

CALIBRACION DE MODELOS ELASTOPLASTICOS EN REGIMEN DE ALTO CONFINAMIENTO

Guillermo Etse, Domingo Sfer

Universidad Nacional de Tucumán, Junín 665 – 4000 Tucumán, Argentina

e-mail: getse@herrera.unt.edu.ar

RESUMEN

En la simulación numérica del comportamiento de falla de materiales cuasifrágiles, los modelos elastoplásticos representan una de las herramientas más eficientes y realistas para la formulación de teorías constitutivas con capacidad de reproducir la compleja respuesta de dichos materiales ante estados de carga multidireccionales. Precisamente uno de los fenómenos más críticos y característicos de tales respuestas, la dilatación volumétrica que antecede a la falla, es acertadamente reproducida mediante el uso de formulaciones elastoplásticas no asociadas las cuales involucran operadores materiales tangentes no simétricos. Es esta propiedad relevante de tales operadores la que permite, a su vez, captar fenómenos tales como la inestabilidad en prepico del hormigón en bajo confinamiento, que precede a la microfisuración. Mas aun, dicho operador brinda información de las direcciones críticas de degradación anelástica del material, la cual debe ser coincidente con la cinemática de falla que caracteriza al fenómeno físico. En otras palabras, existe una serie de indicadores y operadores "objetivos" que, de ser utilizados, permitirían calibraciones más precisas y detalladas que las obtenidas hasta el presente, basadas en utilizaciones de comportamientos globales o integrales de la respuesta material, tal cual son las respuestas fuerzas-deformaciones, que muchas veces son mal interpretadas en términos de tensión-deformaciones.

En el presente trabajo se propone un método basado en la teoría de localización de fallas para la calibración de formulaciones elastoplástica no asociadas. Para tal fin se utilizan resultados experimentales confiables obtenidos por D. Sfer en la Universidad Politécnica de Catalunya. El método propuesto permite no solamente calibrar parámetros internos del modelo, sino particularmente, obtener información válida y precisa sobre las propiedades relevantes que debe tener la función de no asociatividad para reproducir la dilatación volumétrica en régimen de bajo y alto confinamiento. Como consecuencia se obtienen, además de curvas tensión-deformación realistas, predicciones de microfisuraciones y de sus direcciones preponderantes, acertadas y confiables.

ABSTRACT

In the numeric simulations of quasibrittle materials failure, the elastoplastics models are appropriated and realistic tools in order to reproduce the complex behavior of these materials under triaxial loads. One of the critics phenomena to be reproduced by the elastoplastic models is the volumetric dilatance before the failure. This effect is reproduced by a non associate formulation which involve non simetric materials operators.

The present work a new calibration method is proposed, this method is based in the localization theory in order to evalute non associated elastoplastic formulations. Experimentals results obtained by Sfer are used. With the method is possible to obtain crucial information about the non associativity property of the formulations in order to reproduce a realistic volumetric dilatance in high and low confinement regime. In this sense it be able to obtain more realistic strain stress response, and accurate predictions in the failure plane directions

INTRODUCCION

A fin de lograr mejorar predicciones de falla material y muy particularmente del hormigón, que es uno de los materiales más extendidamente utilizado en la Ingeniería Civil, se requiere de un conocimiento más detallado de su respuesta en estados tensionales particulares o extremos. En otras palabras es necesario desarrollar y calibrar formulaciones constitutivas frente a fenómenos físicos reales, más aún es prioritario la interpretación exhaustiva de los fenómenos físicos para extraer toda la información relevante requerida para la formulación y calibración de modelos.

Si bien esto se ha logrado en diversas facetas del comportamiento del hormigón, queda un remanente, que es uno de los aspectos de su comportamiento de crucial importancia y que por la complejidad experimental asociada no pudo estudiarse en detalle. Este es el caso particular del comportamiento de falla del hormigón en compresión tridimensional con alto nivel de confinamiento.

La pregunta más importante en el caso de compresión triaxial del hormigón con alto confinamiento es cual es el tipo o modo de falla que se desarrolla en este caso, frágil o dúctil. Por otro lado se plantea también la incógnita sobre que acontece con los criterios de estabilidad y con la estabilidad material propiamente dicha bajo estos estados de carga. El comportamiento del hormigón bajo tensiones triaxiales con alto confinamiento ha adquirido una relevancia gravitante en virtud de la mayor esbeltez de las estructuras, las cuales con las consiguientes reducciones geométricas conllevan a estados tensionales inusuales hasta hace pocos años atrás.

El estudio del hormigón en estados triaxiales con alto confinamiento desde el punto de vista teórico, debe estar orientado al análisis de la evolución de los indicadores de falla dúctil y frágil y a obtener correlaciones claras y concretas con los fenómenos físicos, es decir con los ensayos experimentales.

En vista de las propuestas recientes de modelos constitutivos sofisticados para hormigón, es que en este trabajo se presenta una alternativa para la calibración de dichos modelos sobre la base de indicadores de falla frágil y dúctil en el régimen de alto confinamiento. De esa forma se logra un método criterioso y eficiente para la calibración de modelos constitutivos para hormigón y, a su vez, dar luz en diversos aspectos al complejo comportamiento del hormigón bajo alto confinamiento

COMPORTAMIENTO DEL HORMIGON EN REGIMEN DE ALTO CONFINAMIENTO

A fin de la calibración de los modelos se cuenta datos experimentales de ensayos triaxiales sobre probetas de hormigón, los cuales fueron realizados por Sfer [1]. Estos ensayos fueron realizados bajo diferentes niveles de confinamientos, abarcando desde el uniaxial hasta confinamientos de 60 MPa, correspondiente al doble de la resistencia uniaxial de compresión.

Estos ensayos comprenden una etapa hidrostática, con control de carga y una segunda desviadora en donde manteniéndose el confinamiento lateral, se incrementaba la deformación axial hasta la rotura, es decir con control mixto.

A nivel constitutivo se realizaron estos mismos ensayos utilizando el modelo Extendido de Leon MEL, desarrollado por Etse [2]. Este es un modelo Elastoplástico según el cual las deformaciones plásticas están gobernadas por una regla de flujo no asociada volumétrica.

Considerando las repuestas numéricas y experimentales en términos de tensión deformación, se observa una buena correspondencia en bajos confinamientos, fig.1a, y apreciables diferencias en el régimen de alto confinamiento, fig. 1b. En este último caso se observa que el modelo predice un proceso de endurecimiento mucho menos dúctil que el observado experimentalmente.

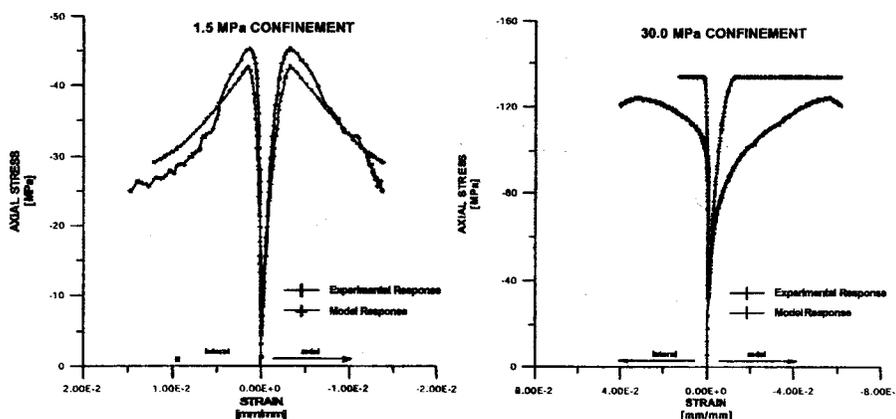


figura 1 Respuestas numérica y experimental, 1a con bajo confinamiento y 1b con alto confinamiento

FORMULACION DE MODELOS ELASTOPLASTICOS

La formulación de los modelos elastoplásticos consideran la descomposición aditiva de las deformaciones

$$\dot{\boldsymbol{\epsilon}} = \dot{\boldsymbol{\epsilon}}_e + \dot{\boldsymbol{\epsilon}}_p \quad 1$$

Como así también de un criterio de máxima resistencia o criterio de fluencia, definido en general en términos de las tensiones y de otras variables internas.

$$F(\boldsymbol{\sigma}, q) = 0 \quad 2$$

Además de una regla de flujo plástico que gobierna las deformaciones

$$\dot{\boldsymbol{\epsilon}}_p = \dot{\lambda} \frac{\partial Q}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \quad 3$$

En general los modelos que mejor reproducen el comportamiento del hormigón son no asociados, es decir aquellos en los que la superficie de fluencia F no coincide con la superficie de potencial Plástico Q . En particular se tienen los modelos MEL [2], Kang [3] que presentan una no asociatividad volumétrica, es decir que el gradiente volumétrico de la superficie de potencial no coincide con el correspondiente de la superficie de potencial, pero sólo en su componente volumétrica.

INTERPRETACION ELASTOPLASTICA DE LOS DATOS EXPERIMENTALES

Teniendo en cuenta la validez de la descomposición aditiva de las deformaciones, es decir que la deformación total resulta de la suma de la deformación elástica y plástica respectiva, y si además se considera que la componente elástica puede deducirse a partir del operador elástico E , es posible obtener por diferencia el incremento de deformación plástica de la forma

$$\Delta \boldsymbol{\epsilon}^p|_{n+1} = \Delta \boldsymbol{\epsilon}|_{n+1} - \Delta \boldsymbol{\epsilon}^e|_{n+1} \Delta E^{-1} = \begin{bmatrix} \Delta \boldsymbol{\epsilon}^p_p \\ \Delta \boldsymbol{\epsilon}^p_p \\ \Delta \boldsymbol{\epsilon}^p_\theta \end{bmatrix} \quad 3$$

De acuerdo a la teoría del flujo de la plasticidad y considerando que sólo existe no asociatividad volumétrica, se tiene que la componente deviatorica de este incremento es

$$\Delta \boldsymbol{\epsilon}^p_p|_{n+1} = \Delta \lambda|_{n+1} \left(\frac{\partial Q}{\partial \boldsymbol{p}} \right)_{n+1} = \Delta \lambda|_{n+1} \left(\frac{\partial F}{\partial \boldsymbol{p}} \right)_{n+1} \quad 4$$

Por lo tanto puede obtenerse de esta expresión el escalar $\Delta \lambda$, correspondiente al incremento experimental de tensiones considerado de la forma

$$\Delta\lambda|_{n+1} = \frac{\Delta\varepsilon^p_p|_{n+1}}{\left(\frac{\partial F}{\partial p}\right)|_{n+1}} \quad 5$$

Luego en la componente volumétrica puede expresarse

$$\Delta\varepsilon^p_p|_{n+1} = \Delta\lambda|_{n+1} \left(\frac{\partial Q}{\partial p}\right)|_{n+1} = \frac{\Delta\varepsilon^p_p|_{n+1}}{\left(\frac{\partial F}{\partial p}\right)|_{n+1}} \left(\frac{\partial Q}{\partial p}\right)|_{n+1} \quad 6$$

de donde obtenemos el gradiente volumétrico del potencial plástico

$$\left(\frac{\partial Q}{\partial p}\right)|_{n+1} = \left(\frac{\partial F}{\partial p}\right)|_{n+1} \frac{\Delta\varepsilon^p_p|_{n+1}}{\Delta\varepsilon^p_p|_{n+1}} \quad 7$$

FACTOR DE NO ASOCIATIVIDAD

En las formulaciones correspondientes a los modelos elastoplásticos se considera una ley de no asociatividad volumétrica definida. Por otro lado de la sección anterior se deduce que es posible extraer el gradiente volumétrico de los datos experimentales, y con este puede evaluarse la no asociatividad. Por lo tanto se define el factor de no asociatividad como la diferencia:

$$\alpha_v = \frac{\partial Q}{\partial p} - \frac{\partial F}{\partial p} \quad 8$$

A partir de este factor puede compararse las predicciones numéricas de los modelos con los datos experimentales correspondientes, sin embargo se debe tener presente que a pesar de inferirse este factor de los datos experimentales, estos se obtienen considerando una superficie de fluencia propuesta.

Se presenta a continuación una comparación entre los datos experimentales y los correspondientes numéricos obtenidos a partir del modelo Extendido de León (MEL). En el gráfico de la figura 2a se presenta el factor de no asociatividad numérico y experimental para el caso de un confinamiento de 1.5 MPa.

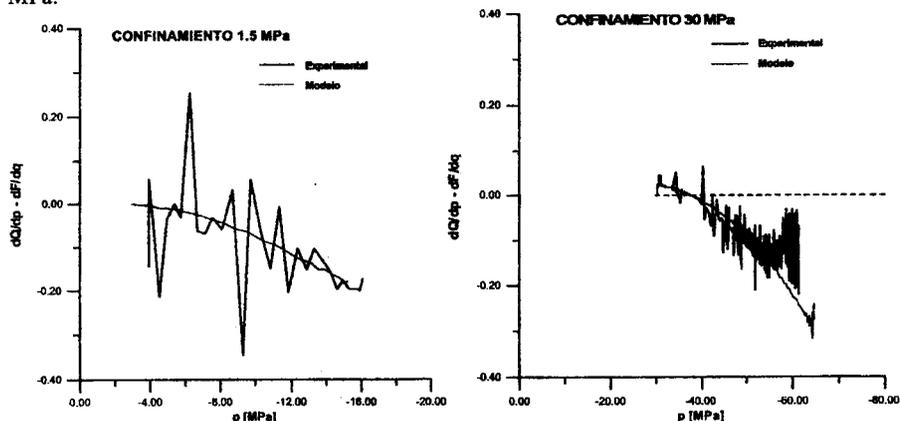


Figura 2. Factor de no asociatividad con conf. de 1.5 MPa (a) y 30 MPa (b) (MEL y Experimental)

Se observa que la tendencia indicada por el modelo se ajusta a la obtenida experimentalmente. La variación en el caso experimental no es continua, muestra variaciones y oscilaciones alrededor de la tendencia, típico de los registros experimentales. Por lo tanto la predicción del modelo muestra

claramente una coincidencia con la tendencia que indican los resultados experimentales, basados en el criterio de fluencia del MEL.

Se aprecia que el factor de no asociatividad volumétrica comienza con un valor nulo, y luego crece negativamente. Esto indica que inicialmente el gradiente volumétrico del potencial es igual al de la superficie de fluencia y que conforme evoluciona el proceso plástico se incrementa negativamente la diferencia entre ambos gradientes. Este efecto significa que las primeras superficies de potencial coinciden con las de fluencia.

En la figura 2b se presenta un gráfico correspondiente al caso con un confinamiento de 30 MPa., en este gráfico se aprecia una coincidencia sólo hasta un nivel intermedio del proceso. Se observa que en el inicio el factor es positivo. Este valor positivo indica que el gradiente volumétrico del potencial es mayor, por lo que en procesos hidrostáticos con altos confinamientos la consideración del flujo asociado conlleva a un comportamiento excesivamente compactante.

Conforme evoluciona el proceso el factor de no asociatividad disminuye pasando por cero y tornándose negativo. En esta etapa modelo y experimento presentan coincidencia hasta que para un dado nivel de la presión hidrostática el experimento muestra una marcada tendencia a mantener el valor, mientras que el modelo predice una continuidad en la disminución del grado de no asociatividad. Esto se traduce en que la respuesta del modelo para este nivel de cargas resulte poco dilatante. Considerando la magnitud de las deformaciones, este efecto potencia las diferencias entre las respuestas tensión – deformación experimental y del MEL.

Por otro lado también se presentan en la figura 3a y 3b gráficos que muestran la evolución de las deformaciones plásticas volumétricas, se consideran los dos niveles de confinamiento de los gráficos anteriores. En ellos se compara la evolución propuesta por el modelo y la registrada en el ensayo.

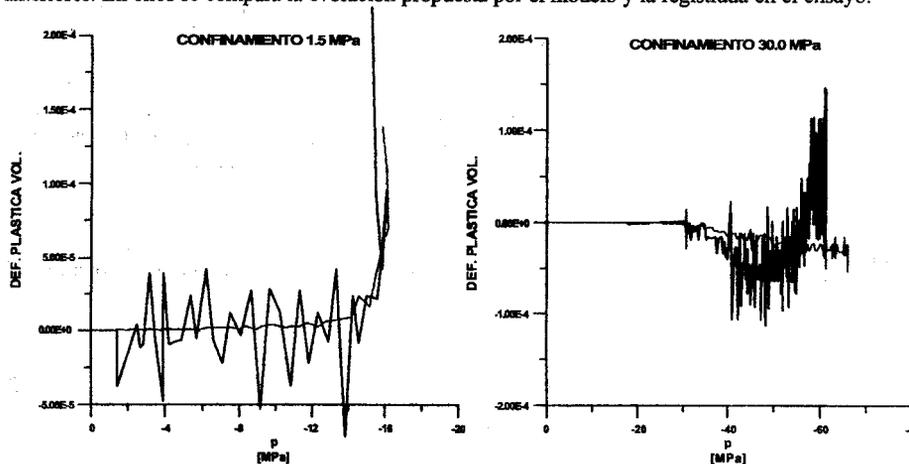


Figura 3. Def. Plásticas Volumétricas, con conf. de 1.5 MPa (a) y 30 MPa (b) (MEL y Experimental)

Se aprecia en la fig. 3a que las predicciones del modelo ajustan a los valores experimentales, a pesar de que estos últimos presentan importantes oscilaciones. Se observa claramente el comportamiento frágil, pues en régimen de endurecimiento las deformaciones plásticas permanecen acotadas próximas al valor nulo para luego dispararse las dilataciones en el pico.

En el gráfico correspondiente a alto confinamientos se evidencia aún más el carácter compactante del modelo respecto de la respuesta experimental. Se observa que el proceso dilatante no es violento como en los casos de bajo confinamiento sino que se muestra progresivo durante el proceso de

endurecimiento. Esto indicaría que en estos niveles de confinamiento el proceso de expansión lateral, de gran magnitud, se desarrolla en forma gradual en el régimen de endurecimiento. Obteniéndose una importante dilatación en la zona de prepico.

INDICADORES DE FALLA LOCALIZADA

La falla localizada constituye una discontinuidad débil en el campo de velocidades [4]. Si consideramos que un sólido deformado puede dividirse en dos subdominios a través de una discontinuidad cuya normal es N , de acuerdo al teorema de Maxwell [5], el salto de velocidad puede escribirse

$$[[\dot{u}]] = \dot{\gamma} M \otimes N \quad 9$$

Donde M es el vector de polarización y $\dot{\gamma}$ un escalar que define la magnitud del salto. En forma análoga puede describirse con una expresión similar las discontinuidades en la Mecánica de Fracturas, siendo $\dot{\gamma}$ la amplitud del salto, N el vector normal al plano de discontinuidad o de localización y M el vector indicativo de la dirección del movimiento.

Teniendo en cuenta la ecuación constitutiva, el salto en el campo de tensiones vendrá dada por:

$$[[\dot{\sigma}]] = E_T : [[\dot{\epsilon}]] = \dot{\gamma} E_T : (N \otimes M) \neq 0 \quad 10$$

Dicha definición en el campo tensional debe conducir sin embargo, a un vector tracción definido por la ley de Cauchy, idéntica hacia ambos lados de la discontinuidad caracterizada por N , a fin de preservar la continuidad del medio en el marco de la mecánica del continuo. En otras palabras

$$[[\dot{t}]] = \dot{t}_1 - \dot{t}_2 = \dot{\gamma} N \cdot E_T : (N \otimes M) \doteq 0 \quad 11$$

o escrita de otra forma

$$(N \cdot E_T \cdot N) M = Q_T M = 0 \quad \Rightarrow \quad \det Q_T = 0 \quad 12$$

La última ecuación define un problema de autovalores del tensor de segundo orden Q , para el caso particular de autovalores nulos. Esta condición establece la existencia de un salto en el campo del gradiente de velocidad, en el marco del medio continuo.

La condición dada por la ecuación 5.8 se denomina falla local en medios continuos, dado que implica discontinuidad en el campo del gradiente de velocidad y continuidad en el campo de velocidad. Asimismo al operador tensorial Q se lo denomina *tensor acústico o de localización*.

EVOLUCION DE LOS INDICADORES DE FALLA

A partir de los datos experimentales y considerando la superficie de fluencia y la formulación de variables internas propuestas por un modelo es posible obtener un operador elastoplástico experimental [6].

$$E_{epT}^n = E - \frac{E : \Delta \dot{\epsilon}_p \Big|_n \otimes \frac{\partial F}{\partial \dot{\sigma}} \Big|_n : E}{\frac{\partial F}{\partial \dot{\sigma}} \Big|_n : E : \Delta \dot{\epsilon}_p \Big|_n - \frac{\partial F}{\partial k} \Big|_n \frac{\partial k}{\partial \epsilon_p} \Big|_n \Delta \dot{\epsilon}_p^ef \Big|_n} \quad 13$$

A partir del cual puede obtenerse el tensor de localización y consecuente su determinante.

La propuesta de este trabajo es el análisis de la evolución de este indicador pero con datos experimentales.

En la figura , se presentan los gráficos polares en donde se muestra la evolución del $\det(Q)$, obtenido en base a los datos experimentales, en este caso también se toman los ensayos correspondientes a 1.5 MPa y 30 MPa respectivamente. Cada una de las rosetas representa un estado de carga dado. Puede apreciarse la evolución a través del parámetro de endurecimiento que se indica sobre cada una de ellas. Se infiere de estas roseta la variación del determinante para los diferentes planos potenciales de falla. El gráfico está normalizado respecto del determinante correspondiente al material sin deterioro.

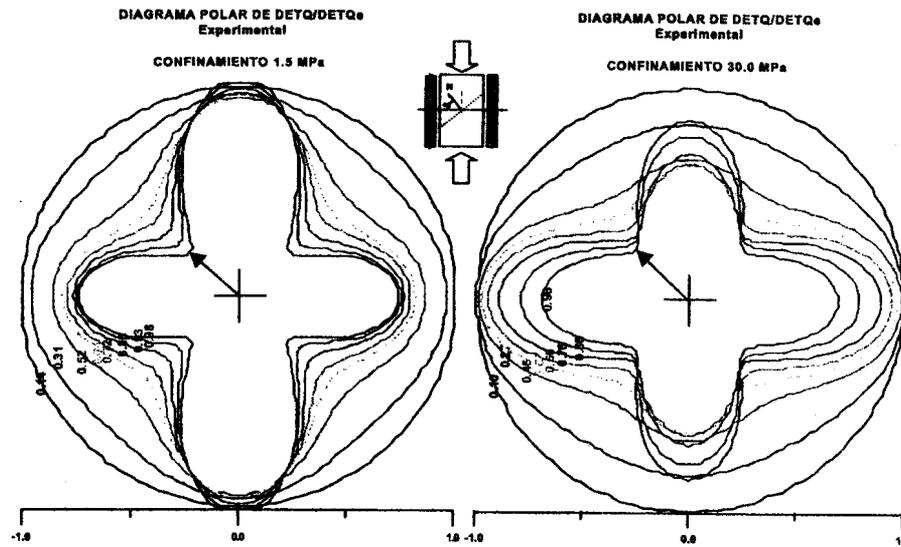
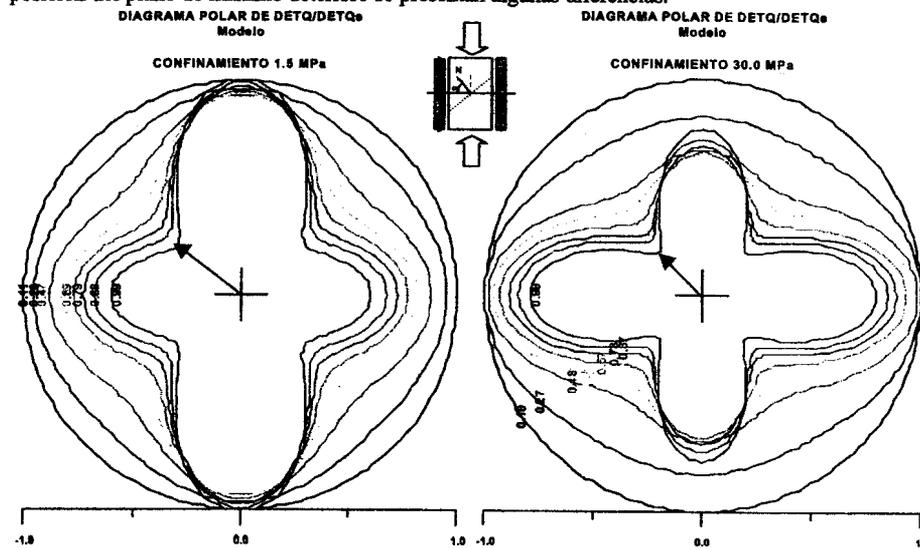


Figura 4. Evolución del $det(Q)$ experimental, con conf. de 1.5 MPa (a) y 30 MPa (b)

Considerando que la dirección indicada en el diagrama polar corresponde a la dirección perpendicular al plano de falla analizado, se advierte que conforme evoluciona el ensayo se evidencia un mayor deterioro en la dirección oblicua. Por otro lado se observa que para bajo confinamiento no se registra daño en el plano horizontal, mientras que con alto confinamiento se evidencia un deterioro del plano horizontal, aunque luego se observa una recuperación del mismo. Sin embargo en ningún caso llega a anularse el $det(Q)$, por lo que no se registra discontinuidad o falla localizada.

En la siguiente figura se presentan idénticos gráficos, pero obtenidos a partir de la respuesta numérico del modelo (MEL). A partir de estos gráficos se observa que si bien existe un buen ajuste en la posición del plano de máximo deterioro se presentan algunas diferencias.



Para el caso de bajo confinamiento se observa que el modelo predice un mayor deterioro del plano

vertical. Mientras que para el caso de alto confinamiento el modelo prevé un mayor deterioro del plano vertical y una menor recuperación del plano horizontal.

CONCLUSIONES

Uno de los objetivos propuestos en este trabajo fue la calibración de modelos o formulaciones constitutivas en base a los datos experimentales. En este sentido el aporte de este trabajo es el desarrollo de un novedoso método de calibración de modelos a partir de datos experimentales, considerando una superficie de fluencia propuesta y formulaciones de variables internas. De esa forma es posible obtener un operador elastoplástico tangente "empírico", y consecuentemente el indicador de falla localizado. Este método se puede aplicar en cualquier modelo elastoplástico con no asociatividad volumétrica.

Siguiendo con el análisis se ha obtenido la evolución del tensor acústico para los diferentes ensayos concluyendo que en ningún caso se logra indeterminación del mismo en el régimen de endurecimiento. También se ha desarrollado un análisis de los resultados experimentales, posprocesándolos y obteniéndose de ellos la evolución de la noasociatividad y las deformaciones plásticas volumétricas los cuales son relevantes a la hora de proponer formulaciones alternativas que permitan validar los modelos en el rango de alto confinamiento. En este punto se concluye que en régimen de alto confinamiento se produce un abrupto cambio en las deformaciones plásticas volumétricas tornándose estas fuertemente dilatantes justo antes de producirse la carga de pico. Este efecto tiene fundamental importancia en la definición del mecanismo de falla en estos niveles de confinamiento. Existe también una correlación este fenómeno y la evolución del tensor acústico, lo que ha permitido concluir que el efecto dilatante observado en etapas finales de los ensayos con alto confinamiento producen un deterioro en los planos verticales, lo cual se evidencia con una sustancial reducción del $\det(Q)$ en la dirección correspondiente, sin embargo no se altera la posición, ni el valor mínimo del $\det(Q)$, el cual se mantiene similar al predicho por el modelo.

REFERENCIAS

- [1] Sfer, D., Carol, I., Gettu, R., Etse, G *Experimental study of the triaxial behavior of concrete*. Accepted for publication in Journal of Engrg. Mech. ASCE (2000).
- [2] Etse, G . *Theoretische und numerische Untersuchung zum diffusen und lokalisierten Versagen in Beton* Thesis presented to the University of Karlsruhe, Germany, in partial fulfillment of the requirements for the degree of Ph.D. 1992
- [3] Kang, H; *Triaxial Constitutive Model for plain and reinforced concrete behavior* PhD Thesis Dept. CEAE, University of Colorado, Boulder, CO 80309-0428, USA., 1997
- [4] Sobh, N.; Sabban, S.; Sture, S., and Willam K. *Failure diagnostics of elasto-plastic operators* Numerical Methods in Engineering, theory and applications. G.N. Pande, and J. Middleton, eds., Elsevier Applied Science, England, 2, 775-794. 1990
- [5] Truesdell, C.; Toupin, R. *The Classical Field Theories of Mechanics*. Flüge Handbuch der Physik, Eds. Springer Verlag III/1 1958.
- [6] Etse, G., Sfer, D., Carol, I., Gettu, R., *Failure Analysis of Concrete Under Multiaxial Stress* State ECCOMAS 2000, Barcelona Setiembre 2000.