

GENERACIÓN DE MALLAS A PARTIR DE TOMOGRAFÍAS

Marcelo J. Vénere

Comisión Nacional de Energía Atómica – PLADEMA - Argentina
venerem@exa.unicen.edu.ar

Raul A. Feijóo

Laboratorio Nacional de Computación Científica - Brasil
fej@lncc.br

RESUMEN

En el presente trabajo se describe un procedimiento para la generación de mallas tridimensionales de elementos finitos, tomando como descripción de la geometría una imagen digital 3D. El objetivo de este trabajo es proponer soluciones para las dificultades que se introducen al tener la información geométrica en forma rasterizada y obtener un método lo suficientemente robusto y automático para facilitar el empleo de simulaciones numéricas en áreas nuevas como medicina. Para mostrar sus posibilidades, el procedimiento desarrollado se aplica a la generación de mallas para una arteria carótida partiendo de una tomografía computada en la que se utilizó una sustancia de contraste.

ABSTRACT

An automatic procedure for the generation of three dimensional finite element meshes starting from tomographic images is described. The aim of this work is to propose solutions for the difficulties that are introduced when the geometric information is given as a rasterized image and to obtain a sufficiently robust and automatic method to facilitate the use of numeric simulations in new areas as medicine. As an example, the resulting procedure is applied to the meshing of a carotid artery where the geometry information is given as a highly contrasted computer tomography.

INTRODUCCION

El empleo de la simulación computacional en el área de medicina presenta un crecimiento notable en las últimas épocas, siendo uno de los ejemplos más recientes el modelado del flujo sanguíneo en arterias. Este tipo de simulaciones permite estudiar los mecanismos de la formación de trombos o incluso decidir cual es la mejor estrategia para practicar un *by-pass* [1, 2]. Por ahora, en general los trabajos presentados se basan en geometrías simplificadas y no en arterias reales, sin embargo es factible pensar en un futuro cercano que estas herramientas se puedan aplicar en forma rutinaria al caso de pacientes reales. Una de las muchas dificultades que deberán resolverse para ello, es la generación de la malla de elementos finitos para la arteria en estudio partiendo de una imagen digital 3D de la misma.

El empleo de imágenes digitales 3D son muy comunes en medicina, siendo los mejores ejemplos las tomografías computadas (CT) y las de resonancia magnética (MRI). Las mismas pueden ser descritas como un arreglo de $N_x \times N_y \times N_z$ voxels (pixels tridimensionales) con un color definido (normalmente se utiliza una escala de grises con 8, 12 o 16 bits de información que corresponden a 256, 4096 o 64K niveles de grises respectivamente). La figura 1 muestra, a modo de ejemplo, algunas capas correspondientes a una tomografía computada de las arterias carótidas.

Esta forma de definir una geometría presenta varias dificultades para ser utilizada en la generación de una malla de elementos finitos. En general, los métodos de generación requieren la descripción de la superficie del dominio y toman la información en la forma que la proveen los sistemas de CAD: superficies definidas a través de una triangulación o de un conjunto de *patches* bicúbicos y contornos [3]. En las imágenes digitales, esta información no está directamente disponible y de hecho la superficie del dominio suele no estar netamente definida. Otra dificultad de estas imágenes son los bordes escalonados, producto de la pobre discretización (normalmente en medicina se utilizan discretizaciones de $256 \times 256 \times 128$).

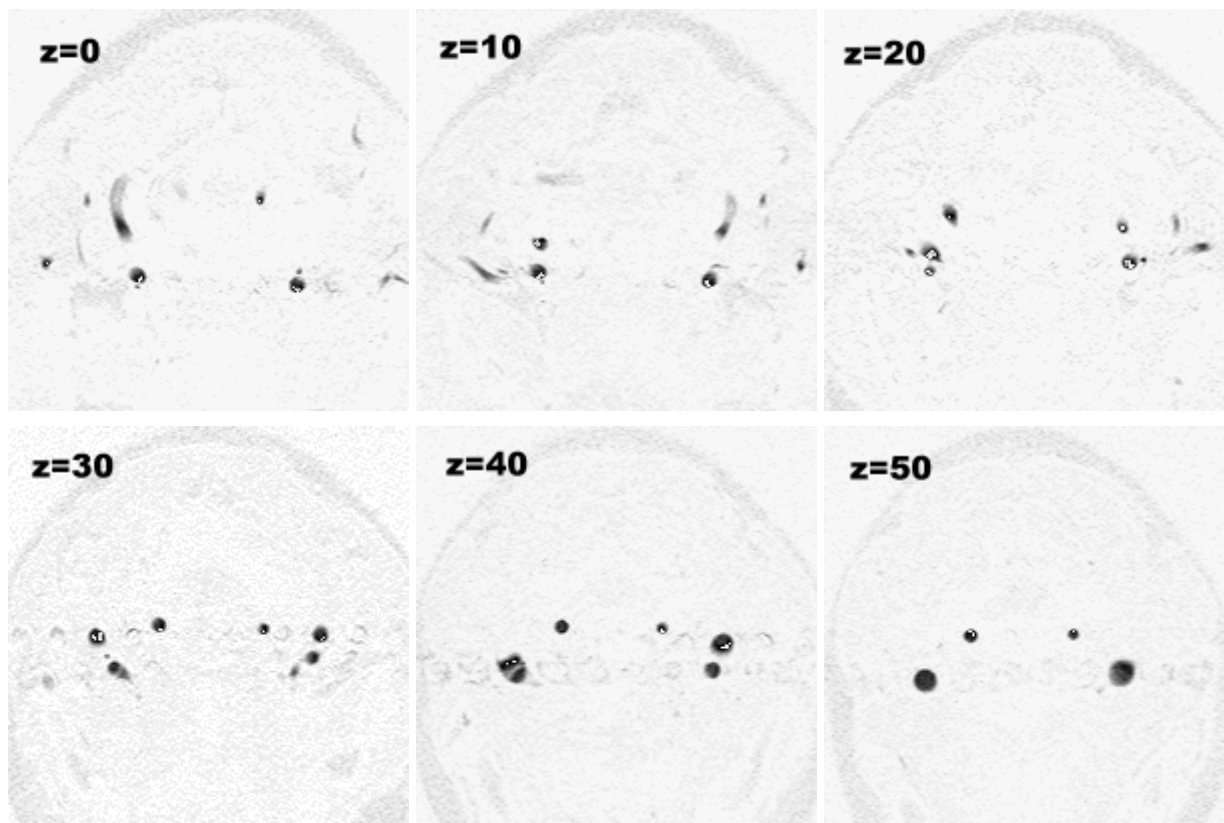


Figura 1: Algunos cortes de una CT correspondiente a las arterias carótidas.
El elevado contraste se debe a que se inyectó una sustancia radio-opaca.

En el presente trabajo, se presentan algunas posibilidades para solucionar estos problemas y se incluye una metodología que promete un razonable grado de automatización en este proceso. La misma presenta cuatro pasos bien diferenciados:

1. *Procesamiento de la imagen tomográfica:* Este tipo de imágenes en general no se encuentra bien definida, presentando ruidos y fantasmas. Además en la misma aparecerán otros cuerpos que no son de interés para la simulación. En esta etapa se deben eliminar tanto las imperfecciones como los demás componentes.
2. *Extracción de la superficie del cuerpo:* Una vez procesada la tomografía, es necesario detectar la superficie que delimita el cuerpo de interés. La implementación robusta de esta etapa es bastante delicada, tanto por su costo computacional como por la necesidad de garantizar que se trata de una superficie cerrada y simplemente conectada.
3. *Generación de la malla de superficie:* La superficie ya definida debe ser discretizada, es decir transformada en una malla de superficie de elementos finitos.
4. *Generación de la malla de volumen:* Ya esta etapa corresponde al procedimiento clásico de generación automática de mallas tridimensionales utilizando elementos tipo tetraedros, donde empleando métodos como Delaunay o Frontal se discretiza el volumen interior de una superficie cerrada.

En el próximo punto estas etapas son descriptas paso a paso, remarcando algunos detalles que pueden afectar la robustez de los algoritmos. A continuación se incluye un ejemplo donde se generaron mallas a partir de una tomografía computada de las arterias carótidas y finalmente se discuten las posibilidades y alcances de este procedimiento.

PROCEDIMIENTO

Procesamiento de la imagen tomografica

Tanto para la eliminación de los ruidos como para enfatizar las fronteras entre el cuerpo de interes y los demas, resultó de gran utilidad el empleo de algunos filtros globales. Estos filtros afectan el color de un voxel independientemente del color de sus vecinos en base a una dada función de transformación. La figura 2a muestra esta función para transformar la imagen ya mostrada (figura 1) en otra perfectamente contrastada como la de la figura 2b (se incluyó solo una capa).

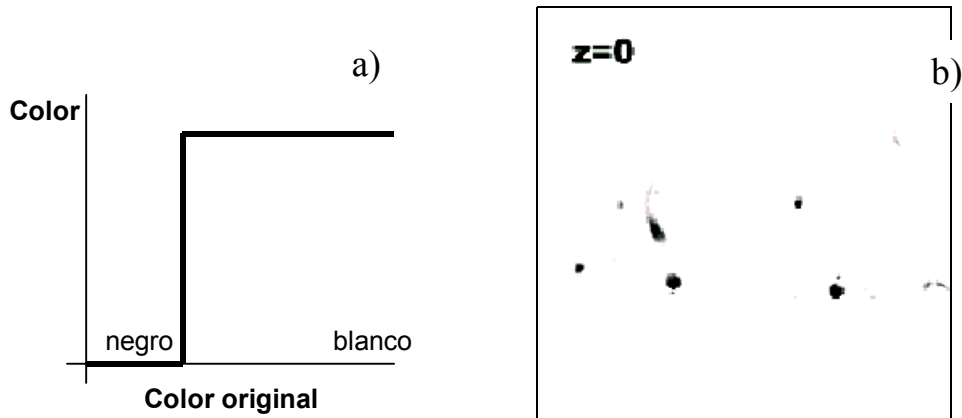


Figura 2: Empleo de filtros globales para eliminar ruidos y enfatizar zonas de interés

En este caso la imagen original ya tenía un alto grado de contraste debido a que para la toma de la CT se inyectó en el paciente una substancia radio-opaca. En situaciones donde esto no es así, se puede recurrir a otras funciones de transformación, donde el rango de colores de interés se define en base a un histograma de la imagen. A modo de ejemplo el caso que se muestra en la figura 3 convertirá en blanco a todos los colores dentro de la ventana especificada y en negro los demás. Debe notarse que diferencias en la función de transformación utilizada tendrán un impacto en la extensión del cuerpo de interés.

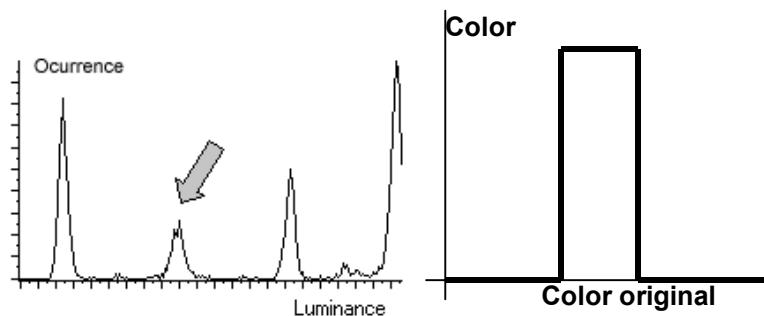


Figura 3: Selección de un componente mediante el empleo de filtros globales.

Una vez aplicado este filtro resulta mucho más simple seleccionar una componente conexas de la imagen y eliminar el resto. Para ello se puede utilizar un algoritmo de llenado: Comenzando con un voxel que pertenezca al dominio de interes, se lo selecciona y se marca para ser analizados a los voxels vecinos por las caras. En este análisis el voxel será seleccionado si su color no difiere en más de una cierta cota del color del voxel original, en cuyo caso se marcarán a los vecinos de este para ser también analizados más adelante. Este algoritmo recursivo resulta extremadamente simple y efectivo.

Extracción de la superficie del cuerpo

Posiblemente se trate de la etapa más delicada desde el punto de vista de obtener un algoritmo automático y robusto. La idea más simple para extraer la superficie del cuerpo de interés es definirla como la superficie exterior del conjunto de voxels seleccionados como se describió en la sección anterior. Lamentablemente la geometría que se obtiene de esta forma no es aceptable ya que sus bordes serán necesariamente escalonados (el ángulo entre dos triángulos vecinos por una arista solo puede ser 90° , 180° o 270°).

Una alternativa mejor es calcular la superficie de nivel donde el color toma un dado valor. Para ello en primer lugar será necesario tener una definición continua de los colores y no como la que se tiene hasta ahora (constante por trozos). Esto es, en lugar de definir el color en cada voxel se lo define en los vértices, para lo cual se puede emplear cualquier técnica de recuperación de gradiente. En nuestro caso utilizamos un simple promedio sobre los voxels que contienen al vértice, pero seguramente una interpolación de mayor orden ayudaría a disminuir irregularidades en los bordes. Empleando este método sobre la tomografía de la figura 2 se obtiene la superficie que se observa en la figura 4.

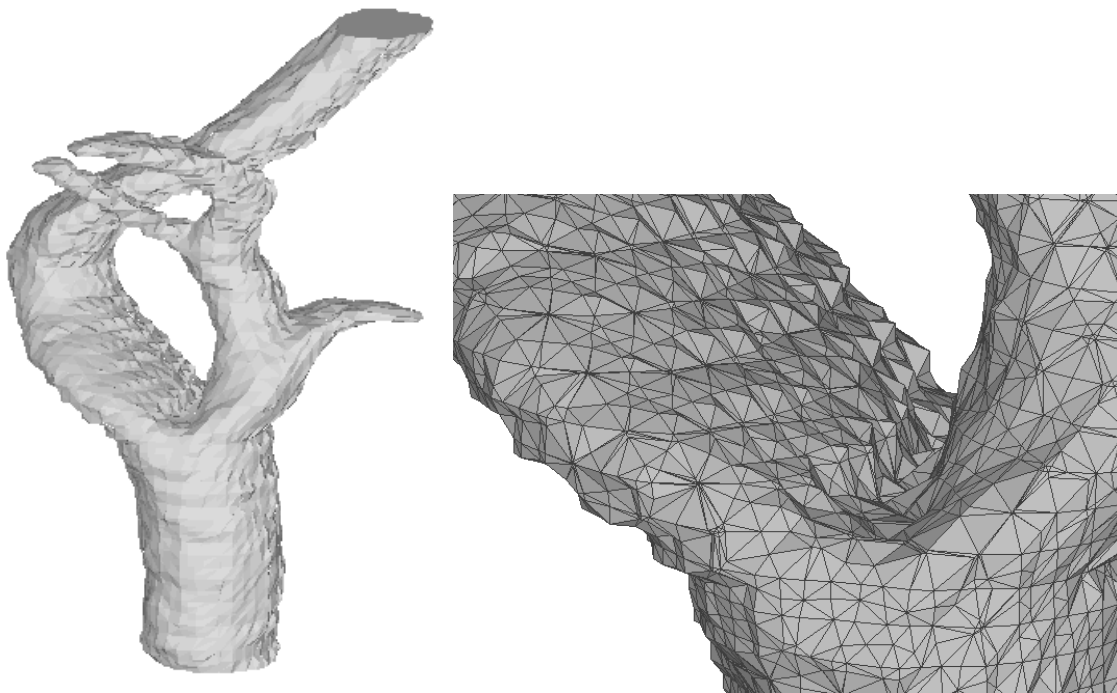


Figura 4: Superficie del dominio extraída como una superficie de nivel y detalle de la triangulación obtenida cerrada

El cálculo de esta superficie de nivel debe ser realizado de forma que se garantice que se obtendrá una componente conexas y cerrada y que a cada arista de la superficie convergen solo dos triángulos. Para ello se propone el siguiente algoritmo:

1. Búsqueda de un voxel que sea intersectado por la superficie de nivel.
2. Cálculo de las intersecciones
3. Marcar para análisis futuro solo los voxels vecinos por las caras intersectadas por la superficie de nivel.
4. Si la frontera del dominio es alcanzada (no hay voxel vecino por esa cara), entonces la superficie es completada con las caras de los voxels en esa frontera.

Los pasos 2 y 3 son repetidos hasta que no quedan más voxels marcados para analizar. Este algoritmo trabaja en forma recursiva y es similar al algoritmo de llenado ya descrito en la sección previa para la detección de un componente. Para resolver el paso 2 el voxel es dividido en seis tetraedros, reduciendo así el alto número de posibilidades en que una superficie puede intersectar un cubo a las dos en el caso de tetraedros.

Con este algoritmo (pasos 1 al 4) no solo es posible garantizar que se obtendrá una superficie válida y cerrada sino que se minimiza el costo computacional, ya que las intersecciones de la superficie con las aristas se realizan solo una vez en forma natural.

Es importante aquí prestar atención a un punto que puede afectar fuertemente al costo computacional del algoritmo. La implementación más simple del mismo sería crear una malla de elementos tetraedros (dividiendo cada voxel en seis tetraedros) y luego montando una estructura de datos que para cada elemento permita conocer sus cuatro vértices y sus cuatro vecinos. Con esta información a mano implementar los pasos 1 a 4 es muy simple. Además resulta interesante disponer de información sobre las seis aristas para poder evaluar las intersecciones solo una vez. Tomando como ejemplo una imagen digital 3D típica con $256 \times 256 \times 128$ voxels, el número de tetraedros en la malla superará los cinco millones y el requerimiento de memoria supera el Gbyte.

Para evitar este problema es necesario explotar el hecho de que una imagen digital es una grilla de $N_x \times N_y \times N_z$ voxels. Utilizando esta información es posible definir los vértices y los vecinos para cada tetraedro en el momento en que un voxel es analizado y no *a-priori*. La implementación resultará bastante más complicada y menos “elegante”, pero el almacenamiento de la malla es eliminado.

Generación de la malla de superficie

Una vez que la superficie del dominio está definida como una triangulación pueden emplearse diferentes métodos para generar una malla de elementos finitos para la misma. En [8] por ejemplo, se emplea el método Frontal y evidentemente se pueden obtener mallas de muy buena calidad, aunque implementarlo en forma robusta no parece tarea sencilla. En nuestro caso proponemos un método bastante más simple que emplea una serie de modificaciones locales sobre la triangulación. El detalle del mismo puede verse en [3], pero incluimos aquí una breve descripción.

Dos problemas deben ser resueltos para transformar la triangulación de la figura 4 en una malla apta para un análisis por elementos finitos: la inadecuada discretización (el tamaño de los elementos no es el requerido por el MEF) y la inaceptable calidad de los elementos (las superficies de nivel tienen gran cantidad de triángulos de área casi nula y con relación de aspecto muy grande, tal como se observa en la ampliación de la figura 4). El algoritmo que utilizamos para resolver estos problemas está basado en cuatro tipos de modificaciones locales:

- División de aristas con longitud mayor que el tamaño de elemento requerido para esa zona. Para ello se agrega un nodo en el medio de la misma y se crean dos nuevos elementos.
- Colapso de aristas con longitud menor que el tamaño de elemento para esa zona. Los dos elementos y los dos nodos de la arista son eliminados y se genera un nuevo nodo en el centro de la misma.
- Cambio de diagonal entre elementos vecinos siempre que sea posible y para mejorar la calidad de los mismos.
- Desplazamiento de nodos para mejorar la calidad de los elementos que convergen al mismo.

Estas operaciones se muestran en la figura 5. La principal objeción a este método es que la mayor parte de las modificaciones propuestas solo pueden realizarse si los triángulos son coplanares; si este no es el caso la operación modificará la geometría original. La forma más simple de manejar este problema es introducir una cota de error admisible en los cambios a la geometría y prohibir aquellas operaciones que la superen. Observamos que una cota de 0.5° en el cambio de dirección de la normal del triángulo, da la suficiente flexibilidad para generar mallas de muy buena calidad y mantiene el cambio en la geometría en valores despreciables. Una alternativa aun mejor es proyectar los nuevos nodos generados a la superficie original.

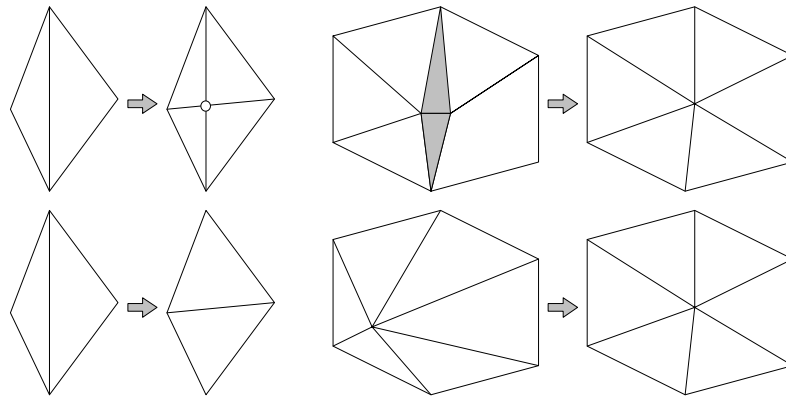


Figura 5: Modificaciones locales del proceso de generacion de mallas de superficie.

Estas operaciones aplicadas en un proceso iterativo permiten generar la malla que se muestra en la figura 6. En este caso particular se relajó la tolerancia para el proceso de suavizado (desplazamiento de nodos) para poder remover las imperfecciones que aun se observan en la figura 4.

Generación de la malla de volumen

Dada una función *tamaño de elemento* $h(x,y,z)$ definida en todo el espacio y la superficie triangularizada de acuerdo a esta función, es posible generar una malla para el volumen contenido, con elementos tipo tetraedros de tamaño $h(x,y,z)$, utilizando técnicas de generación automática de mallas. Las más conocidas son el método Delaunay [4, 5] y el método Frontal [7], aunque existen otras alternativas. En nuestro caso utilizamos una implementación del método Delaunay [6] en la cual los nodos son definidos previamente con el auxilio de un oc-tree. Este oc-tree es creado de forma que cada terminal tenga un tamaño acorde con la funcion $h(x,y,z)$ para luego generar entre uno y siete nodos en cada uno de ellos. La figura 7 permite ver el interior de esta malla para el caso de la carótida, donde puede observarse la estructura regular que proviene del empleo del oc-tree.

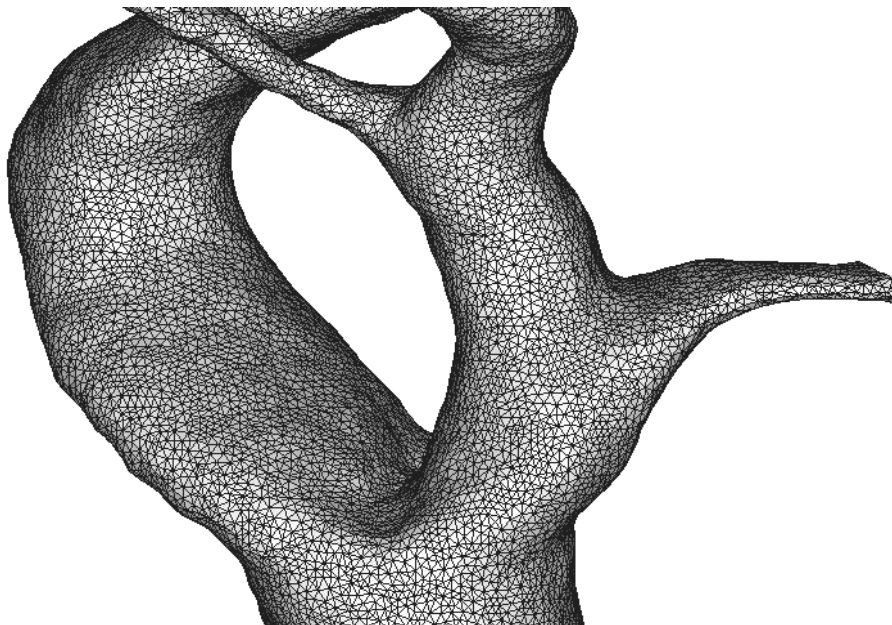


Figura 6: Detalle de la malla de superficie generada.

Es bien conocido que el método Delaunay genera siempre algunos elementos de muy mala calidad, producto en general del proceso de recuperación de la frontera. Para resolver este problema hemos utilizado un método para la optimización de la calidad de los elementos, que es una variante de la propuesta en [9]. La misma esta basada en cambios locales en la topología de la malla: Para pequeños grupos de elementos conectados entre si, se analizan un número predeterminado de formas de definir estos elementos preservando la frontera de los mismos con el resto de

la malla. En aquellos casos en que se encuentre una configuración con mejor calidad de elementos que la original, se la reemplaza. El método puede ser visto como una extensión de la idea del cambio de diagonales entre triángulos vecinos en 2D. Una descripción más detallada de esta técnica puede verse en [10].

EJEMPLOS

Resumimos aquí las características de tres mallas generadas para el caso de la arteria carótida utilizado como ejemplo a lo largo de este trabajo. A modo de indicador de la calidad de los elementos generados utilizamos el mínimo/máximo ángulo entre aristas de un elemento (Edge_angle) y el mínimo/máximo ángulo entre caras (Face_angle).

	Num. nodos	Num. elementos	Edge_angle	Face_angle
Mesh 1:	29622	129043	7°/163°	6°/168°
Mesh 2:	69991	339605	12°/140°	11°/155°
Mesh 3:	163517	817602	11°/156°	10°/160°

La malla de superficie de la figura 6 corresponde a la malla 1 y la malla de volumen de la figura 7 corresponde a la malla 2. Para los tres casos se utilizó un tamaño de elemento constante.

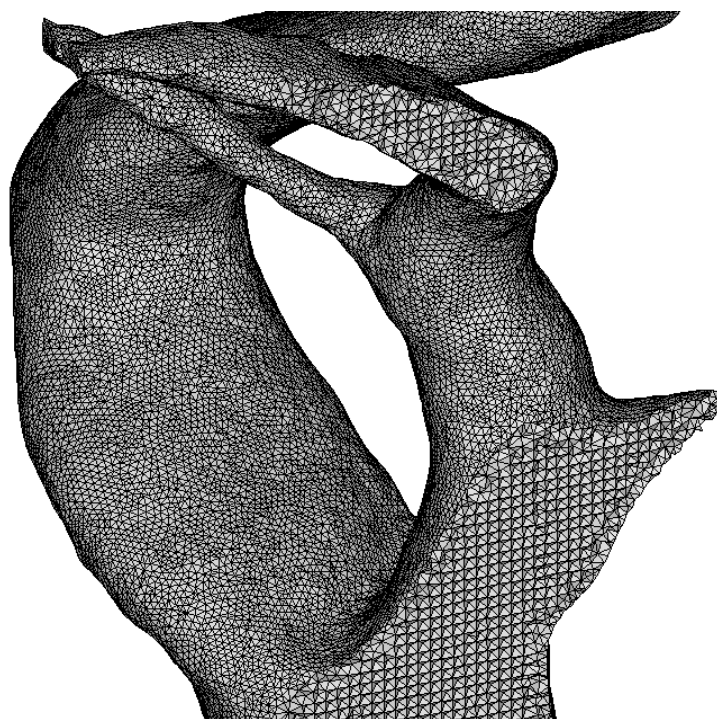


Figura 7: Detalle de la malla de volumen.

CONCLUSIONES

Se presentó un proceso razonablemente automático para la generación de mallas tridimensionales de elementos finitos, tomando la descripción de la geometría a partir de una imagen digital 3D. A pesar de que algunas etapas requieren un cierto esfuerzo de parte del usuario, de acuerdo a nuestra experiencia mallas de cierta complejidad, como las presentadas en este trabajo, pueden ser generadas en un día de trabajo. El costo computacional de todo el proceso es muy bajo y puede ser resuelto en equipos tipo PC.

Para obtener un proceso aun más automático, la primera etapa (procesamiento de la tomografía) puede ser mejorada con la implementación de algunas herramientas computacionales apropiadas o incluso recurriendo a otras técnicas de segmentación utilizadas en medicina.

La segunda etapa (determinación de la superficie) requiere la especificación del color para la superficie de nivel. Debido a que la imagen 3D ha sido procesada para obtener un alto contraste entre el cuerpo de interés y el resto de la imagen, este valor de color no tiene un gran impacto sobre la superficie final que se obtiene. Normalizando los colores presentes en el rango [0-1], se puede adoptar un valor típico de 0.5.

Finalmente, desde el punto de vista del análisis fluidodinámico, resulta importante poder densificar la malla en las zonas donde hay capas límites, o disponer de facilidades adicionales para definir la discretización a la entrada y salida de la arteria. Estas consideraciones particulares ya están siendo estudiadas por los autores y preveemos implementarlas en el futuro inmediato.

REFERENCIAS

- [1] Taylor Ch., Hughes Th, Zarins Ch, "Finite element modeling of blood flow in arteries." *Computer Methods in App. Mech. Eng.* V158, pp. 155-196, 1998.
- [2] M. Lei, C. Kleinstreuer, J. Archie, "Hemodynamic simulations and computer-aided designs of Graft-Artery junctions". *Journal of Biomechanical Engineering.* Vol. 119 pp. 343-348, 1997.
- [3] Marcelo Vénere, "Técnicas adaptivas para el método de elementos finitos en dos y tres dimensiones". Ph.D. dissertation, Univ. de Cuyo, Argentina, 1996.
- [4] David F. Watson, "Computing the Delaunay Tesselation with Application to Voronoi Polytopes", *The Computer Journal*, Vol 24(2) pp.167-172, 1981.
- [5] T. Baker, "Automatic mesh generation for complex three dimensional regions using a constrained Delaunay triangulation". *Engineering Computations*, Vol 5, pp 161-175, 1989.
- [6] E. Dari, "Contribuciones "Ph.D. dissertation, Univ. de Cuyo, Argentina, 1994.
- [7] J. Peraire, J. Peiro, L. Formaggia , K. Morgan, O. Zienkiewicz, "Finite element Euler computations in three dimensions". *International Journal for Numerical Methods in Engineering.* Vol. 26, pp. 2135-2159, 1988.
- [8] Rainald Lohner, "Regridding surface triangulations" *Journal of Computational Physics*, Vol. 126, pp. 1-10, 1996.
- [9] Thierry Coupez, "A mesh improvement method for 3D automatic remeshing". *4th International conference on numerical grid generation in computational fluid dynamics and related fields*, Swansea, England, pp. 615-626, 1994.
- [10] Marcelo J. Vénere, "Optimización de la calidad de mallas de elementos finitos mediante cambios localizados de topología". *Rev. Int. de Mét. Num. para Cálculo y Diseño en Ing.*, Vol 13, pp.. 3-13, 1997.