

VIBRACIÓN TRANSVERSAL DE ESTRUCTURAS DEBIDO A DESPRENDIMIENTOS DE VÓRTICES GENERADOS POR VIENTO

Daniel Ambrosini, Rodolfo F. Danesi

Instituto de Estructuras, Facultad de Ciencias Exactas y Tecnología
Universidad Nacional de Tucumán, Av. Roca 1800, 4000 Tucumán, Argentina
e-mail: dambrosini@herrera.unt.edu.ar

Jorge D. Riera

Universidad federal de Rio Grande do Sul, Porto Alegre, Brasil

RESUMEN

En este trabajo se propone un esquema eficiente para el análisis dinámico de estructuras tipo torre y/o atirantadas sometidas a carga aleatoria de viento. Para tal fin se utiliza un método de integración numérica en el dominio de la frecuencia. Como modelo de estructura se adoptó una formulación general de vigas con ley constitutiva viscoelástica lineal general. Además se utilizó el algoritmo de la transformada rápida de Fourier (FFT) para trabajar en el dominio de la frecuencia.

La acción de viento fue incorporada por un procedimiento de simulación de un proceso aleatorio estacionario, Gaussiano y correlacionado en sentido vertical. En trabajos anteriores se presentó el método para vibración en la dirección del viento (longitudinal) y en el presente trabajo se realiza una extensión para la evaluación de la respuesta lateral generada por desprendimiento de vórtices. Finalmente, se presentan ejemplos numéricos para mostrar las capacidades del modelo propuesto.

ABSTRACT

An efficient scheme is proposed for the analysis of free-standing guyed structures subjected to random wind loading, by using a numerical integration method in the frequency domain. The physical model of the structure is based on a general beam formulation. In addition, a linear viscoelastic constitutive law was incorporated and the fast Fourier transform algorithm (FFT) was used in order to work in the frequency domain.

A simulation process was used to model the wind load. The method proposed was presented for the case of along-wind vibration in previous papers and, in this work, the lateral vibration due to vortex shedding is presented. Finally, numerical examples are presented in order to show the capabilities of the models proposed

INTRODUCCION

En el análisis dinámico de sistemas tipo torre y/o atirantadas han sido ampliamente usados los métodos de matrices de transferencia e integración numérica directa, los cuales están estrechamente vinculados entre sí. La principal diferencia entre ambos esquemas es que, en el segundo caso, se utiliza la integración numérica, vía Runge-Kutta o predictor-corrector, para la obtención de las matrices de transferencia de campo, mientras que, en el primer caso, cuando existen disponibles soluciones conocidas para las matrices de campo, el esquema es conocido como "método de matrices de transferencia". En la literatura pueden encontrarse numerosas aplicaciones relacionadas con vigas

rectas y curvas como así también arcos y cáscaras.

Prenninger and Schuëller [1] aplicaron matrices de transferencia para estudiar la confiabilidad de edificios altos bajo carga de viento, pero siguiendo el método clásico de determinar la función de densidad espectral de potencia (PSDF) de variables seleccionadas de la respuesta de funciones de admitancia previamente calculadas. Aunque la idea básica es también aplicable para elementos finitos y diferencias finitas y para otros tipos de cargas estocásticas, el método presentado es particularmente adecuado en combinación con técnicas de integración numérica o matrices de transferencia.

El objetivo principal es la aplicación del método de simulación, también llamado método de Monte Carlo, para la evaluación de la respuesta estructural lateral bajo acciones aleatorias de viento, usando un esquema propuesto por los autores (Riera and Ambrosini [2]) los cuales aplican un procedimiento sugerido por Prenninger [3].

MODELO DE ESTRUCTURA

El modelo físico de la estructura está constituido por las ecuaciones de la teoría de Vlasov modificadas con la incorporación de las deformaciones angulares inducidas por el esfuerzo de corte, sección variable en la dirección longitudinal e inercias rotacionales en los esfuerzos internos (Ambrosini et al [4]). Se adopta una ley constitutiva viscoelástica lineal general, la cual permite introducir amortiguamiento a la estructura. Con estos elementos se llega a un conjunto de tres ecuaciones diferenciales parciales de cuarto orden con tres incógnitas o, luego de realizar la transformada de Fourier para trabajar en el dominio de la frecuencia, un sistema equivalente en variables de estado de doce ecuaciones diferenciales parciales de primer orden con 12 incógnitas. Si se adoptan como variables de estado los desplazamientos según los ejes x e y , ξ y η , los giros de flexión respecto de esos ejes, ϕ_x y ϕ_y ; los esfuerzos de corte Q_x y Q_y ; los momentos flectores M_x y M_y ; el giro de torsión y su derivada espacial θ y θ' , el momento torsor total M_T y el bimomento B ; se tiene:

$$\mathbf{v}(z, \omega) = \{\eta, \phi_y, Q_y, M_x, \xi, \phi_x, Q_x, M_y, \theta, \theta', M_T, B\}^T \quad (1)$$

Con \mathbf{v} = vector de estado. El sistema resultante es:

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial z} = \mathbf{A}\mathbf{v} + \mathbf{q} \quad (2)$$

Donde \mathbf{A} es la matriz del sistema y \mathbf{q} el vector de carga externa

$$\mathbf{q}(z, \omega) = \{0, 0, -q_x, 0, 0, 0, -q_y, 0, 0, 0, -m_A, 0\}^T \quad (3)$$

q_x y q_y son cargas externas por unidad de longitud y m_A el momento torsor externo por unidad de longitud. Debe aclararse que, por comodidad, se ha mantenido la notación de las deformaciones y esfuerzos generalizados en el dominio de la frecuencia, aunque estas funciones son dependientes de z y ω y no de z y t como las variables originales.

Si, para facilitar la solución numérica, se separan la parte real e imaginaria de todas las funciones y se incorpora la ley constitutiva viscoelástica, el sistema será de 24 ecuaciones con 24 incógnitas. Obviamente, en aplicaciones numéricas se utiliza el algoritmo de la transformada rápida de Fourier (FFT). Entonces, para cada frecuencia ω , puede resolverse el problema definido por las ecuaciones (2) más las condiciones de contorno usando métodos de integración numérica estándares como así también técnicas para transformar un problema de valores de borde en dos puntos en un problema de valores iniciales (Pestel y Leckie [5]). Si se repite este procedimiento para todo el conjunto de frecuencias ω , se puede obtener la FFT de las componentes del vector de estado. Por último, puede realizarse la transformada inversa de las variables de interés para obtener las mismas en el dominio del tiempo.

VIBRACIÓN LONGITUDINAL

Si bien el presente trabajo está enfocado para vibración transversal, se describe la simulación para vibración en la dirección del viento (longitudinal) para dar una idea del procedimiento global y para detallar elementos de la simulación que serán utilizados posteriormente.

Carga aleatoria estacionaria

La carga de viento es idealizada comúnmente como un proceso estocástico Gaussiano estacionario correlacionado. Se supone que la coordenada espacial z denota altura sobre el nivel del suelo y que solo una componente del vector de carga tiene que ser especificado. La componente de interés de la velocidad es definida por su PSDF $S_v(\omega)$, la cual está relacionada con las partes real $\text{Re}(\omega)$ e imaginaria $\text{Im}(\omega)$ de la transformada de Fourier de la carga por medio de:

$$S_v(\omega) = E[\text{Re}^2(\omega) + \text{Im}^2(\omega)] \quad (4)$$

En donde $E(\)$ denota valor esperado. Además, como será discutido en la siguiente sección, la correlación espacial de la velocidad (carga) debe ser especificada. En este punto debe notarse que la ecuación (4) sugiere una alternativa atractiva para la generación de registros de viento artificiales para el diseño estructural. Teniendo en cuenta el hecho que si la parte fluctuante de la velocidad de viento es Gaussiana, entonces las partes real e imaginaria de su transformada de Fourier también serán variables Gaussianas, por lo que:

$$\text{Re}(\omega) = N[0, 0.5 S_v] \quad (5)$$

$$\text{Im}(\omega) = N[0, 0.5 S_v] \quad (6)$$

La notación N indica una variable normal. En este caso, estas variables Re e Im tienen media cero y varianza $0.5 S_v$. Por lo tanto, el procedimiento recomendado por Prenninger [9] para la generación de registros de viento artificiales es adoptado en lo subsiguiente. La idea es extremadamente simple: si se pueden especificar por simulación las componentes del vector de carga en la ecuación (2), entonces la FFT de todas las variables de la respuesta pueden obtenerse inmediatamente.

El espectro de potencia de cualquier variable deseada, por ejemplo el desplazamiento en la parte superior de la estructura o los momentos en la base, están dados por la suma de los cuadrados de los valores de la parte real e imaginaria de la respectiva FFT. Tal espectro de potencia será un estimador crudo de la PSDF. Para evaluar esta última, serán necesarias varias simulaciones en orden de estimar la función de densidad espectral de potencia (PSDF) con confianza. Sin embargo, en aplicaciones prácticas, raramente serán necesarias más que tres simulaciones. Es importante remarcar que, en los estudios en túnel de viento, el valor cuadrático medio de cualquier variable es solamente medido una vez. En el mejor de los casos, el experimento es repetido de 3 a 5 veces; práctica que es compatible con el criterio propuesto.

Generación de registros de viento

El tratamiento de la correlación espacial será descrito en el marco de un ejemplo de registro de viento generado artificialmente. Debe notarse que la ecuación (2) requiere la especificación del vector de carga transformado en el plano espacio-frecuencia ($z-\omega$).

Los pasos para cada frecuencia ω_j son:

- a) Seleccionar la frecuencia máxima o de corte y el número de puntos en el que el intervalo será dividido. En general, $N \geq 256$
- b) Generar una muestra de una variable con distribución de probabilidad uniforme en el intervalo $[0, 1]$
- c) Transformar la muestra obtenida en (b) a una variable con distribución normal con media 0 y

desvío estándar X_n .

d) Obtener las componentes deseadas de la FFT de la velocidad de viento por medio de:

$$X = X_n(0.5S_v(\omega))^{1/2} \quad (7)$$

Para caracterizar el viento se utiliza el espectro de Davenport [6] $S_v(f)$ dado por:

$$\frac{fS_v(f)}{\sigma_v^2} = \frac{2}{3} \frac{n^2}{(1+n^2)^{4/3}} \quad (8)$$

donde f es la frecuencia en Hertz, y:

$$n = \frac{fL_0}{V_{10}} \quad (9)$$

$$\sigma_v^2 = IV_{10}^2 \quad (10)$$

donde V_{10} es la velocidad media a la altura de referencia de 10 m, I el coeficiente de variación (0.10 a 0.18) que representa la intensidad de la turbulencia y $L_0 = 1200$ m según medidas empíricas de Davenport.

Los pasos esquematizados en (a) a (d) conducen a la FFT de las muestras independientes de la velocidad del viento. Por otra parte, la expresión para la "longitud de correlación" L_c propuesta por Davenport [7] fue utilizada para tener en cuenta la correlación espacial, la cual es definida como el área bajo la curva de correlación.

$$L_c(\omega) = \frac{2\pi V_{10}}{C_1 \omega} \quad (11)$$

Mediciones del parámetro C_1 para la correlación vertical son debidas, entre otros, a Shiotani and Iwatani [8]. La dependencia de la altura de la velocidad media del viento puede ser descrita por la conocida ley de Hellmann:

$$V(z) = V_{10} \left(\frac{z}{10} \right)^\alpha \quad (12)$$

Vector de carga

En este punto, serán determinadas las componentes del vector de carga (3). La fuerza del viento F_w que actúa sobre una estructura es:

$$F_w(z,t) = 1/2 \rho_a A C V(z,t)^2 \quad (13)$$

en donde ρ_a es la densidad del aire, A el área expuesta al viento y C el coeficiente de arrastre. La velocidad de viento $V(z,t)$ está dada por:

$$V(z,t) = V(z) + \Delta v(t) \quad (14)$$

en donde $V(z)$ es el flujo estático y la turbulencia $\Delta v(t)$ es un proceso Gaussiano estacionario con media cero, simulado de acuerdo al método descrito precedentemente. Despreciando el cuadrado de $\Delta v(t)$, se obtiene

$$q_x(z,t) = 1/2 \rho_a b C_{x1} [V(z)^2 + 2V(z)\Delta v(t)] \quad (15)$$

$$q_y(z,t) = 1/2 \rho_a b C_{y1} [V(z)^2 + 2V(z)\Delta v(t)] \quad (16)$$

$$m_A(z,t) = 1/2 \rho_a b^2 C_{A1} [V(z)^2 + 2V(z)\Delta v(t)] \quad (17)$$

VIBRACIÓN LATERAL

La simulación de la acción lateral está basada en el modelo propuesto por Vickery and Basu [9], el cual ha sido extensivamente usado en la interpretación de ensayos a escala natural. El espectro $S_w(f)$ de la fuerza inducida por los vórtices por unidad de longitud es expresado como:

$$\frac{f S_w(f)}{\sigma_w^2} = \frac{f / f_s}{B \sqrt{\pi}} \exp \left\{ - \left[\frac{1 - f / f_s}{B} \right]^2 \right\} \quad (18)$$

en donde f_s es la frecuencia de desprendimiento de vórtice, σ_w el valor r.m.s. de la fuerza de "levantamiento" por unidad de longitud y B un parámetro de ancho de banda. Para predicciones prácticas, la forma exacta del espectro no es de gran importancia, excepto dentro del 20% de la frecuencia central. La frecuencia de desprendimiento que define la frecuencia central del espectro de fuerzas de levantamiento, se obtiene por medio del Número de Strouhal S .

$$f_s = \frac{\bar{v} S}{d} \quad (19)$$

en donde \bar{v} y d son la velocidad media y ancho locales de la estructura. El Número de Strouhal S depende, entre otros factores, de la relación de aspecto λ (altura/ancho) y puede ser obtenida por (Vickery [10]):

$$S(\lambda) = 0.14 + 0.05 \ln \left(\frac{\lambda}{4} \right) \quad 4 \leq \lambda \leq 25 \quad (20)$$

$$S(\lambda) = 0.23 \quad \lambda \geq 25 \quad (21)$$

en donde $\lambda = H / \bar{d}$ altura de la estructura/diámetro promedio del tercio superior de la estructura. El valor r.m.s. de la fuerza de levantamiento por unidad de longitud puede ser definido por:

$$\sigma_w = C_{LV} \frac{1}{2} \rho_a \bar{v}^2 d \quad (22)$$

en donde C_{LV} es el coeficiente de levantamiento el cual, de acuerdo a ensayos a escala natural, es fuertemente dependiente de la intensidad de turbulencia y puede ser estimado por:

$$C_{LV} = [0.15 + 0.55I'] - [0.09 + 0.55I'] e^{-(20I')^3} \quad (23)$$

$$I' = \left[\ln \frac{z}{z_g} \right]^{-1} \left[\frac{d^{1/3}}{4.6} \right] \left[\frac{10}{z} \right]^{1/12} \quad (24)$$

en donde z_g es un parámetro de rugosidad. Los valores de C_{LV} definidos por (23) son modificados para tener en cuenta la relación de aspecto λ .

$$C_{LV}(\lambda) = C_{LV} C_E \quad (25)$$

en donde

$$C_E = \begin{cases} 0.4 & \lambda \leq 4 \\ 1.0 & \lambda \geq 25 \\ 0.4 + 0.33 \ln(\lambda/4) & 4 \leq \lambda \leq 25 \end{cases} \quad (26)$$

El parámetro de ancho de banda B depende fundamentalmente de la turbulencia a gran escala la cual produce variaciones suaves en la velocidad local. Ensayos a escala natural sugieren la siguiente relación:

$$B = 0.10 + 2I \quad (27)$$

Con el objeto de tener en cuenta la correlación espacial, se adopta una longitud de correlación $1.6 d$. Para obtener el vector de carga (3), las partes real e imaginaria de la transformada de Fourier de la carga lateral por unidad de longitud están dadas por:

$$\text{Re}_q(f) = N[0, 0.5 S_w] \quad (28)$$

$$\text{Im}_q(f) = N[0, 0.5 S_w] \quad (29)$$

RESPUESTA ESTRUCTURAL

El procedimiento descrito anteriormente fue implementado en el programa computacional WINDY. En trabajos anteriores (Ambrosini et al [11]) se presentaron aplicaciones para determinar la respuesta longitudinal. En este trabajo se presentan dos ejemplos relacionados con vibración lateral debida a excitación por vórtices.

Torre de transmisión de hormigón armado (Paluch and Riera [12]). Torre A.

Se determina por simulación la respuesta lateral de una torre cónica de hormigón armado de 120m de altura. Los diámetros de la base y la parte superior son 9.5m y 4.5m, respectivamente, el espesor varía linealmente de 0.25m en la base a 0.20m en la altura 84m, luego de la cual permanece constante. La

frecuencia fundamental medida in-situ es 0.54 Hz, la cual es muy cercana a la determinada con el modelo numérico de 0.55 Hz. El amortiguamiento fue determinado también experimentalmente del ancho de banda del espectro de respuesta, resultando igual a 0.9% del crítico. El parámetro $z_g = 0.03\text{m}$ corresponde a campo abierto. Se adoptó un coeficiente que define el perfil vertical de la velocidad media $\alpha = 0.15$ y la intensidad de la turbulencia $I = 0.1$, basada en las características del terreno. El método permite la determinación de la respuesta temporal de las variables de estado (1) en cualquier altura z de la estructura. A modo de ejemplo, se presenta en Figura 1 una muestra de la respuesta temporal de los desplazamientos laterales en la parte superior de la estructura. Por otra parte, en Tabla I se presentan los resultados obtenidos con 5 simulaciones.

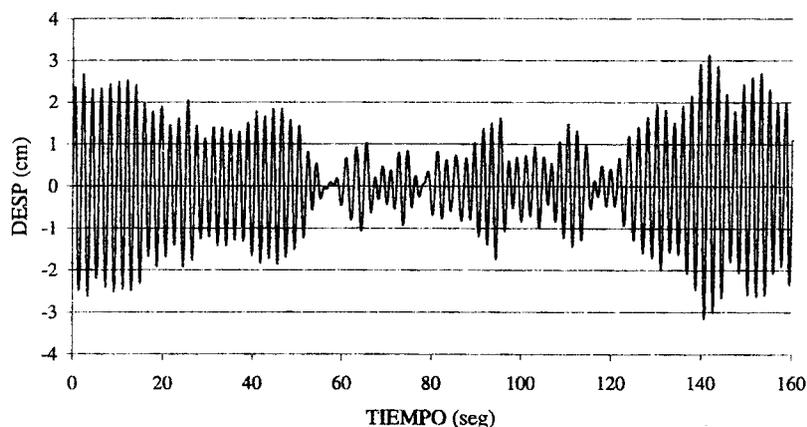


Figura 1: Respuesta lateral típica de la torre A. Desplazamientos laterales en la parte superior.

Tabla I. Respuesta estructural a desprendimiento de vórtices de torre A

V_{10} m/seg	V_{top} m/seg	$E[M_{rms}]$ MNm	$CV[M_{rms}]$	$E[Q_{rms}]$ KN	$CV[Q_{rms}]$	$E[\xi_{rms}]$ m
8.9	13.0	2.51	0.11	30.0	0.11	0.0094
11.0	16.0	3.63	0.07	43.0	0.07	0.0135
13.7	20.0	4.52	0.13	51.0	0.13	0.0159
20.7	30.0	4.08	0.18	49.0	0.17	0.0153

El momento en la base medido presenta su pico para una velocidad de referencia $V_{10} = 11$ m/seg la cual es un poco menor que en la respuesta simulada. Las amplitudes r.m.s. experimentales en el pico, están en el rango 1.8 a 4.1 MNm, con el valor esperado alrededor de 3 MNm, lo que sugiere que la simulación de Monte Carlo descrita en el trabajo, en conjunto con el modelo de Vickery [15] conduce a una adecuada pero todavía imperfecta descripción de la respuesta dinámica de la torre A. Debe ser mencionado que el coeficiente de variación CV del momento lateral aumenta alrededor del 10 % hasta cerca del 20 % en la velocidad para la que se produce el pico (Tabla I) lo que está de acuerdo con las evidencias experimentales

Chimenea de hormigón armado (Vickery [10]). Chimenea B

Como segundo ejemplo se considera una chimenea de hormigón armado de 250m de alto con un diámetro exterior de 20m. La masa por unidad de longitud varía de 45 t/m en los 2/3 inferiores de la altura a 50 t/m en el tercio superior. La frecuencia fundamental es 0.30 Hz, mientras que el amortiguamiento es 1% del crítico. El espesor de la pared es 0.60m debajo de la altura 100m y 0.30m encima de 100m. El parámetro $z_g = 0.03\text{m}$ corresponde a campo abierto. En Tabla II se presentan los momentos máximos en la base obtenidos para 3 velocidades medias diferentes. El primer valor representa la media de 5 simulaciones con el CV indicado entre paréntesis.

Tabla II: Respuesta estructural de chimenea B. Momentos flectores máximos en la base

V_{top} (m/seg)	30	40	50
Vickery	921	1057	837
WINDY	783 (0.16)	999 (0.14)	946 (0.14)

CONCLUSIONES

En este trabajo se ha presentado un esquema para emplear métodos de integración numérica o, alternativamente, el método de matrices de transferencia para analizar estructuras tipo torre o atirantadas sujetas a cargas aleatorias de viento. Este esquema ofrece varias ventajas comparativas en relación con otras alternativas: En primer lugar permite la consideración de cualquier tipo de modelo constitutivo viscoelástico lineal, como así también cualquier distribución espacial de las fuerzas disipativas. Además, no es necesario imponer restricciones sobre el carácter y la correlación de la carga aplicada.

Los ejemplos numéricos presentados demuestran la flexibilidad y generalidad del método para el análisis de vibraciones transversales debidas a desprendimientos de vórtices.

REFERENCIAS

- [1] **Prenninger, P.H., and G.I. Schuëller**, *Reliability of tall buildings under wind excitation considering coupled modes and soil-structure interaction*, Prob. Engng. Mech., 4(1) pp. 19-31, 1992.
- [2] **Riera, J.D., and R.D. Ambrosini**, *Analysis of structures subjected to random loading using the transfer matrix or numerical integration methods*, Engineering Structures, 14(3), pp. 176-179, 1992.
- [3] **Prenninger, P.H.**, *Generation of wind records considering the statistical properties of wind spectra*, Z. Angew. Math. Mech., 68(1), pp. 334-336, 1988.
- [4] **Ambrosini, R.D., J.D. Riera and R.F. Danesi**, *Dynamic Analysis of Thin-Walled and Variable Open Section Beams with Shear Flexibility*, International Journal for Numerical Methods in Engineering, 38(17) pp. 2867-2885, 1995.
- [5] **Pestel, E., and F. Leckie**, *Matrix Methods in Elastomechanics*, McGraw-Hill, NY, 1963.
- [6] **Davenport, A.G.**, *The spectrum of horizontal gustiness near the ground in high winds*, J. Roy Meteorol. Soc., 87, pp.199-211, 1961.
- [7] **Davenport, A.G.**, *The dependence of wind loads upon meteorological parameters*, Proc. Int. Seminar Wind Effects on Buildings and Structures, Univ. of Toronto Press, Toronto, pp.19-82, 1992.
- [8] **Shiotani, M., and Y. Iwatani**, *Correlation of wind velocity in relation to the gust loading*, Proc. 3rd Conf. on Wind Effects on Buildings and Structures, Saikon Tokyo, 1978.
- [8] **Vickery, B.J., and Basu, R.I.**, *Across-Wind Vibrations of Structures of Circular Cross-Section, Parts I and II*, Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, 12, pp. 49-97. 1983.
- [10] **Vickery, B.J.**, *Wind loads and design criteria for chimneys*, In A. Davenport & J. Riera (eds.) Jubileum Conference of Wind Effects on Buildings and Structures, Gramado RS, Brazil, Vol. I, pag. 273-296. 1998.
- [11] **Ambrosini, R.D., J.D. Riera and R.F. Danesi**, *Analysis of Structures Subjected to Random Wind Loading*, Jubileum Conference on Wind Effects on Buildings and Structures, WEBS 98, Gramado, Brasil, Vol II, pag. 101-108, 1998.
- [12] **Paluch, M.J. and Riera J.D.**, *Vibrações normais à direção do vento de torres e chaminés de seção circular*, XXIX Jornadas Sudamericanas de Ingeniería Estructural, Montevideo, Uruguay, CD Rom, pp. 1-9. 2000.