

ESTUDIO DE LA DISIPACION DE CALOR EN UNA PRESA DE HORMIGON COMPACTADO CON RODILLO

Jorge E. Crempien Laborie
Facultad de Ingeniería
Universidad de los Andes
San Carlos de Apoquindo 2200, Las Condes, Santiago, Chile

ABSTRACT

Construction of certain large structures like roller compacted concrete dams involve the placement of large amounts of concrete which brings the problem of heat production in large quantities as a consequence of concrete curing. In the case of Pangué Dam, a 120 meter height dam located in the Bio-Bio river, a study of the dissipation of the heat was performed using the heat transmission equation associated with the elasticity equation to see the temperature distribution and the stresses caused by the temperature gradient. To perform this study the finite element method was used. The boundary conditions are of various types because the surface of the concrete dam is in contact with the air in on sector, with water and with the foundation ground in other. The temperature in this different boundary conditions varies with time o the day and the season of the year which become important because the heat dissipation last further more then the time of the filling of the reservoir.

RESUMEN

La colocación de hormigón en grandes masas, como es el caso de una presa de hormigón compactado mediante rodillo, presenta el problema de la disipación del calor producido por el fraguado del hormigón. En el caso de la presa Pangué sobre el río Bio-Bio, de 120 m de alto, se hizo un estudio usando elementos finitos con la ecuación de transmisión de calor y las ecuaciones de elasticidad para ver conjuntamente el estado tensional producido por el gradiente de temperaturas. Las condiciones de borde son variadas ya que la presa está en contacto con el agua, con el ambiente y con el suelo de fundación. La temperatura en la frontera varía lentamente de acuerdo a la estación del año y de la hora del día, lo cual es importante por que el problema de disipación del calor de fraguado se prolonga mucho mas allá de la etapa de llenado de la presa.

INTRODUCCION

En las represas de hormigón colocado en masa, como es el caso de las represas de hormigón compactado con rodillo, por el fraguado del hormigón se produce una cantidad considerable de calor, el cual tiende a disiparse hacia las caras libres y el suelo de fundación. Sin embargo esta disipación es lenta y como se producen gradientes de temperatura se pueden generar tensiones y deformaciones que pueden conducir a agrietamiento de la presa.

Con el objeto de estudiar el problema de disipación del calor generado en una represa se construyó un modelo de elementos finitos bidimensional de una presa real en construcción. Para esto se tomaron las ecuaciones diferenciales tradicionales de disipación de calor en un cuerpo. A partir de ellas se vio la forma variacional del problema y luego este se llevó a una forma débil para desarrollar las funciones de elementos finito y resolver el problema. En el modelo se supuso que el hormigón es un material homogéneo e isotrópico.

ECUACION DE BALANCE

El caso de las represas se puede suponer que es un sólido en el interior del cual se produce calor que es disipado al medio ambiente, pero desde el medio ambiente también le llega calor por las variaciones de temperatura tanto diarias como estacionales. El balance térmico en este problema está dado simplemente por:

$$\text{Calor que entra} + \text{Calor producido} - \text{Calor que sale} = \text{Variación de Calor} \quad (1)$$

Esta ecuación de balance conduce a la ecuación de transmisión de calor dada por:

$$k\nabla^2 T + Q = \rho c \frac{\partial T}{\partial t} \quad (2)$$

Con las condiciones de flujo de calor en la en la frontera en que la temperatura es desconocida dada por:

$$-k \frac{\partial T}{\partial x} n_x - k \frac{\partial T}{\partial y} n_y = q \quad (3a)$$

en que n_x y n_y son los cosenos directores y q es el flujo de calor por unidad de tiempo. En las zonas donde T es conocida, entonces la condición de borde es:

$$T = T_B \quad (3b)$$

Si se adopta un procedimiento de tipo de residuos ponderados para la discretización de la ecuación se tiene la forma variacional de la ecuación (3) de la siguiente forma:

$$\int_{\Omega} W(k\nabla^2 T - Q) d\Omega = 0 \quad (4)$$

Si se aplica la identidad de Green a la expresión anterior se obtiene una formulación débil de la forma:

$$\int_{\Omega} W \nabla W \nabla T - W Q d\Omega + \int_{\Gamma_s} W \left(-k \frac{\partial T}{\partial x} n_x - k \frac{\partial T}{\partial y} n_y \right) d\Gamma = 0 \quad (5)$$

Si se usan funciones bilineales para aproximar T en el dominio de cada elemento, se puede expresar $T(x,y)$ como:

$$T(x,y) = \sum_{i=1}^4 N_i(x,y) T_i \quad (6)$$

y

$$W(x,y) = N_i(x,y) \quad (7)$$

Luego la formulación de Galerkin para la ecuación original queda:

$$\left[\int_{\Omega} \left\{ k \frac{\partial N_i}{\partial x} \frac{\partial N_j}{\partial x} + k \frac{\partial N_i}{\partial y} \frac{\partial N_j}{\partial y} \right\} dx dy \right] T_j = \left[\int_{\Omega} N_i Q dx dy - \int_{\Gamma_s} N_i q d\Gamma \right] \quad (8)$$

Usando coordenadas isoparamétricas, la ecuación para cada elemento queda:

$$\int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \left[\mathbf{k} \left\{ \frac{\partial \mathbf{N}_i}{\partial x} \frac{\partial \mathbf{N}_j}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{N}_i}{\partial y} \frac{\partial \mathbf{N}_j}{\partial y} \right\} \mathbf{J} |d\xi d\eta \right] \mathbf{T}_i = - \int_{\Gamma_a} \mathbf{q} \mathbf{N}_i d\Gamma + \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \mathbf{Q} \mathbf{N}_i \mathbf{J} |d\xi d\eta \quad (9)$$

Esta ecuación una vez ensamblada para todo el sólido entrega la ecuación matricial dada por:

$$[\mathbf{K}]\{\mathbf{T}\} = -\{\mathbf{q}\} + \{\mathbf{Q}\} = \{\mathbf{F}\} \quad (10)$$

Ahora el hecho de que exista un gradiente térmico induce un estado tensional en el sólido acoplado, el cual se puede determinar a partir de las ecuaciones de termoelasticidad. En este caso las tensiones están determinadas mediante:

$$\sigma_{ij} = \mathbf{D}_{ijkl} (\epsilon_{kl} - \epsilon_{kl}^T) \quad (11)$$

La energía de deformación asociada está dada por:

$$u_o = \frac{1}{2} \sigma_{ij} (\epsilon_{ij} - \epsilon_{ij}^T) = \frac{1}{2} (\epsilon_{kl} - \epsilon_{kl}^T) \mathbf{D} (\epsilon_{ij} - \epsilon_{ij}^T) \quad (12)$$

En que el super índice T indica deformación de origen térmico. La energía total asociada a la deformación térmica esta dada por la integral sobre el volumen del cuerpo esto es:

$$\mathbf{U} = \int_{\Omega} \frac{1}{2} (\epsilon - \epsilon^T) \mathbf{D} (\epsilon - \epsilon^T) d\Omega \quad (13)$$

Nuevamente usando funciones bilineales para aproximar las deformaciones en el interior del sólido se tiene:

$$\mathbf{U} = \frac{1}{2} \int_{\Omega} \left(\underbrace{\mathbf{u}^* \mathbf{B}^* \mathbf{D} \mathbf{B} \mathbf{u}}_1 - \underbrace{\mathbf{u}^* \mathbf{B}^* \mathbf{D} \epsilon^T}_2 - \underbrace{\epsilon^{*T} \mathbf{D} \mathbf{B} \mathbf{u}}_3 + \underbrace{\epsilon^{*T} \mathbf{D} \epsilon^T}_4 \right) d\Omega \quad (14)$$

El término 1 en la cantidad subintegral corresponde al termino de la energía por carga mecánica que se llamará \mathbf{U}_L , los términos 2 y 3 son iguales entre sí y corresponde a la energía por deformación térmica la que se denotará por \mathbf{U}_T y el término 4 es constante. Si se aplica el principio de la energía potencial mínima, esto es:

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial \mathbf{u}} = \mathbf{0} \quad (15)$$

Se tiene:

$$\frac{\partial \mathbf{U}_L}{\partial \mathbf{u}} = \int_{\Omega} \mathbf{B}^* \mathbf{D} \mathbf{B} d\Omega \cdot \mathbf{u} \quad (16)$$

y

$$\frac{\partial \mathbf{U}_T}{\partial \mathbf{u}} = \int_{\Omega} \mathbf{B}^* \mathbf{D} \epsilon^T d\Omega \quad (17)$$

Dado que el embalse tiene una longitud mucho mayor que su altura se modeló como un sistema de dos dimensiones, tal como muestra la figura 1, en este caso las deformaciones por temperatura está expresadas por:

$$\{\epsilon^T\} = (1 + \nu) \begin{Bmatrix} \alpha T \\ \alpha T \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (18)$$

Si se ensamblan las ecuaciones 16 a 18 para todo el sólido, se llega a una ecuación matricial similar a la Ec. 10, pero en términos de fuerzas y desplazamientos dada por:

$$[K_E]\{u\} = \{F\} \quad (19)$$

Que corresponde a la ecuación de elasticidad y en que el vector de fuerzas $\{F\}$ corresponde a las fuerzas inducidas por las tensiones térmicas.

Las condiciones de

a) Frontera con temperatura prescrita, esto es:

$$T(r, t) = T(t) \text{ en } \Gamma_T \quad (20)$$

b) Frontera aislada térmicamente, condición dada por:

$$\frac{\partial T}{\partial n} = 0 \text{ en } \Gamma_0 \quad (21)$$

- a) Cara de aguas abajo y coronamiento la temperatura es igual a la temperatura ambiente. En la Fig. 2 se puede ver la temperatura de esta región, como varía a lo largo del tiempo, con una forma casi sinusoidal.
- b) Cara de aguas arriba la temperatura es igual a la del agua y del aire en la zona seca. La temperatura del agua se diferencia en la temperatura que va sobre la cota 480m y la que se midió bajo los 480m. En ambos casos la forma es sinusoidal
- c) Para la fundación el gradiente de temperatura es dado.

RESULTADOS

En la figura 4 se puede apreciar la distribución de temperaturas en la sección transversal de la presa para el primer invierno, en tanto que en la figura 5 se aprecia como a variado en el segundo invierno. Se puede ver que las zonas de altas temperaturas se han reducido un poco y que en general la presa se ha ido enfriando. Sin embargo las diferencias más grandes se ven en las zonas cercanas a los bordes como es lógico.

En la figura 6, 7 y 8 se muestran las tensiones inducidas por temperatura en la presa para el primer invierno. En la figura 6 se muestran las tensiones verticales, en tanto que en la figura 7 las horizontales. Como se ve el gradiente de tensiones es hacia el interior de la presa, también se puede notar que se producen concentraciones de tensiones en los quiebres de la geometría, como era de esperarse. La figura 8 muestra las tensiones principales máximas, que en el fondo siguen una distribución similar a la de temperaturas. Las tensiones además son importantes, pero sin llegar a las tensiones admisible del concreto, con un máximo de 23 kg/cm², en compresión y 2.7 kg/cm² en tracción.

REFERENCIAS

1. R., M. Polivka, E. L. Wilson, "Finite element analysis of nonlinear heat transfer problems", Report UCB/SESM-76/2 Engineering and Structural Mechanics Division, University of California, Berkeley, 1976.
2. J., Heuser, "Finite Element Method for Thermal Analysis", NASA Technical Note, TN D-7274, Goddard Space Flight Center, Md, 1972.
3. J.P. Holman, *Heat Transfer*, McGraw-Hill, 1981.

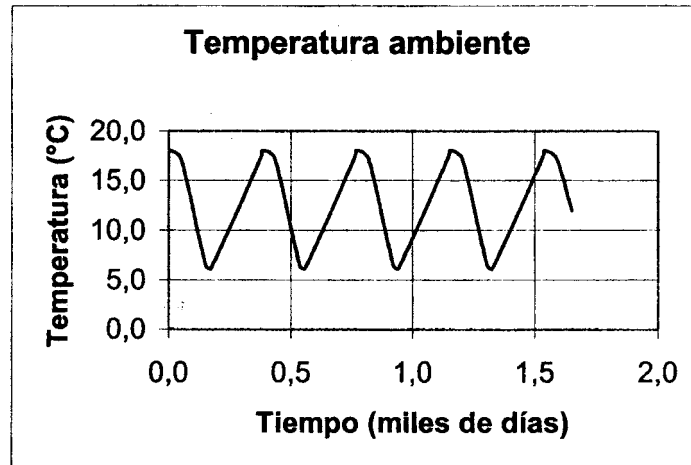


Fig. 1 Temperatura ambiental para las zonas secas del muro

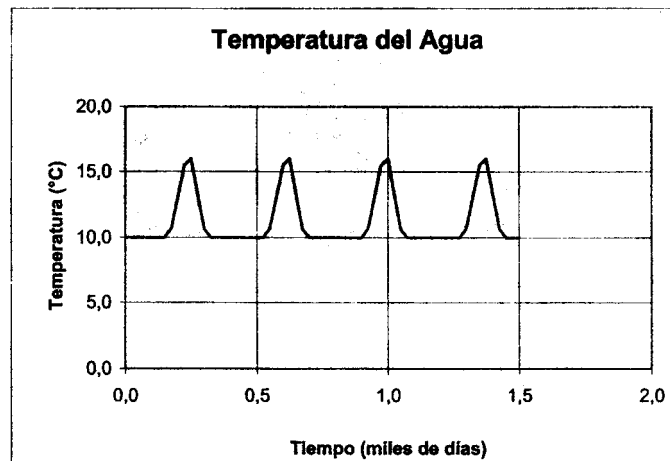


Fig. 2 Temperatura del agua para la zona húmeda del muro

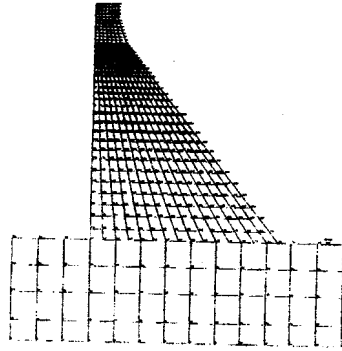


Fig. 3 Malla de elementos finitos utilizada en el estudio

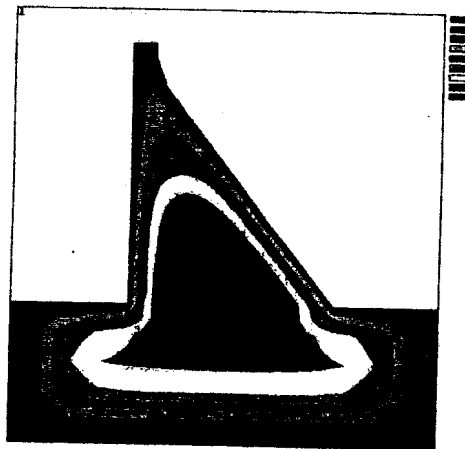


Fig. 4 Distribución de temperaturas durante el primer invierno en la

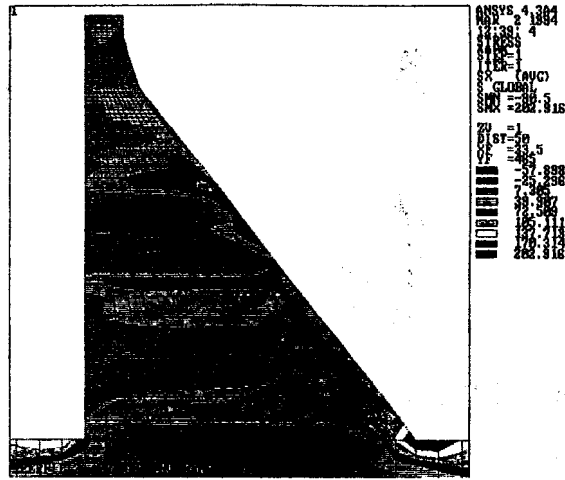


Fig. 7 Distribución de tensiones horizontales por temperatura en presa Pangué.

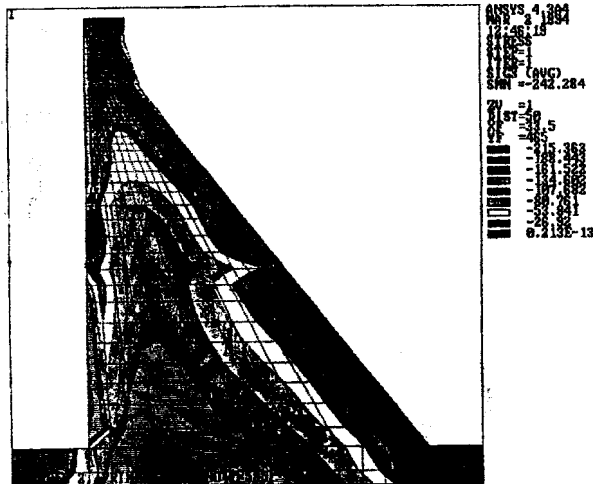


Fig. 8 Distribución de tensiones principales máximas por temperatura en presa de Pangué