

## **ANÁLISIS DEPENDIENTE DEL TIEMPO DE VIGAS DE PARED DELGADA CONSTRUIDAS CON MATERIALES COMPUESTOS**

**Victor H. Cortínez y Marcelo T. Piovan**

Grupo Análisis de Sistemas Mecánicos,

Universidad Tecnológica Nacional, F.R.B.B, 11 de Abril 461, 8000 Bahía Blanca, Argentina.

e-mail: [vcortine@frbb.utn.edu.ar](mailto:vcortine@frbb.utn.edu.ar) [mpiovan@frbb.utn.edu.ar](mailto:mpiovan@frbb.utn.edu.ar)

### **RESUMEN**

En este trabajo se presenta un análisis dependiente del tiempo para vigas de pared delgada construidas con materiales compuestos considerando un régimen viscoelástico lineal. Este estudio se efectúa mediante el principio de correspondencia, definido en el dominio Laplace-Carson, donde se representan las expresiones micro y macromecánicas del comportamiento viscoelástico lineal del material, para obtener posteriormente las componentes del tensor de relajación aplicables a un modelo de vigas desarrollado por los autores. Se resuelven problemas flexotorsionales en el dominio Laplace-Carson con el método de elementos finitos, para retornar al dominio temporal recurriendo a la inversión numérica de transformación de Laplace.

### **ABSTRACT**

This work presents an time-dependent analysis of thin walled composite beams in the linear viscoelastic range. This study is carried out using the correspondence principle in the Laplace-Carson Domain, where the micro/macro mechanics equations of linear viscoelasticity are set. For a thin walled beam model developed by the authors, the relaxation coefficients are obtained in the Laplace-Carson Domain. Then flexotorsional problems are solved by means of the finite elements method and finally a numerical inversion technique of the Laplace-Transform is employed in order to represent the solution in the time domain

### **INTRODUCCION**

Los materiales compuestos reforzados por fibras, están siendo utilizados en un número cada vez mayor de aplicaciones en distintas áreas de la ingeniería estructural, debido en gran parte a sus excelentes propiedades de resistencia frente a su bajo peso, su resistencia a la corrosión, posibilidad de diseño de la arquitectura del material, etc. [1]. Específicamente en lo que respecta al estudio de vigas de pared delgada, se han presentado varias teorías ([2-5], entre otras) que permiten analizar la mecánica de tales miembros estructurales. Si bien estos enfoques están orientados primariamente hacia problemas de estática [3-5] y de vibraciones libres [2] y/o con estados de tensiones iniciales [2,5], se debe tener presente que los mismos no incluyen el análisis del comportamiento de las deformaciones progresivas a lo largo del tiempo.

Este comportamiento denominado efecto "creep" puede causar desplazamientos que conducen a una estructura a su colapso catastrófico. En estas circunstancias, es de fundamental importancia conocer el comportamiento viscoelástico en los elementos estructurales, siendo que aquel juega un rol importante en la determinación de la respuesta estructural, pues permite describir la tasa temporal de deformaciones ante las cargas aplicadas. Consecuentemente, es necesario compatibilizar la gran variedad de materiales compuestos en un modelo matemático genérico que describa sus características micro y macromecánicas, debido principalmente a la costosa caracterización experimental. En esta

dirección, Barbero y Luciano [6] han desarrollado un modelo para sólidos viscoelásticos con microestructura periódica, presentando en el dominio de Laplace, una serie de expresiones analíticas de los coeficientes del tensor de relajación lineal de la matriz del material compuesto, cuyo comportamiento viscoelástico se expresa mediante el modelo tetraparamétrico de Maxwell-Voigt [7]. El modelo micromecánico [6] fue adoptado por Harris y Barbero [8] junto con un modelo macromecánico para predecir el comportamiento viscoelástico de los laminados bajo cargas tractivas. Qiao Barbero y Dávalos [9] han efectuado un estudio sobre la viscoelasticidad lineal de vigas de pared delgada construidas con materiales compuestos, describiendo el modelo micromecánico [6] en el dominio de Carson, y suponiendo que la matriz viscoelástica se comporta de acuerdo a un modelo biparamétrico de Maxwell. Tanto en [6] como en [8] y [9] han sido efectuadas comparaciones que muestran buena correspondencia entre los modelos y los resultados experimentales, aun cuando es de destacar que tales estudios se efectúan sobre la base de sollicitaciones tractivas o flexionales simples. En este artículo se utiliza el modelo micromecánico de Barbero y Luciano [6] aplicado a una teoría de vigas de pared delgada deducida por los autores mediante el principio de Reissner [10], donde se considera la flexibilidad por corte en forma completa. Se efectúa un análisis viscoelástico lineal bajo cargas flexotorsionales mediante el método de elementos finitos substanciado en el dominio de Laplace-Carson. Se adopta el modelo tetraparamétrico de Maxwell-Voigt, extendiendo y ampliando las aplicaciones de [9]. El conjunto de desplazamientos generalizados en el dominio de Laplace-Carson se ajusta con una serie de funciones para luego ejecutar numéricamente la transformación inversa de Laplace. Así mismo se efectúan comparaciones con soluciones analíticas del problema estático.

### DESCRIPCION DEL MODELO MICROMECHANICO

El comportamiento viscoelástico de un material compuesto que tiene microestructura periódica fue explicado por Barbero y Luciano [6]. En el desarrollo de tal modelo se efectúan una serie de hipótesis que se pueden resumir en las siguientes:

- H1) La matriz del material compuesto es viscoelástica lineal y las fibras son elásticas
- H2) El comportamiento viscoelástico de la matriz se representa con un modelo Maxwell-Voigt [7].
- H3) Los coeficientes de Poisson se consideran constantes para la matriz y las fibras.
- H4) Se supone que el material es transversalmente isótropo.

En el caso de un material viscoelástico lineal, la función de deformaciones ante una tensión determinada y la función de relajación de tensiones para una deformación particular pueden ser representadas con las siguientes expresiones:

$$\begin{aligned}\varepsilon(t) &= M(t)\sigma \\ \sigma(t) &= L(t)\varepsilon\end{aligned}\quad (1)$$

Siendo  $M(t)$  y  $L(t)$  funciones de "flexibilidad" y de "relajación" [7]. La flexibilidad por creep de un modelo Maxwell-Voigt para la matriz del material compuesto puede representarse según la siguiente expresión (2):

$$M(t) = \frac{1}{E^e} + \frac{t}{\mu^M} + \frac{1}{E^V} \left( 1 - \text{Exp} \left[ -\frac{tE^V}{\mu^V} \right] \right) \quad (2)$$

Siendo,  $E^e$  y  $E^V$  los módulos de elasticidad que describen el creep primario y  $1/\mu^M$  es la pendiente del creep secundario. Aplicando el Principio de Correspondencia (el cual consiste en establecer una analogía entre los módulos elásticos y de relajación viscoelástico de materiales heterogéneos con iguales propiedades de fase geométricas) en el dominio de Carson, y teniendo en cuenta la siguiente relación entre los tensores de relajación y de flexibilidad [6]:

$$\widehat{L}(s)\widehat{M}(s) = I \quad (3)$$

se puede obtener la expresión (4) del modulo efectivo de relajación en el dominio Laplace-Carson.

$$\hat{E}_o = \frac{E^e \eta^M (E^V + \eta^V s)}{E^e E^V + (E^V \eta^M + E^e (\eta^V + \eta^M))s + \eta^V \eta^V s^2} \quad (4)$$

en las expresiones (3) y (4) como en las que sigan a continuación, el circunflejo sobre la variable identifica a la misma representada en el dominio de Carson, cuya transformada se define como  $\hat{\mathcal{L}} = s\tilde{\mathcal{L}}$ , siendo  $\tilde{\mathcal{L}}$  la función transformada de Laplace. La expresión (4) refleja buena concordancia con resultados experimentales [12].

Las expresiones de las constantes de Lamè en función de  $\hat{E}_o$  para la matriz y las constantes de Lamè para las fibras elásticas (se supone, se mantienen constantes a lo largo del tiempo) vienen dadas por (5) y (6) respectivamente

$$\hat{\lambda}_o = \frac{\hat{E}_o \nu_o}{(1 + \nu_o)(1 - 2\nu_o)}, \hat{\mu}_o = \frac{\hat{E}_o}{2(1 + \nu_o)} \quad (5)$$

$$\lambda_1 = \frac{E_1 \nu_1}{(1 + \nu_1)(1 - 2\nu_1)}, \mu_1 = \frac{E_1}{2(1 + \nu_1)} \quad (6)$$

Debido a que la microestructura del material compuesto es regular y periódica, es decir una matriz de resina reforzada con fibras cilíndricas de gran longitud, el tensor de relajación viscoelástico lineal para un sólido con fibras orientadas en la dirección principal viene dado por las siguientes expresiones:

$$\hat{L}_{11}(s) = \hat{\lambda}_o + 2\hat{\mu}_o - \frac{V_f}{H} \left[ \frac{S_3^2}{\hat{\mu}_o^2} - \frac{2S_3 S_6}{\hat{\mu}_o^2 g} - \frac{aS_3}{\hat{\mu}_o c} + \frac{S_6^2 - S_7^2}{\hat{\mu}_o^2 g^2} + \frac{aS_6 + bS_7}{\hat{\mu}_o g c} + \frac{a^2 - b^2}{4c^2} \right] \quad (7.a)$$

$$\hat{L}_{12}(s) = \hat{\lambda}_o + \frac{V_f b}{H} \left[ \frac{S_3}{2\hat{\mu}_o c} - \frac{S_6 - S_7}{2\hat{\mu}_o g c} - \frac{a + b}{4c^2} \right] \quad (7.b)$$

$$\hat{L}_{23}(s) = \hat{\lambda}_o + \frac{V_f}{H} \left[ \frac{aS_7}{2\hat{\mu}_o g c} - \frac{ba + b^2}{4c^2} \right] \quad (7.c)$$

$$\hat{L}_{22}(s) = \hat{\lambda}_o + 2\hat{\mu}_o - \frac{V_f}{H} \left[ \frac{aS_3}{2\hat{\mu}_o c} + \frac{aS_6}{2\hat{\mu}_o g c} + \frac{a^2 - b^2}{4c^2} \right] \quad (7.d)$$

$$\hat{L}_{44}(s) = \hat{\mu}_o - V_f \left[ -\frac{2S_3}{\hat{\mu}_o} + (\hat{\mu}_o - \mu_1)^{-1} + \frac{4S_7}{\hat{\mu}_o g} \right]^{-1} \quad (7.e)$$

$$\hat{L}_{66}(s) = \hat{\mu}_o - V_f \left[ -\frac{S_3}{\hat{\mu}_o} + (\hat{\mu}_o - \mu_1)^{-1} \right]^{-1} \quad (7.f)$$

siendo  $V_f$  la proporción volumétrica de fibras en el material compuesto, los coeficientes  $a, b, c, g, H$  dados por la expresión (8) y  $S_3, S_6$  y  $S_7$  dependientes de la proporción volumétrica de fibras las cuales se pueden ajustar [6] con formas parabólicas mediante mínimos cuadrados obteniéndose (9).

$$\begin{aligned} a &= \mu_1 - \hat{\mu}_o - 2\mu_1 \nu_o + 2\hat{\mu}_o \nu_1, \\ b &= \mu_1 \nu_1 - \hat{\mu}_o \nu_o - 2\mu_1 \nu_o \nu_1 + 2\hat{\mu}_o \nu_1 \nu_o, \\ c &= (\hat{\mu}_o - \mu_1)(a + b), \quad g = 2(1 - \nu_o) \\ H &= \frac{aS_3^2}{2\hat{\mu}_o^2 c} - \frac{aS_6 S_3}{\hat{\mu}_o^2 c g} + \frac{2(S_6^2 - S_7^2)}{2\hat{\mu}_o^2 g^2 c} + \frac{S_3(b^2 - a^2)}{2c^2 \hat{\mu}_o} + \\ &+ \frac{S_6(a^2 - b^2) + S_7(ab + b^2)}{2c^2 \hat{\mu}_o g} + \frac{a^3 - 2b^3 - 3ab^2}{8c^2} \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned}
S_3 &= 0.49247 - 0.47603 V_f - 0.02748 V_f^2 \\
S_6 &= 0.36844 - 0.14944 V_f - 0.27152 V_f^2 \\
S_7 &= 0.12346 - 0.32035 V_f + 0.23517 V_f^2
\end{aligned} \tag{9}$$

Así pues se pueden obtener los coeficientes del tensor de relajación para un material transversalmente isótropo [6] en función de los coeficientes del tensor de relajación de un material compuesto unidireccional:

$$\begin{aligned}
\hat{C}_{11} &= \hat{L}_{11}, \quad \hat{C}_{12} = \hat{L}_{12}, \quad \hat{C}_{66} = \hat{L}_{66}, \\
\hat{C}_{22} &= \frac{3}{4} \hat{L}_{22} + \frac{1}{4} \hat{L}_{23} + \frac{1}{2} \hat{L}_{44} \\
\hat{C}_{23} &= \frac{1}{4} \hat{L}_{22} + \frac{3}{4} \hat{L}_{23} - \frac{1}{2} \hat{L}_{44} \\
\hat{C}_{44} &= \frac{1}{4} \hat{L}_{22} - \frac{1}{4} \hat{L}_{23} + \frac{1}{2} \hat{L}_{44}
\end{aligned} \tag{10}$$

De forma tal que tomando en cuenta la hipótesis de estado plano de tensiones, se puede obtener la expresión de las relaciones constitutivas para una lámina según:

$$\begin{Bmatrix} \hat{\sigma}_{11} \\ \hat{\sigma}_{22} \\ \hat{\sigma}_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{Q}_{11}^* & \hat{Q}_{12}^* & 0 \\ \hat{Q}_{12}^* & \hat{Q}_{22}^* & 0 \\ 0 & 0 & \hat{Q}_{66}^* \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \hat{\varepsilon}_{11} \\ \hat{\varepsilon}_{22} \\ \hat{\gamma}_{12} \end{Bmatrix} \tag{11}$$

donde se han definido:

$$\hat{Q}_{11}^* = \hat{C}_{11} - \frac{\hat{C}_{12}^2}{\hat{C}_{22}}, \quad \hat{Q}_{12}^* = \hat{C}_{12} - \frac{\hat{C}_{12}\hat{C}_{23}}{\hat{C}_{22}}, \quad \hat{Q}_{22}^* = \hat{C}_{22} - \frac{\hat{C}_{23}^2}{\hat{C}_{22}}, \quad \hat{Q}_{66}^* = \hat{C}_{66} \tag{12}$$

### MODELO MACROMECHANICO DE LA VIGA

Se considera una viga recta de paredes delgadas construidas con materiales compuestos de laminados simétricos balanceados y/o especialmente ortótropos, cuyo movimiento flexotorsional desacoplado de las ecuaciones generales desarrolladas por Cortínez y Piován [10] se expresan como:

$$\frac{\partial \hat{M}_y}{\partial x} - \hat{Q}_z = -\hat{m}_y(x), \quad -\frac{\partial \hat{Q}_z}{\partial x} = \hat{q}_z(x), \quad \frac{\partial \hat{B}}{\partial x} - \hat{T}_w = \hat{b}(x), \quad -\frac{\partial (\hat{T}_w + \hat{T}_{sv})}{\partial x} = \hat{m}_x(x) \tag{13.a-d}$$

donde los esfuerzos  $\hat{M}_y, \hat{Q}_z, \hat{B}, \hat{T}_w$  y  $\hat{T}_{sv}$  representan el momento flector en la dirección y, el esfuerzo de corte en la dirección z, el bimomento, el momento flexo-torsional y el momento de torsión Saint Venant respectivamente. Mientras que  $\hat{m}_y, \hat{q}_z, \hat{b}$  y  $\hat{m}_x$  son funciones de distribución de cargas.

Teniendo presente que se utilizan materiales compuestos de laminados simétricos balanceados y/o especialmente ortótropos, las expresiones (11) para un material unidireccional se deben transformar para una orientación angular determinada con la ley de transformaciones apropiada [1]. De esta manera las resultantes de tensión en el espesor en términos de las deformaciones vienen dadas por:

$$\begin{Bmatrix} \hat{N}_{XX} \\ \hat{N}_{XS} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{A}_{11}^* & 0 \\ 0 & \hat{A}_{66}^* \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \hat{\varepsilon}_{xx} \\ \hat{\gamma}_{xs} \end{Bmatrix}, \quad \begin{Bmatrix} \hat{M}_{XX} \\ \hat{M}_{XS} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{D}_{11}^* & \hat{D}_{16}^* \\ \hat{D}_{16}^* & \hat{D}_{66}^* \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \hat{\kappa}_{xx} \\ \hat{\kappa}_{xs} \end{Bmatrix} \tag{14.a,b}$$

donde los coeficientes  $\hat{A}_{ij}^*$  y  $\hat{D}_{ij}^*$  se obtienen a partir de suponer  $\hat{N}_{SS} = \hat{M}_{SS} = 0$ . Se debe tener en cuenta que debido a las particularidades de los laminados que se utilizan los coeficientes  $\hat{B}_{ij}^* = 0$ . Por otro lado, se puede suponer despreciable el acoplamiento en (14.b), atendiendo que para los laminados que se utilizan en este trabajo,  $\hat{D}_{16}^*$  es menor que  $\hat{D}_{11}^*$  y  $\hat{D}_{66}^*$ .

Ahora bien, utilizando las expresiones (14) se pueden obtener las relaciones constitutivas de los esfuerzos en términos de las deformaciones generalizadas [10] de acuerdo a:

$$\begin{Bmatrix} \widehat{M}_y \\ \widehat{B} \\ \widehat{Q}_z \\ \widehat{T}_w \\ \widehat{T}_{sv} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} -\widehat{\Lambda}_{22} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\widehat{\Lambda}_{44} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \widehat{\Lambda}_{66} & \widehat{\Lambda}_{67} & 0 \\ 0 & 0 & \widehat{\Lambda}_{67} & \widehat{\Lambda}_{77} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \widehat{\Lambda}_{88} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \widehat{\theta}'_y \\ \widehat{\theta}'_x \\ \widehat{U}'_{zc} - \widehat{\theta}_y \\ \widehat{\phi}'_x - \widehat{\theta}_x \\ \widehat{\phi}'_x \end{Bmatrix} \quad (15)$$

donde  $\widehat{\Lambda}_{22}, \widehat{\Lambda}_{44}, \widehat{\Lambda}_{88}, \widehat{\Lambda}_{66}, \widehat{\Lambda}_{77}$  y  $\widehat{\Lambda}_{67}$  corresponden a la representación en el dominio de Laplace-Carson de la rigidez flexional, la rigidez por alabeo, la rigidez por torsión pura, la rigidez por corte debido a flexión, la rigidez por corte debido a torsión y la rigidez por corte debido al acoplamiento flexo-torsional respectivamente. Cabe señalar que en las secciones donde existe doble simetría axial (perfiles rectangulares, tubulares, H, etc.) el coeficiente  $\widehat{\Lambda}_{67} = 0$ , con lo que se desacoplan los movimientos torsional y flexional [5,10].

### PROCEDIMIENTO DE SOLUCION

Para resolver el problema viscoelastico lineal, se recurre a un procedimiento que se puede sintetizar en el esquema de la Figura 1.

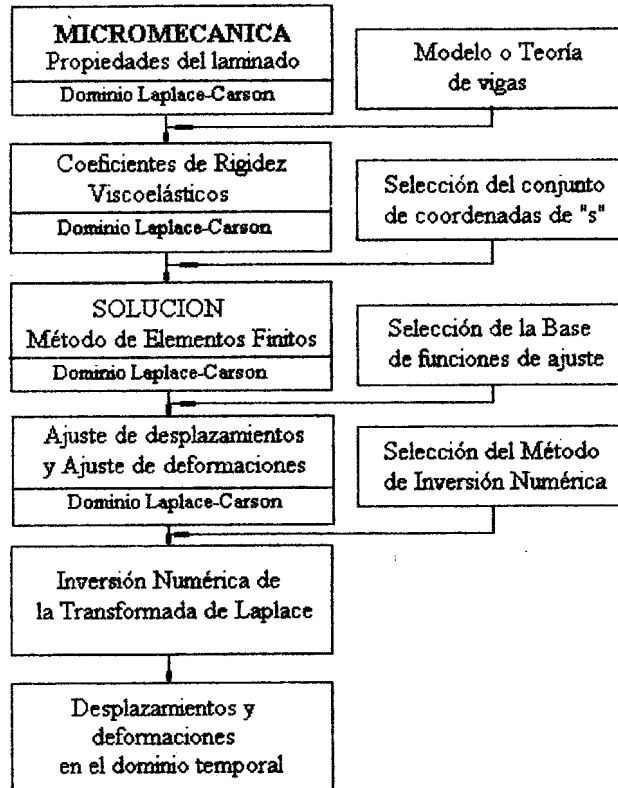


Figura 1. Esquema de Solución

Así pues, definidas la micromecánica y las propiedades de los laminados en el dominio Laplace-

Carson, se adopta la teoría de vigas para la cual se obtienen los coeficientes de rigidez. A continuación se elige un conjunto de  $N_L$  valores de la variable "s". Para cada valor de esta variable se calculan, mediante el método de elementos finitos [5], los desplazamientos y deformaciones. Posteriormente se selecciona un conjunto de funciones, con las cuales se ajusta la solución en el conjunto de  $N_L$  valores de "s". Finalmente, la solución ajustada en el dominio Laplace-Carson se invierte en forma numérica, para lo cual es necesario previamente seleccionar el tipo de algoritmo de inversión. En este trabajo se han utilizado una serie de rutinas de inversión numérica de la transformada de Laplace, implementadas en el programa *Mathematica* [11]. Así mismo la solución de elementos finitos ha sido llevada a cabo en dicho programa. La curva de ajuste de las  $N_L$  soluciones de elementos finitos se puede obtener considerando las siguientes funciones de ajuste:

$$P_n(s) = s^{-1/n}, \text{ con } n = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, \dots, \infty\} \quad (16)$$

Se requieren pocos términos en la función de ajuste y pocos elementos para reproducir con buena precisión los resultados analíticos. Así pues, a modo de ejemplo, en el caso particular de una viga cantilever con una carga transversal ( $Q_z = 5 \text{ kN}$ ) en el extremo libre, la solución analítica de la deflexión máxima viene dada por:

$$U_{zc} = \frac{Q_z L^3}{3A_{22}} + \frac{Q_z L}{A_{66}} \quad (17)$$

Si la expresión (17) planteada en el dominio Laplace-Carson se introduce en la rutina de la Figura 1 se obtiene una forma analítica de la solución. Ahora bien, en la Figura 2 se pueden apreciar dos soluciones ajustadas según (16) con cinco términos y con diez términos, comparadas con la solución analítica (puntos cuadrados) para el caso de una viga de sección rectangular construida con matriz de Resina ED-6 reforzada con fibras de vidrio cuyas propiedades se pueden obtener en [12]. Las dimensiones de la sección son {alto, ancho, espesor}={0.6, 0.3, 0.03}m, longitud  $L = 6 \text{ m}$  con un esquema de laminación {0/0/0/0}. Las dos curvas de ajuste de la Figura 2, se han hecho teniendo en cuenta 10 puntos de muestreo y con un modelo de 15 elementos y con  $V_f=0.54$ .

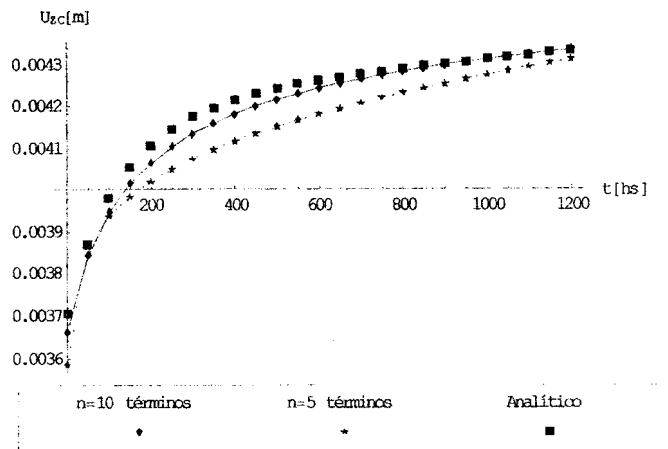


Figura 2. Comparación de las formas de ajuste con la solución analítica (17).

Considérese una viga de sección U de dimensiones {alma, alas, espesor} = {0.15, 0.10, 0.01}m, empotrada en un extremo y sujeta a cargas flexionales ( $Q_z = 0.5 \text{ kN}$ ) y torsionales ( $M_x = 0.03 \text{ kN.m}$ ) en el extremo libre. La viga es construida con matriz de Resina ED-6 reforzada con fibras de vidrio, cuya secuencia de laminación es la siguiente {0/0/- $\alpha$ /+ $\alpha$ }\_s. Así pues en la Figura 3 se puede apreciar la variación temporal del desplazamiento flexional en el extremo libre para diferentes orientaciones

angulares ( $\alpha$ ) de las láminas internas

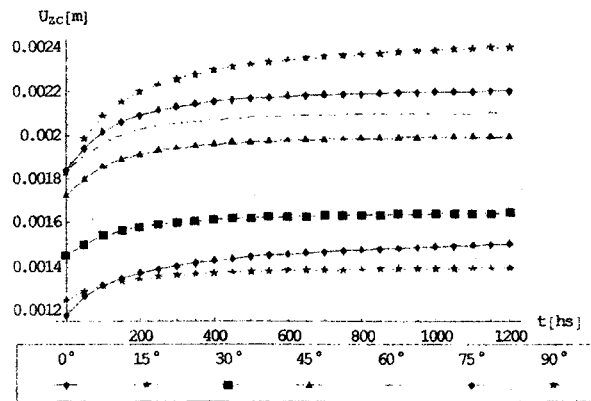


Figura 3. Desplazamientos flexionales del extremo libre de la viga U cantilever

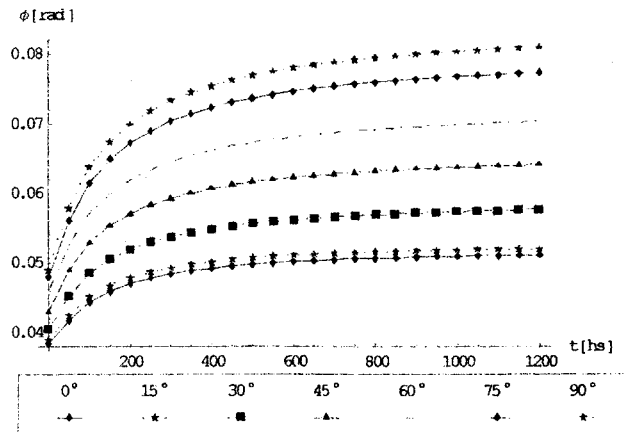


Figura 4. Rotaciones torsionales del extremo libre de la viga U cantilever

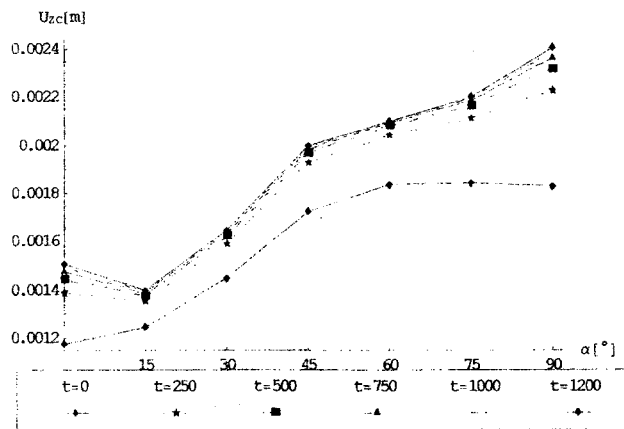


Figura 5. Desplazamientos flexionales del extremo libre de la viga U cantilever en función del ángulo  $\alpha$

Así mismo en la Figura 4 se presenta la variación temporal de la rotación torsional del extremo libre. En la Figura 5 se puede observar la evolución de la deformación en función de la orientación angular. Para el caso particular de configuración seccional adoptada, se puede observar la mejor respuesta flexional en el comportamiento viscoelástico lineal para una orientación de  $15^\circ$  en las láminas internas. Esto se puede apreciar por simple inspección de la Figura 5. Así mismo se pueden apreciar los márgenes entre la respuesta estática elástica ( $t = 0$  hs.) y la respuesta viscoelástica ( $t = 1200$  hs.). Tales márgenes se ponderan por medio de  $[U_{zc}(1200) - U_{zc}(0)]/U_{zc}(0)\%$ . De forma que para valores de  $\alpha$  de  $0^\circ$ ,  $15^\circ$ ,  $30^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $60^\circ$ ,  $75^\circ$ , y  $90^\circ$  los márgenes porcentuales son de 25%, 14%, 16%, 17%, 18%, 19% y 33% respectivamente. Estos números evidencian que la viscoelasticidad ejerce mayor influencia en laminados especialmente ortótropos, lo cual concuerda con observaciones efectuadas en otros estudios sobre viscoelasticidad [9].

### CONCLUSIONES

Se ha presentado un estudio viscoelástico lineal para vigas de paredes delgadas construidas con materiales compuestos laminados, basado en una teoría desarrollada por los autores conjuntamente con un modelo micromecánico desarrollado por Barbero y colaboradores [6, 8, 9, 12]. El modelo de viga adoptado contempla en forma completa la flexibilidad de corte. Se ha puesto énfasis en analizar el comportamiento flexo-torsional acoplado, extendiendo de esta manera, el estudio netamente flexional de viscoelasticidad desarrollado en la Ref. [9]. Así mismo se consideró el comportamiento viscoelástico de la matriz, regido por un modelo tetraparamétrico que reproduce toda la evolución del efecto creep. Esto significa que se evaluó el creep primario y el secundario, a diferencia de otros estudios que solo admiten el creep secundario.

### AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen el apoyo recibido por la Secretaria de Ciencia y Tecnología de la Universidad Tecnológica Nacional y del CONICET.

### REFERENCIAS

- [1] Barbero, E.J. *Introduction to composite materials design*. Taylor and Francis, 1998.
- [2] Song, O. y Librescu, L. *Free vibration of anisotropic composite thin-walled beams of closed cross-section contour*. Journal of Sound and Vibration Vol.167(1) 1993. pp.129-147
- [3] Kim, C. y White, S.R. *Thick Walled composite beam theory including 3D elastic effects and torsional warping*. International Journal Solids and Structures. Vol.34(31-32), 1997. pp.4237-4259.
- [4] Smith, E.C. y Chopra, I. *Formulation and Evaluation of an Analytical Model for Composite Box-Beams*. Journal American Helicopter Society Vol.36(3) 1991. pp.23-35.
- [5] Piovan, M.T., Cortínez V.H. y Rossi R.E. *Estática y dinámica de vigas anisótropas de paredes delgadas deformables por corte*. Actas Enief 2001. Córdoba, Argentina.
- [6] Barbero E.J. y Luciano R. *Micromechanical formulas for the relaxation tensor of linear viscoelastic composites with transversely isotropic fibers*. International Journal Solids and Structures. Vol.32(13), 1995. pp.1859-1872.
- [7] Mase G. *Mecánica del Medio Continuo*. Serie de Compendios Schawm-McGraw-Hill.
- [8] Harris. J.H. y Barbero E.J. *Prediction of creep properties of laminated composites from matrix creep data*. Journal of Reinforced Plastics and Composites Vol 17(4). 1998. pp. 361-378.
- [9] Qiao P. Barbero E.J. y Dávalos J.F. *On the linear viscoelasticity of thin walled laminated composite beams*.
- [10] Cortínez V.H. y Piovan M.T. *Vibration and buckling of thin walled composite beams with shear deformability*. Enviado para su publicación
- [11] Mallet, A. *Numerical Inversion of Laplace transform*. Wolfram Research.
- [12] Luciano R. y Barbero E.J. *Analytical Expressions for the relaxation moduli of Linear Viscoelastic Composites with periodic microstructure*. Journal of Applied Mechanics 95-APM-10.