

## ALTERACIÓN EN EL DESEMPEÑO DE SISTEMAS DE CONTROL EN MANIPULADORES FLEXIBLES

Claudio A. Solís, Gabriel Barrientos, Emilio Dufeu.  
Departamento de Ingeniería Mecánica, Facultad de Ingeniería  
Universidad de Concepción, Casilla 160-C, Concepción, Chile  
e-mail: [claudiosolis@netscape.net](mailto:claudiosolis@netscape.net)

### RESUMEN

El alto nivel industrial alcanzado actualmente ha llevado a diseñar robots cada vez más livianos y esbeltos. En comparación con el diseño clásico de robots, estos presentan muchas ventajas económicas. Sin embargo, esta clase de robot tiene la desventaja de ser menos rígidos, lo cual generalmente produce una mayor vibración y deflexión de sus componentes durante su funcionamiento.

El objetivo de este trabajo es mostrar como se altera el desempeño del sistema de control, cuando se aplican técnicas de control diseñadas para robots rígidos sobre aquellos que poseen eslabones flexibles.

Para evaluar los efectos de la flexibilidad en la respuesta dinámica de un robot, se presenta un modelo matricial para múlti-cuerpos flexibles, basado en múltiples vigas de Euler-Bernoulli rotatorias. Las potencialidades de este modelo se ejemplifican a través de la simulación para el caso de un manipulador de dos eslabones flexibles.

Se presenta además la metodología necesaria para la aplicación de las técnicas más comunes para el control de robots manipuladores rígidos y se comparan los resultados de éstas, para distintos grados de flexibilidad en los eslabones del robot. Así, es posible demostrar como se deteriora el desempeño del sistema de control a medida que disminuye la rigidez.

### ABSTRACT

The high industrial level reached at the moment has taken to design more and more lightweight and slender robots. In comparison with the classic design of robots, this ones presents many economic advantages. However, this class of robots has the disadvantage of being less rigid which generally produces a greater deflection and vibration in its components during their operation.

The goal of this work is to show how the performance of the control system is altered, when control techniques designed for rigid robot are applied on flexible links robots.

In order to evaluate the effects of the flexibility on the dynamic answer of a robot, a matrix model for flexible multi-bodies, based on multiple rotating Euler-Bernoulli beams is presented. The potentialities of this model are shown through the simulation for the two-links flexible manipulator case.

Furthermore, the necessary methodology for the application to the most common techniques for rigid manipulators control is presented and its performance are compared for different degrees of flexibility in the links. Thus, it is possible to demonstrate as the performance of the control system is deteriorated when the flexibility in the link is diminishes.

## INTRODUCCIÓN

El alto nivel industrial alcanzado actualmente, exige una constante optimización en los diseños mecánicos. En el campo de la robótica esta tendencia ha llevado a diseñar robots cada vez más esbeltos.

En comparación con el típico diseño de robots, un robot esbelto necesita menos cantidad de material para su fabricación, consume menos potencia, utiliza actuadores más pequeños y por lo general es más fácil de transportar. Sin embargo, esta clase de robots poseen la desventaja de ser menos rígidos, lo que generalmente produce una mayor deflexión y vibración en sus componentes, durante su funcionamiento.

En el caso de robots el problema de control puede ser dividido en estabilización (el robot debe alcanzar una determinada configuración) y en seguimiento (lograr que el robot siga una trayectoria determinada). En cada uno de estos casos la flexibilidad puede alterar enormemente su respuesta dinámica.

El objetivo de este trabajo es mostrar como se altera el desempeño del sistema de control, cuando se aplican técnicas de control diseñadas para robot rígidos sobre robots que poseen eslabones flexibles. Para esto, dos de las técnicas más utilizadas para el control de robot rígidos (PD para estabilización y dinámica inversa para seguimiento), son aplicadas a un robot flexible planar de dos eslabones.

### SISTEMA DE CONTROL PARA ROBOT RÍGIDOS

En la Figura 1a se presenta un esquema de un robot planar rígido de dos eslabones. En este caso la entrada al sistema está dada por un vector de torques motrices  $T = [T_1 \ T_2]^T$  y la salida de éste, es un vector de coordenadas articulares  $\theta(t) = [\theta_1 \ \theta_2]^T$ .

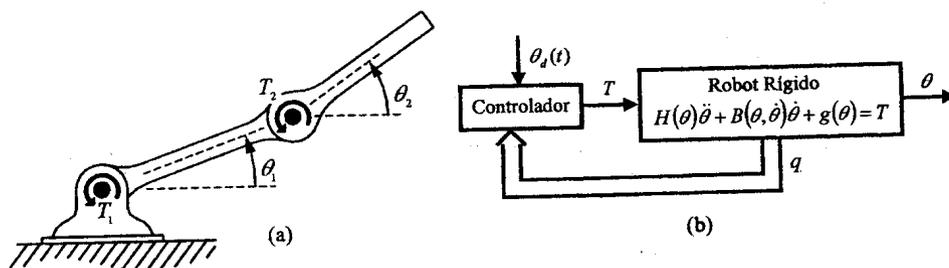


Figura 1: sistema de control para robot manipuladores rígidos  
a) Esquema de un robot rígido    b) Esquema del sistema de control

Las ecuaciones dinámicas para un manipulador rígido tienen la forma general:

$$H(\theta)\ddot{\theta} + B(\theta, \dot{\theta})\dot{\theta} + g(\theta) = T, \quad (1)$$

donde  $H(\theta)$  corresponde a la matriz de inercia,  $B(\theta, \dot{\theta})$  es la matriz de fuerzas centrífugas y de coriolis y  $g(\theta)$  es el vector de fuerzas debido a la gravedad.

En la Figura 1b se esquematiza la forma en que se implementa el sistema de control. La misión de este sistema es determinar los torques de entrada, a partir de la lectura del vector de estados  $q = [\theta^T \ \dot{\theta}^T]^T$ , de tal forma que la salida del sistema coincida (en cada instante de tiempo) con una determinada salida deseada  $\theta_d(t) = [\theta_{1d} \ \theta_{2d}]^T$ .

En la mayoría de las aplicaciones industriales, lo que se debe controlar es la posición del extremo del

robot. En el caso robot rígidos este objetivo se logra a través de un control articular usando la cinemática inversa como por ejemplo en Spong & Vidyasagar [7]. Es importante mencionar este hecho, ya que si el robot posee eslabones flexibles, se produce un error adicional en la posición del extremo, el cual no es registrado al medir las coordenadas articulares.

### MODELO DINÁMICO PARA UN MANIPULADOR FLEXIBLE

Para la modelación del manipulador flexible, se utiliza un modelo matricial basado en múltiples vigas de Euler-Bernoulli rotatorias, presentado en Solís [8]. En la Figura 2a se esquematiza este modelo para el caso de dos eslabones.

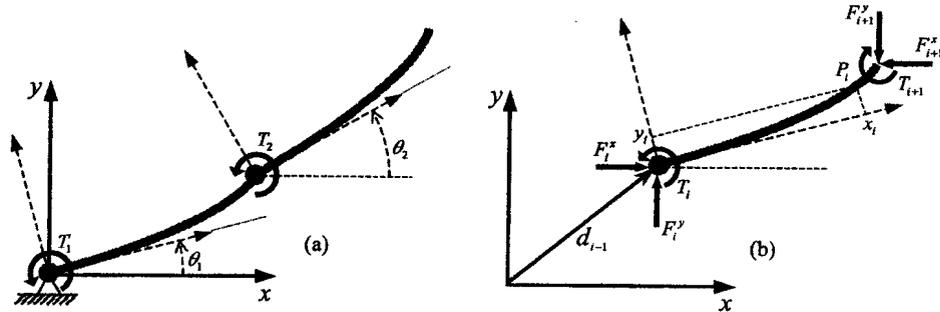


Figura 2: Múlti-cuerpo flexible formado por múltiples vigas de Euler-Bernoulli rotatorias  
a) Doble manipulador flexible b) Diagrama de  $i$ -ésima viga del sistema

En la Figura 2b se presenta el diagrama de cuerpo libre de la  $i$ -ésima viga del sistema. Asociado a esta, existe un marco móvil que permite definir la posición de cualquier punto  $P_i(x_i) = [x_i \ y_i(x_i)]^T$  perteneciente a la viga deformada.

La posición y aceleración del punto  $P_i$  referidas al sistema inercial  $x$ - $y$ , se obtienen como:

$$d_i(x_i) = d_{i-1} + \Lambda_i P_i \quad \text{y} \quad a_i(x_i) = a_{i-1} + R \Lambda_i P_i \ddot{\theta}_i + R^2 \Lambda_i P_i \dot{\theta}_i^2 + 2R \Lambda_i \dot{P}_i \dot{\theta}_i + \Lambda_i \ddot{P}_i, \quad (2)$$

en las cuales  $d_{i-1}$  y  $a_{i-1}$  corresponden a la posición y aceleración del extremo de la viga anterior y donde:

$$\Lambda_i = \begin{bmatrix} \cos \theta_i & -\sin \theta_i \\ \sin \theta_i & \cos \theta_i \end{bmatrix} \quad \text{y} \quad R = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}. \quad (3)$$

Las ecuaciones dinámicas del modelo se obtienen en forma recursiva, a través de un enfoque Newtoniano (balance de fuerzas y momentos), superponiendo los efectos asociados al movimiento de cuerpo rígido y a la deflexión de cada viga. Así, para la parte rígida se tiene:

$$F_i = \int_0^l \rho_i \left( a_i + \begin{Bmatrix} 0 \\ g \end{Bmatrix} \right) dx + F_{i+1} \quad \text{y} \quad T_i = \int_0^l \rho_i r_i \left( a_i + \begin{Bmatrix} 0 \\ g \end{Bmatrix} \right) dx + r_{i,n} F_{i+1} + T_{i+1}, \quad (4)$$

donde  $F_i = [F_i^x \ F_i^y]^T$ ,  $\rho_i(x_i)$  es la masa por unidad de longitud de la viga y  $r_i(x_i)$  corresponde al brazo de la fuerza con respecto al origen del marco móvil, el que se define como:

$$r_i(x) = [-x \sin \theta_i - y_i \cos \theta_i \quad x_i \cos \theta_i - y_i \sin \theta_i], \quad (5)$$

en cuyo caso  $r_{i,n} = r_i(l_i)$ , corresponde al brazo en el extremo de la  $i$ -ésima viga.

La deflexión en cada eslabón se modela a través de las hipótesis de una viga de Euler-Bernoulli, por lo

se omiten que las inercias a las rotaciones y deformaciones por cizalle.

Las ecuaciones para la parte flexible se obtienen a partir del equilibrio de fuerzas en la dirección de la deformación  $y_i$ , así para cada viga se tiene la ecuación diferencial:

$$EI_i y_i^{(4)} + \rho_i a_i^{y_i} + \rho_i g \cos \theta_i = 0, \quad (6)$$

donde el producto  $EI_i$  es la rigidez de la viga y  $a_i^{y_i}$  es la aceleración en la dirección de la deflexión  $y_i$  ( $a_i^{y_i} = [-\sin \theta_i \quad \cos \theta_i] a_i$ ). En este caso las condiciones de contorno son:

$$y_i(x_i = 0) = 0, \quad \frac{\partial}{\partial x_i} y_i(x_i = 0) = 0, \quad EI_i \frac{\partial^2}{\partial x_i^2} y_i(x_i = l_i) = -T_{i+1} \quad \text{y} \quad EI_i \frac{\partial^3}{\partial x_i^3} y_i(x_i = l_i) = -F_i \quad (7)$$

El sistema obtenido de las expresiones (4) y (6) corresponde a un sistema no-lineal de ecuaciones diferenciales y que además posee infinitos grados de libertad. Por lo tanto para su resolución es conveniente realizar una discretización (método de elementos finitos o método de los modos supuestos).

El sistema de ecuaciones discretizado puede ser escrito, como se propone en Deluca & Siciliano [3], en la forma matricial:

$$M_q(q)\ddot{q} + B_q(q, \dot{q})\dot{q} + g_q(q) + K_q q = u, \quad (8)$$

donde  $u = [T^T \quad 0^T]^T$ ,  $K_q = \text{diag}\{0, K\}$ , con  $K$  igual a la matriz de rigidez ensamblada para todos los eslabones y  $q = [\theta^T \quad \delta^T]^T$  es el vector de coordenadas generalizadas, siendo  $\theta$  el vector de coordenadas articulares y  $\delta$  el vector de deflexiones (en coordenadas discretas) para todos los eslabones.

La resolución numérica del sistema no-lineal de ecuaciones diferenciales puede ser resuelto por un algoritmo en que se combinan los métodos de Newmark y Newton-Rapson, como el que se describe en Geradin & Rixen [5].

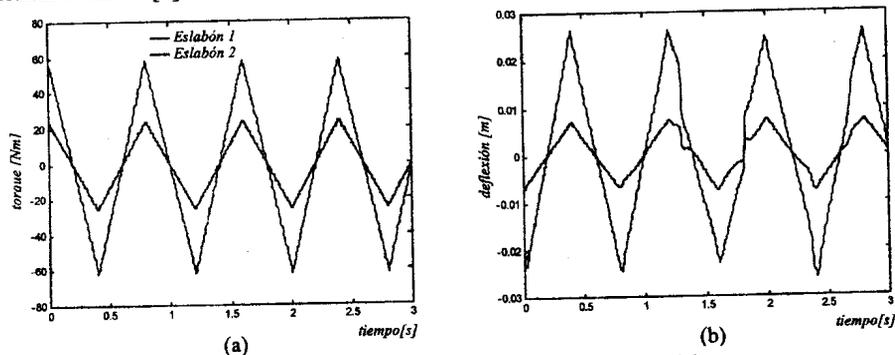


Figura 3: simulación de un manipulador flexible de dos eslabones.  
a) Torques conductores b) Deflexiones en los extremos de cada viga

En la Figura 3b se presentan las deflexiones en los extremos de cada eslabón, para un manipulador flexible doble. En cuyo caso torques conductores en forma de rampa, como los ilustrados en Figura 3a, son aplicados en las articulaciones de cada eslabón. Los parámetros utilizados para esta simulación son  $l_1 = l_2 = 1$  m,  $I_1 = I_2 = 5 \times 10^{-9}$  m<sup>4</sup>,  $m_1 = m_2 = 1.8$  kg y  $E_1 = E_2 = 2 \times 10^{11}$  Pa. Además se considera que inicialmente  $\theta_1 = \theta_2 = -90^\circ$ .

Los resultados entregados por el modelo concuerdan satisfactoriamente con los presentados en [2].

### ESTABILIZACIÓN VÍA CONTROLADOR PD

Si se considera un robot rígido cuya dinámica es de la forma general (1) y si se utiliza un controlador de tipo *PD*, el torque actuando sobre el sistema debe ser definido como:

$$T = -K_D \dot{\tilde{\theta}} - K_P \tilde{\theta} + g(\theta), \quad (9)$$

donde  $K_D$  y  $K_P$  son matrices constantes y definidas positivas de  $2 \times 2$ ,  $\tilde{\theta} = \theta - \theta_d$  corresponde al vector error en las coordenadas articulares del robot, con respecto a la posición deseada  $\theta_d$ .

Para el caso de robots rígidos, la estabilidad asintótica global de este tipo de controlador es demostrada a través del *método directo de Lyapunov* y el *teorema de los conjuntos invariante*, como se puede apreciar en Slotine & Li [6].

En la Figura 4 se presenta el resultado de un controlador *PD* para manipulador flexible de dos eslabones con los mismos parámetros que en el caso anterior. El controlador utilizado en este caso está dado por  $K_D = 10I$  y  $K_P = 80I$ . Además, inicialmente  $\theta_1 = \theta_2 = 0^\circ$  y se desea que el extremo del manipulador se posicione en el punto  $P(x,y)=(1.5,0.5)$ .

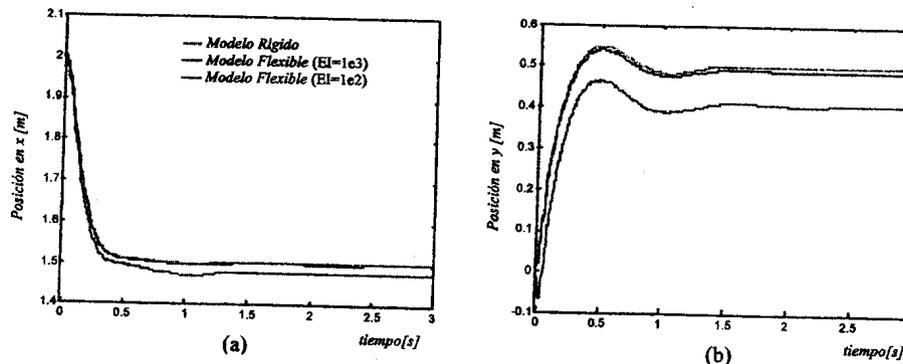


Figura 4: Control de posición *PD* para manipulador flexible de dos eslabones.  
a) Posición  $x$  del extremo. b) Posición  $y$  del extremo.

En la Figura 4 es posible apreciar como el extremo del robot se aleja de la posición deseada a medida que aumenta la flexibilidad de los eslabones. Por lo tanto este tipo de controlador que es adecuado para robot rígidos, resulta ineficiente en este caso, ya que no considera los efectos debidos a la flexibilidad.

### SEGUIMIENTO POR LINEALIZACIÓN VÍA REALIMENTACIÓN

En el caso de robots esta técnica recibe el nombre control por dinámica inversa (Spong). La idea básica de esta técnica es implementar en el controlador un bloque no-lineal de la forma:

$$T = H(\theta)v + B(\theta, \dot{\theta})\dot{\theta} + g(\theta), \quad (10)$$

el cual permite eliminar las no-linealidades del sistema. Esto se debe a que la expresión (8) genera la relación lineal  $v = \ddot{\theta}$ , entre la nueva entrada  $v$  y la salida del sistema  $\theta$ . Una vez que se ha linealizado el sistema, se puede aplicar cualquier técnica de control lineal. En este caso, para el control de trayectoria se puede optar por definir la entrada de la forma:

$$v = \ddot{\theta}_d + 2\lambda\dot{\tilde{\theta}} + \lambda^2\tilde{\theta}, \quad (11)$$

donde  $\lambda$  es una constante estrictamente positiva.

La relación (11) asegura que el error converge exponencialmente a cero en cada instante de tiempo, ya que la ecuación para la dinámica del error corresponde a un polinomio tipo Hurwitz, dado por:

$$\ddot{\tilde{\theta}} + 2\lambda\dot{\tilde{\theta}} + \lambda^2\tilde{\theta} = 0. \quad (12)$$

En la Figura 5 se presenta el resultado de un control de seguimiento por linealización vía realimentación para manipulador flexible de dos eslabones con los mismos parámetros que en el caso anterior. El controlador utilizado en este caso está dado por  $\lambda = 10I$ . Además inicialmente  $\theta_1 = \theta_2 = 0^\circ$  y se desea que el extremo del manipulador siga la trayectoria sinusoidal  $P(x(t), y(t)) = (2 - 0.5t, 0.5\text{sen}(\pi t))$ .

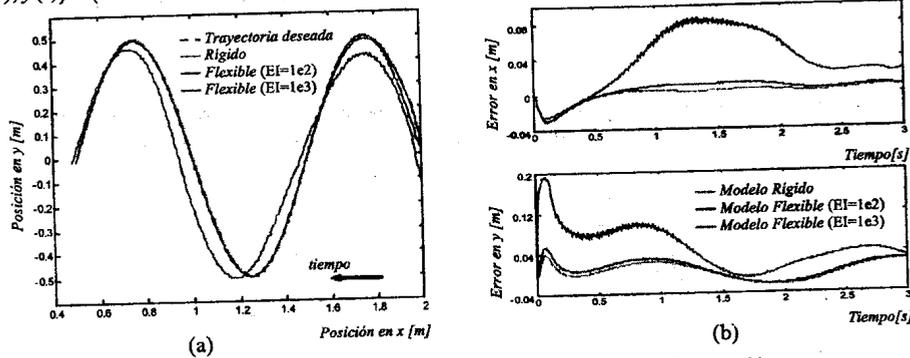


Figura 5: Control de seguimiento por linealización vía realimentación.  
 a) Trayectoria Seguida por el extremo del manipulador. b) Error de seguimiento.

A partir de la Figura 5 es posible apreciar como, también para este caso, el desempeño del sistema de control se deteriora a medida que aumenta la flexibilidad de los eslabones.

## CONCLUSIONES Y COMENTARIOS

Se presentó la metodología para la aplicación de dos de las técnicas más comunes para el control de robot manipuladores rígidos. Además se presentó un modelo, basado en un enfoque newtoniano de múltiples viga de Euler-Bernoulli rotatorias, que permite obtener la representación matricial de las ecuaciones dinámicas para un sistema de multi-cuerpos flexibles.

En base a los resultados obtenidos se demuestra que si se aplican técnicas de control, diseñadas para robot rígidos a robots con eslabones flexibles, el desempeño de estas se deteriora a medida que disminuye la rigidez de los eslabones.

Finalmente es importante mencionar que tanto problema de regulación como de seguimiento para robots flexibles, ha sido bien abordado en De Luca & Siciliano [3] y Artega [1] respectivamente. Los primeros proponen un controlador PD con prealimentación constante y el segundo resuelve el problema de seguimiento a través de un controlador robusto usando un enfoque similar.

## REFERENCIAS

- [1] Artega, M. *Tracking Control of Flexible Robot Arms with a Nonlinear Observer*, Automatica, Vol. 36, 2000. págs. 1329-1337.
- [2] Chen, W. *Dynamic Modelling of Multi-Link Flexible Robotic Manipulators*, Computers & Structures, Vol. 79, 2001. págs. 183-195.

- [3] De Luca, A. & Siciliano, B. *Closed-Form Dynamics Model of planar Multilink Lightweight Robots*, IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics, Vol 21-4, 1991. págs. 826-839.
- [4] De Luca, A. & Siciliano, B. *Regulation of Flexible Arms Under Gravity*, IEEE Transaction on Robotics and Automation Vol. 9-4, 1993. págs. 463-467.
- [5] Geradin, M. & Dixon, D. *Mechanical Vibrations: Theory and Applications to Structural Dynamics*, John Wiley & Son Ltd., 1997.
- [6] Slotine, J. & Li, W. *Applied Nonlinear Control*, Prentice-Hall, Inc. 1991.
- [7] Spong, M. & Vidyasagar, M. *Robot Dynamic and Control*, John Wiley and Sons, Inc., 1989.
- [8] Solís, C. *Técnicas de Control Moderno Enfocadas a la Dinámica de Multi-Cuerpos Flexibles*, Tesis de magíster, Universidad de Concepción, Depto. de Ing. Mec., Chile, 2001.

## **VIBRACIÓN TRANSVERSAL DE ESTRUCTURAS DEBIDO A DESPRENDIMIENTOS DE VÓRTICES GENERADOS POR VIENTO**

**Daniel Ambrosini, Rodolfo F. Danesi**

Instituto de Estructuras, Facultad de Ciencias Exactas y Tecnología  
Universidad Nacional de Tucumán, Av. Roca 1800, 4000 Tucumán, Argentina  
e-mail: [dambrosini@herrera.unt.edu.ar](mailto:dambrosini@herrera.unt.edu.ar)

**Jorge D. Riera**

Universidad federal de Rio Grande do Sul, Porto Alegre, Brasil

### **RESUMEN**

En este trabajo se propone un esquema eficiente para el análisis dinámico de estructuras tipo torre y/o atirantadas sometidas a carga aleatoria de viento. Para tal fin se utiliza un método de integración numérica en el dominio de la frecuencia. Como modelo de estructura se adoptó una formulación general de vigas con ley constitutiva viscoelástica lineal general. Además se utilizó el algoritmo de la transformada rápida de Fourier (FFT) para trabajar en el dominio de la frecuencia.

La acción de viento fue incorporada por un procedimiento de simulación de un proceso aleatorio estacionario, Gaussiano y correlacionado en sentido vertical. En trabajos anteriores se presentó el método para vibración en la dirección del viento (longitudinal) y en el presente trabajo se realiza una extensión para la evaluación de la respuesta lateral generada por desprendimiento de vórtices. Finalmente, se presentan ejemplos numéricos para mostrar las capacidades del modelo propuesto.

### **ABSTRACT**

An efficient scheme is proposed for the analysis of free-standing guyed structures subjected to random wind loading, by using a numerical integration method in the frequency domain. The physical model of the structure is based on a general beam formulation. In addition, a linear viscoelastic constitutive law was incorporated and the fast Fourier transform algorithm (FFT) was used in order to work in the frequency domain.

A simulation process was used to model the wind load. The method proposed was presented for the case of along-wind vibration in previous papers and, in this work, the lateral vibration due to vortex shedding is presented. Finally, numerical examples are presented in order to show the capabilities of the models proposed

### **INTRODUCCION**

En el análisis dinámico de sistemas tipo torre y/o atirantadas han sido ampliamente usados los métodos de matrices de transferencia e integración numérica directa, los cuales están estrechamente vinculados entre sí. La principal diferencia entre ambos esquemas es que, en el segundo caso, se utiliza la integración numérica, vía Runge-Kutta o predictor-corrector, para la obtención de las matrices de transferencia de campo, mientras que, en el primer caso, cuando existen disponibles soluciones conocidas para las matrices de campo, el esquema es conocido como "método de matrices de transferencia". En la literatura pueden encontrarse numerosas aplicaciones relacionadas con vigas