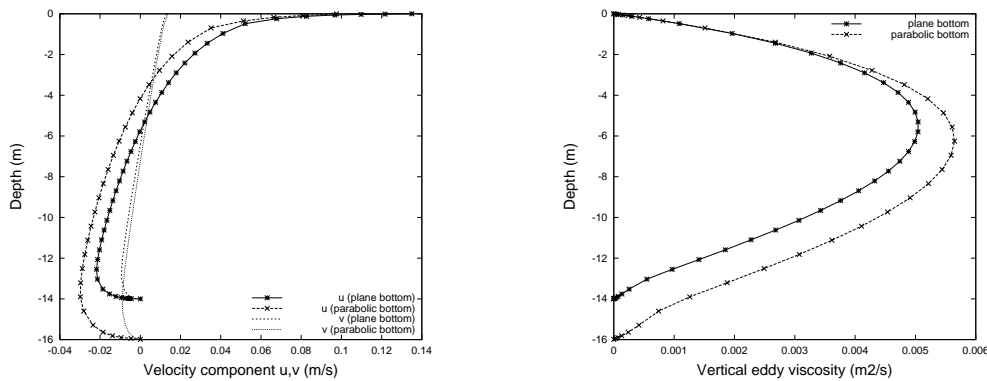


Figura 6: Estructura vertical del flujo para un lago circular de profundidad media 14 m . A la izquierda perfiles de velocidad comparando fondo plano y fondo parabólico. A la derecha perfil de viscosidad turbulenta vertical.

Lago Nahuel Huapi

Se simuló el lago Nahuel Huapi completo con discretizaciones en horizontal de $\Delta x = \Delta y = 333$ y 666 m , y con 21 nodos en la vertical (densificados hacia la superficie y el fondo). Se tomó una tensión de corte en la superficie de 0.05 Nm^{-2} dirigida hacia el E. Esto se corresponde con los vientos dominantes en la región. Focalizamos el estudio aquí en la zona de mayor densidad poblacional, la zona SE, en cuyas orillas se sitúan las municipalidades de Bariloche y Dina Huapi. En la Fig. 8 se muestran los perfiles de velocidad y viscosidad turbulenta para una vertical situada en el centro del cuenco SE. Esta última se compara con la obtenida para lago circular de 200 m de profundidad con y sin perturbación parabólica. Se puede observar que los perfiles son muy similares, con ciertos picos en las capas profundas que requieren mayor estudio, pudiendo ser simples errores numéricos. En la Fig. 9 mostramos cortes del campo de

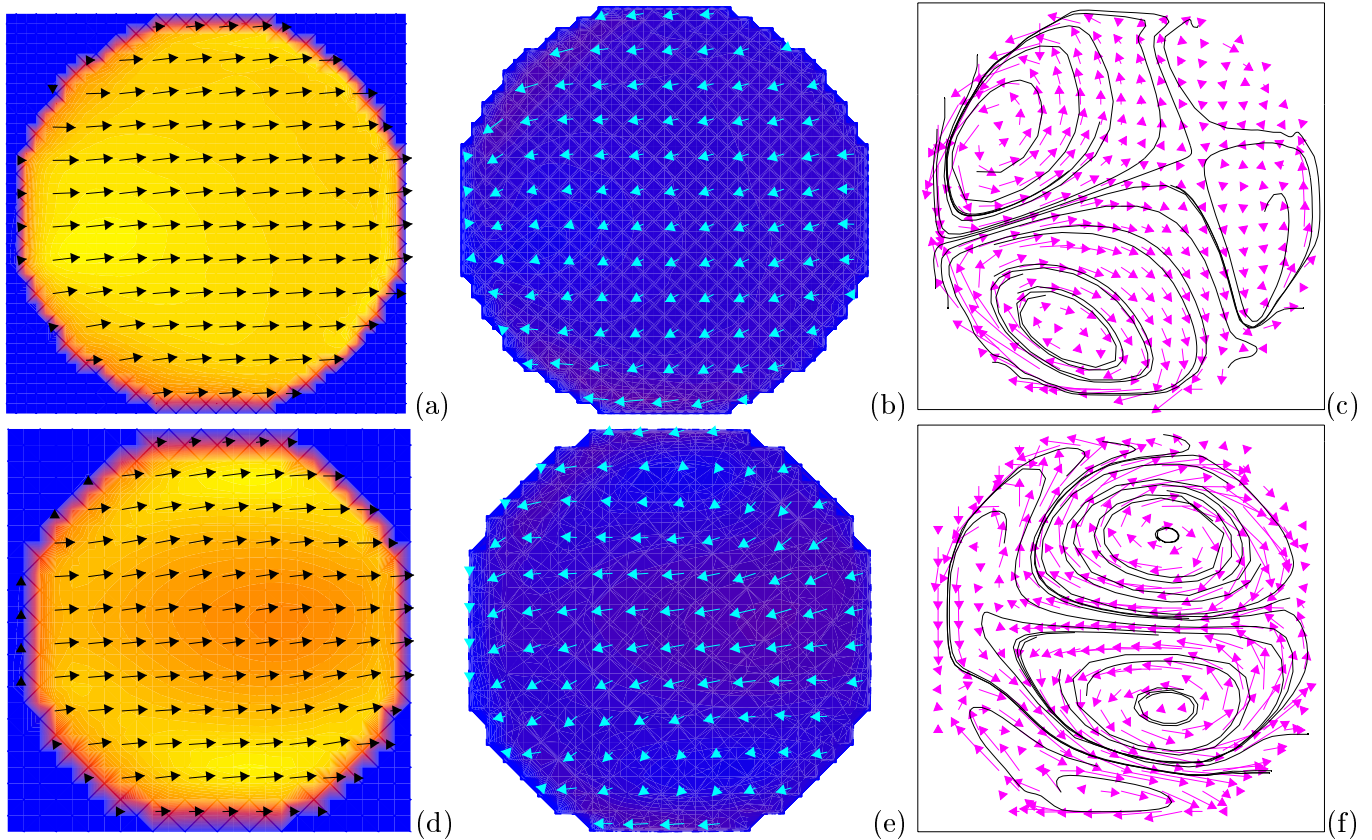


Figura 7: Campo de velocidad en un lago de profundidad media 14 m. Arriba: Fondo plano. Abajo: Fondo parabólico (costa 11.2 m, centro 16.8 m). (a) y (d): Superficie. (b) y (e): A 10 m de profundidad. Los colores indican módulo de la velocidad, del oscuro (menor) al claro (mayor). (c) y (f): Velocidad promediada en vertical.

velocidad y la velocidad promediada en vertical. Comparando con la Fig. 5 pueden identificarse patrones comunes, en particular las dos recirculaciones principales con una corriente neta que se desprende de la costa en dirección NO. La corriente superficial, por otro lado, es relativamente uniforme a 40° hacia el norte de la dirección del viento. El módulo es del orden de 0.05 m/s, aunque una predicción precisa de la velocidad de deriva superficial requeriría mayor discretización vertical. Esto es también muy similar a lo observado en el caso circular.

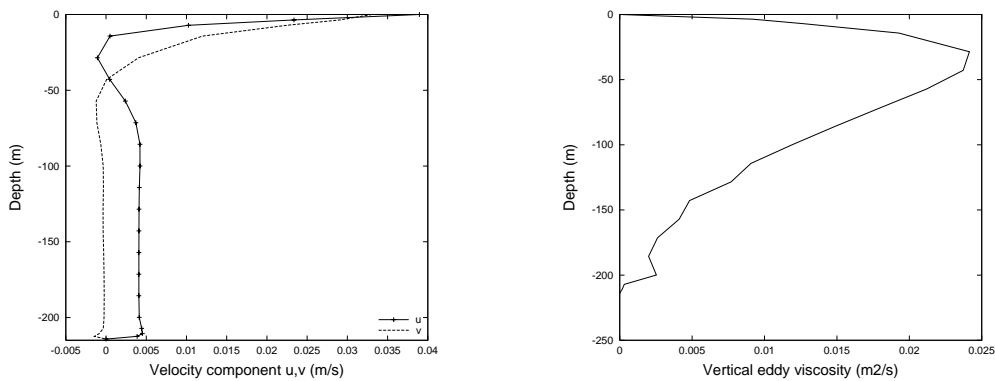


Figura 8: Estructura vertical del flujo para la cuba SE del lago Nahuel Huapi, con viento del oeste (de izq. a der.). A la izquierda perfiles de velocidad. A la derecha perfil de viscosidad turbulenta vertical.

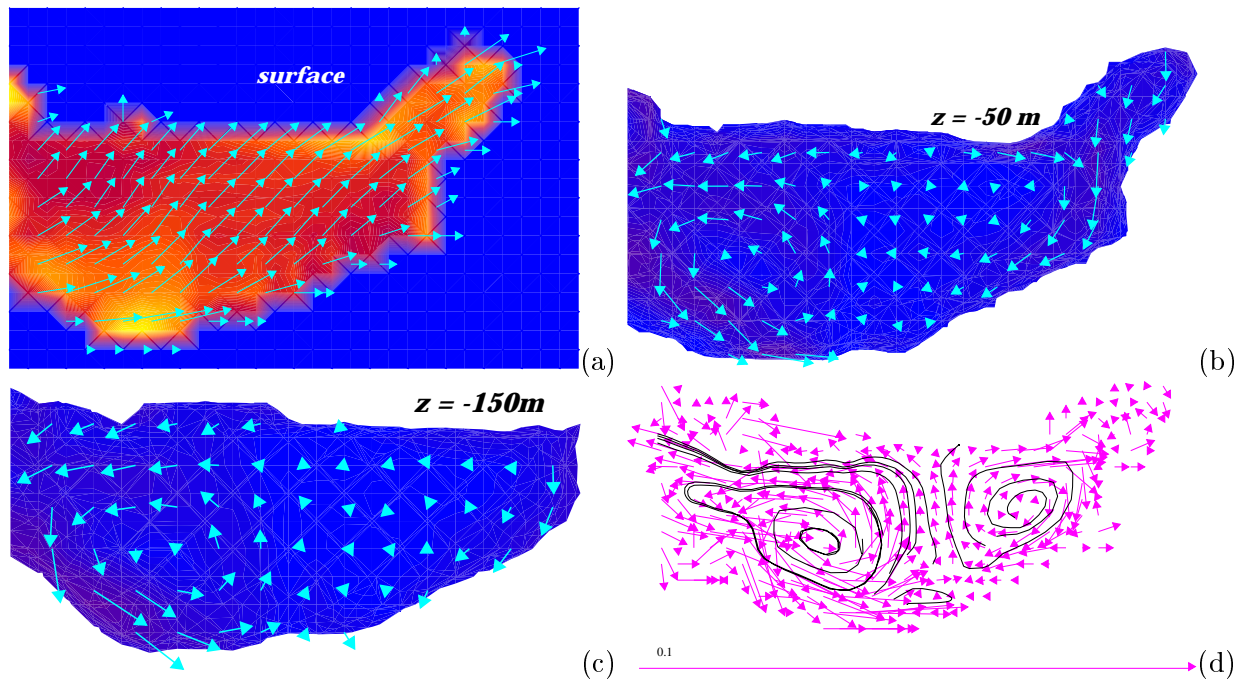


Figura 9: Estructura horizontal del flujo para el Lago Nahuel Huapi (cuba SE) con viento del O. Cortes del campo de velocidad a (a) 0 m, (b) 50 m y (c) 150 m de profundidad. En (d) se muestra el campo de velocidad promediado en vertical.

Lago San Roque

El lago San Roque (Córdoba) en período invernal soporta viento predominantes del sur. La tensión de corte impuesta es, en los ejes adoptados, de $(0.043, 0.025) Nm^{-2}$. Se utilizó una discretización con $\Delta x = \Delta y = 50 m$ (o $100 m$ en algunas corridas), un paso de tiempo de $3 s$, y 31 nodos en la vertical densificados en la superficie libre y el fondo. Los resultados se muestran en las Figs. 10 y 11, las cuales han sido rotadas de manera que el viento se oriente hacia la parte superior de la página. Puede notarse una menor desviación del flujo debida a la aceleración de Coriolis que en el caso anterior, con una mayor velocidad en la superficie, cuya estructura vertical muestra una capa límite de espesor $\sim 1m$. La estructura horizontal del flujo es sin duda similar al del lago circular de fondo parabólico con profundidad media $14 m$, con una fuerte contracorriente cercana al lecho y dos recirculaciones girando a favor del viento en la zona costera (de menor profundidad).

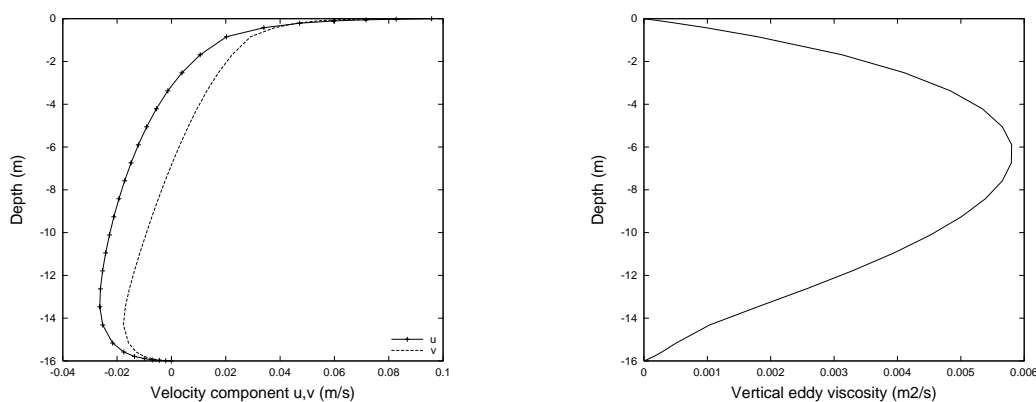


Figura 10: Estructura vertical del flujo para el lago San Roque, con viento del sur. A la izquierda perfiles de velocidad. A la derecha perfil de viscosidad turbulenta vertical.

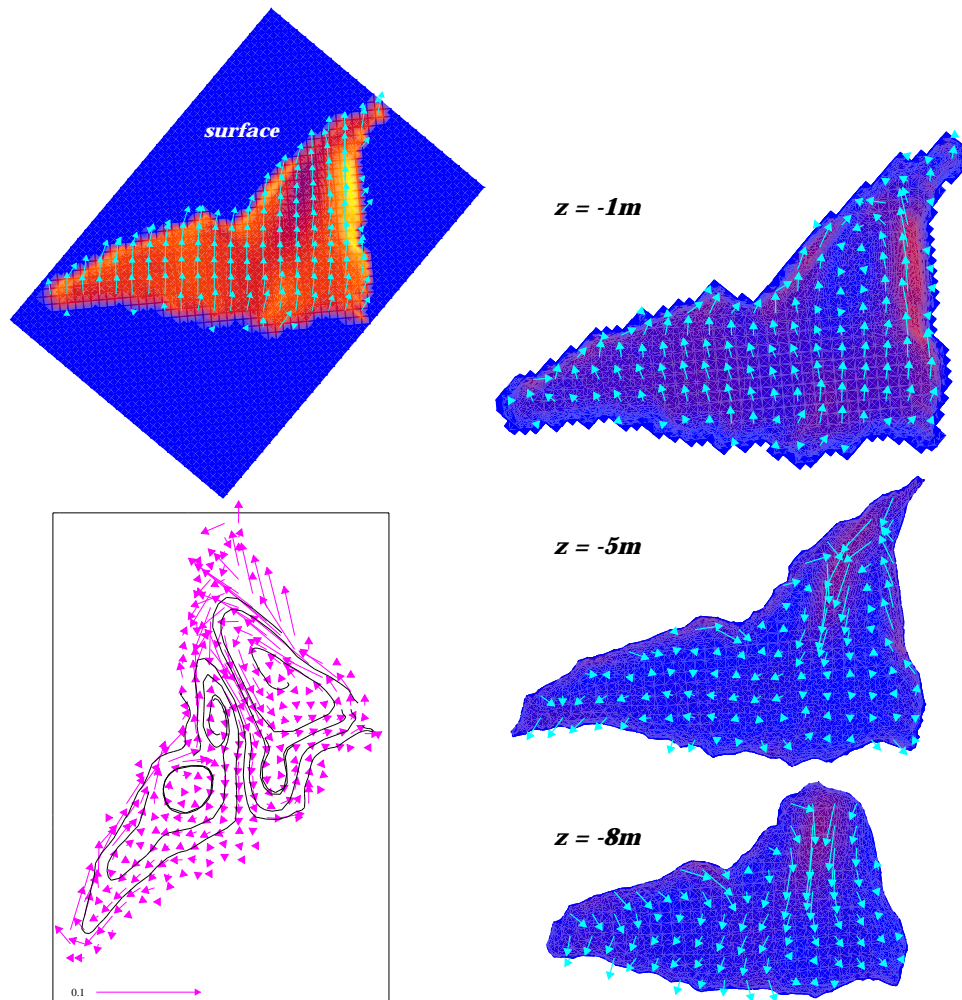


Figura 11: Estructura horizontal del flujo para el Lago San Roque con viento del S. Cortes del campo de velocidad a 0 m, 1 m, 5 m y 8 m de profundidad y campo promediado en vertical.

CONCLUSIONES

Se ha presentado una aplicación del Princeton Ocean Model a lagos no estratificados, tanto en geometrías simples (rectangular, circular) como reales (Lago Nahuel Huapi, Lago San Roque). Se ha puesto énfasis en el análisis de estados estacionarios con vientos del tipo predominante en estación invernal.

El lago Nahuel Huapi y su modelo simplificado circular exhiben varias características comunes. Se identifica un marcado efecto de la aceleración de Coriolis en el perfil vertical de velocidad, bajo la forma aproximada de una capa de Ekman. La viscosidad turbulenta muestra un perfil tipo campana sesgado hacia la superficie, con valores máximos del orden de $0.025 \text{ m}^2/\text{s}$. El flujo promediado en vertical muestra dos recirculaciones de gran escala, con sentido a favor del viento por la costa y retorno por el centro, tanto para el cuenco SE del Nahuel Huapi como para el modelo circular. Esta circulación se asocia con la topografía del fondo, como se demostró considerando un lago circular de profundidad uniforme. Si bien no se mostraron curvas de evolución en el tiempo para el Nahuel Huapi, las mismas son muy semejantes a las de la Fig. 1, evidenciando tres tiempos característicos fundamentales: Un modo de seiche, de período 1.05 horas; una onda inercial de período ~ 16.8 horas; y una aproximación pseudo-exponencial al estacionario que para el Nahuel Huapi tiene un tiempo característico de ~ 14 días.

Las implicancias de nuestros resultados respecto de dispersión de contaminantes dependen de si éstos se localizan en

las capas superficiales o profundas. En el primer caso el movimiento es gobernado por la deriva y el mezclado en la capa límite superficial, con dirección media NE. La topografía del fondo no parece afectar significativamente esta capa, ya que los perfiles son muy similares en la geometría real y la circular. En el caso de contaminantes alojados en capas profundas las corrientes dependen fuertemente de la topografía del fondo, aunque no así la turbulencia (al menos el parámetro estudiado, la viscosidad de torbellino).

Para el caso del Lago San Roque, cuya profundidad es mucho menor y sus dimensiones horizontales algo menores, el efecto de la aceleración de Coriolis se predice como menos significativo. La desviación de la corriente de deriva superficial respecto de la dirección del viento es sólo de unos pocos grados y no se observan ondas inerciales en los resultados numéricos. El seiche activado en este caso es de período ~ 14 minutos, superpuesto a una respuesta rápida al viento en todo el volumen durante la primera hora y luego una tendencia al estacionario en un tiempo aproximado de 1 – 2 días. La viscosidad turbulenta vertical muestra un valor máximo de $0.006 \text{ m}^2/\text{s}$ a unos 6 m de profundidad, implicando tiempos característicos de difusión vertical de momento del orden de 5 horas.

AGRADECIMIENTOS

Este trabajo ha recibido soporte financiero de la Agencia Nacional de Promoción Científica y Técnica a través de los PICT 97 Nos. 00982 y 01005. GCB es miembro de la Carrera del Investigador del CONICET.

REFERENCIAS

- [1] W. Baines and D. Knapp. Wind driven water currents. *J. Hydraulics Div. ASCE*, 91:205–221, 1965.
- [2] J. Wu and I. Tsanis. Numerical study of wind-induced water currents. *J. Hydraulic Eng.*, 121:388–395, 1995.
- [3] F. López and Y. Niño. Numerical simulation of wind-induced turbulent flow in lakes using a k-epsilon model. S. M. de los Andes, Argentina, 1997. 7th Int. Conf. Lakes Cons. Management LACAR'97.
- [4] F. López. Numerical modeling of the seasonal thermal stratification in Lake San Roque (Córdoba). S. M. de los Andes, Argentina, 1997. 7th Int. Conf. Lakes Cons. Management LACAR'97.
- [5] F. López and C. Pirard. Numerical simulation of mixing and transport processes in stratified water bodies using a k-epsilon turbulence model. S. M. de los Andes, Argentina, 1997. 7th Int. Conf. Lakes Cons. Management LACAR'97.
- [6] V. Casulli and R. Cheng. Semi-implicit finite difference methods for three-dimensional shallow water flow. *Int. J. Numer. Meth. Fluids*, 15:629–648, 1992.
- [7] V. Casulli and G. Stelling. Numerical simulation of 3D quasi-hydrostatic free-surface flows. *J. Hydraulic Eng.*, 124:678–686, 1998.
- [8] D. Lynch, J. Ip, C. Naimie and F. Werner. Comprehensive coastal circulation model with application to the gulf of maine. *Continental Shelf Res.*, 16:875–906, 1996.
- [9] Y. Wang and K. Hutter. A semi-implicit semispectral primitive equation model for lake circulation dynamics and its stability performance. *J. Comp. Phys.*, 139:209–241, 1998.
- [10] G. Mellor. A three-dimensional, primitive equation, numerical ocean model. <http://www.aos-princeton.edu/WWWPUBLIC/htdocs.pom>, 1998. Prog. Atm. Oceanic Sci., Princeton Univ.
- [11] G. Mellor and T. Yamada. Development of a turbulence closure model for geophysical flows. *Re. Geophys. Space Phys.*, 20:851–875, 1982.