

## **CARACTERIZACIÓN DINÁMICA DE UN SISTEMA EMBALSE - PRESA TIPO ESCOLLERA**

Rossana C. Jaca, Ricardo A. Prado\*, Carlos A. Bavastri\*  
Departamento de Construcciones, \*Departamento de Mecánica Aplicada  
Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional del Comahue  
calle Buenos Aires N°1400, 8300 Neuquén, Argentina  
e-mail: rjaca@uncoma.edu.ar

### **RESUMEN**

Se determinan las características dinámicas de sistemas embalse-presa tipo escollera con pantalla impermeable y talud de diversa inclinación. El sistema presa-reservorio es analizado mediante un modelo bidimensional, considerando la presa rígida y el fluido no viscoso y compresible. Se evalúa la distribución de presiones hidrodinámicas gobernadas por la ecuación de Helmholtz mediante la técnica de diferencias finitas. La caracterización dinámica está dada por la respuesta en frecuencia, que permite relacionar la fuerza resultante de las presiones sobre el paramento de la presa con la aceleración horizontal del paramento. Como ejemplo, se presenta la respuesta del sistema a una excitación particular (terremoto "El Centro").

### **ABSTRACT**

The dynamic characteristics of reservoir-concrete faced rockfill dam systems are determined on dam faces of diverse slope. The dam-reservoir system is analyzed by means of a two-dimensional model, considering the dam as rigid and the fluid as inviscid and compressible. The distribution of hydrodynamic pressures is evaluated with the Helmholtz equation which is discretized applying a finite difference technique. The dynamic characterization is given by the frequency response, which allows relating the resulting pressure force on the dam with the horizontal acceleration. As an example, the system response is presented for a particular acting ground motion ("El Centro" earthquake).

### **INTRODUCCIÓN**

El cálculo de las presiones hidrodinámicas que actúan sobre las presas durante terremotos es importante para el análisis y diseño de las mismas. El movimiento de la presa inducido por el terreno está asociado a la generación de presiones hidrodinámicas en el embalse, siendo las de mayor interés aquéllas que se encuentran sobre la presa. Así, los efectos dinámicos del agua del embalse se traducen en cargas dinámicas que se aplican directamente sobre la presa. Según las referencias [1-3], el primer análisis riguroso del sistema presa-reservorio fue realizado por Westergaard en 1933, considerando a la presa infinitamente rígida y al dominio bidimensional. Posteriormente, numerosos estudios fueron realizados para determinar la influencia de distintos aspectos sobre los efectos hidrodinámicos. Así, la influencia de la compresibilidad del agua fue estudiada por Chopra en 1967 y 1987. Por otra parte, los efectos de paramentos inclinados de presas fueron incorporados por Zangar en 1952 a través de analogías eléctricas, si bien despreciando la compresibilidad del agua.

El objetivo de este trabajo es determinar las características dinámicas de un sistema embalse-presa tipo escollera con pantalla impermeable y taludes de diversa inclinación. Debido a que se pretende

cuantificar la influencia de los efectos de la geometría del sistema presa-reservorio se desprecia la flexibilidad de la presa, la deformabilidad de la fundación y el efecto de los sedimentos. Una vez identificado el sistema, el cual es considerado lineal invariable en el tiempo, causal y relajado en su condición inicial, se puede determinar la respuesta del mismo para una excitación dinámica arbitraria utilizando representación entrada-salida.

La caracterización dinámica del sistema embalse-presa estará dada por la respuesta en frecuencia, la cual permite relacionar la fuerza resultante debido a la distribución de las presiones sobre el paramento de la presa con la excitación de tipo aceleración sobre dicho paramento. Esto se consigue resolviendo la ecuación en diferencias finitas en el dominio de la frecuencia y posteriormente integrando las presiones sobre el paramento, en donde la excitación es una aceleración de amplitud constante y de frecuencia variable. En un trabajo anterior [4], se planteó el problema mediante la técnica de elementos finitos, resolviéndose la ecuación de gobierno secuencialmente en el dominio del tiempo, mediante la discretización del término temporal en diferencias finitas.

### ECUACIONES BÁSICAS

Un análisis detallado del desarrollo de la ecuación que rige el comportamiento dinámico del fluido se presenta en la Ref.[1]. En el presente análisis se utiliza un sistema coordenado cartesiano asumiendo pequeños desplazamientos y se desprecia la viscosidad del fluido. No se tiene en cuenta la presión hidrostática, considerándose solamente las sobrepresiones dinámicas originadas por la excitación dada. Bajo estas condiciones, la ecuación que gobierna las presiones dinámicas del fluido,  $p$ , resultan

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} = \nabla^2 p = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} \quad (1)$$

donde  $c$  es la velocidad de transmisión de la onda.

En problemas relacionados con presiones dinámicas en presas es admisible despreciar el movimiento de olas superficiales y asumir que la superficie libre permanece en reposo. Considerando presiones relativas a la atmosférica, la condición de contorno fluido-atmósfera, resulta entonces  $p = 0$ .

La condición de borde en las interfaces fluido-sólido corresponde a la segunda ley de Newton,

$$\frac{\partial p}{\partial n} = -\rho a_n \quad (2)$$

donde  $n$  representa la dirección normal saliente al borde sólido y  $a_n$  es la aceleración del sólido en dicha dirección.

### Presiones Hidrodinámicas sobre Presas.

Los problemas hidrodinámicos relativos a presas están relacionados con la respuesta de la masa de agua y como ésta afecta a la presa cuando la tierra es sometida a una perturbación transitoria, como por ejemplo, de origen sísmico. Los desplazamientos de la presa actúan sobre el agua del embalse generando, por reacción, un empuje suplementario sobre el paramento. Adoptando las mismas hipótesis que las dadas en Refs.[1,2], se considera la presa y las paredes del embalse como indeformables y se desprecia la formación de olas en la superficie. La presa es considerada como rígida presentando el paramento aguas arriba con diferente inclinación respecto a la horizontal,  $\alpha$ , y el cuenco rectangular. El problema de presiones hidrodinámicas en presas de gravedad, de contrafuertes o de enrocado con pantalla impermeable puede ser analizado en un dominio bidimensional. Se denominan  $H$  y  $L$  a la altura y longitud del reservorio en reposo, resultando  $L/H \gg 1$ . Ya que nuestro interés es la determinación de las presiones generadas sobre el paramento de la presa y dado que se realiza una aproximación numérica al problema, se lleva a cabo un truncamiento artificial del dominio físico, imponiendo condiciones de radiación adecuadas sobre el contorno opuesto al paramento como

las dadas en Ref.[1].

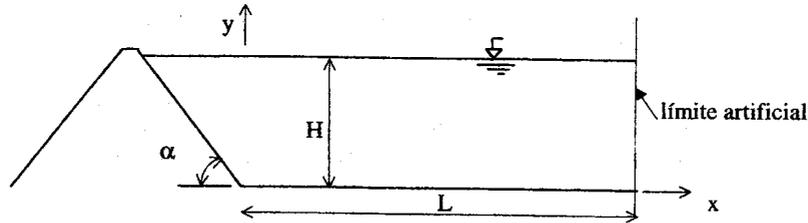


Figura 1: sistema presa-embalse

Asimismo, si se considera la excitación como armónica y puramente horizontal, los desplazamientos horizontales resultan de la forma  $u(t) = U(\omega) e^{i\omega t}$ , y las presiones hidrodinámicas también serán de tipo armónico, pudiendo escribirse como  $p(t) = P(\omega) e^{i\omega t}$ . Bajo esta consideración, la ecuación (1) puede ser expresada de la siguiente forma en la variable compleja amplitud de la presión,  $P$ ,

$$\frac{\partial^2 P}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 P}{\partial y^2} + \frac{\omega^2}{c^2} P = 0 \quad (3)$$

donde  $\omega$  es la frecuencia de excitación. La ecuación (3) es conocida como ecuación de Helmholtz. La excitación (aceleración actuante sobre la presa, de la forma  $a_x(t) = A_x(\omega) e^{i\omega t}$ ), se incorpora a través de una condición de contorno. La totalidad de las condiciones de borde de (3) resulta:

Borde acelerado (paramento de la presa)

$$\begin{aligned} \frac{\partial P}{\partial n} &= -\rho A_n \quad ; \quad \frac{\partial P}{\partial x} n_x + \frac{\partial P}{\partial y} n_y = -\rho (A_x n_x + A_y n_y) = -\rho A_x n_x \\ \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial P}{\partial y} n_y &= -\rho A_x \quad \Rightarrow \quad \frac{\partial P}{\partial x} + \cot g \alpha \frac{\partial P}{\partial y} = -\rho A_x \end{aligned} \quad (4)$$

donde  $n$  representa la normal saliente al paramento, con componentes  $(n_x, n_y)$  y  $A_n$  es la aceleración del sólido en dirección  $n$ , con componentes  $(A_x, A_y)$ , siendo  $A_y = 0$ .

Borde fijo (interface fondo-fluido)

$$\frac{\partial P}{\partial y} = -\rho A_y = 0 \quad (5)$$

Superficie libre  $P = 0$  (no se considera la formación de olas superficiales)

Condición de radiación ( $x = L$ ) Se adopta la condición propuesta en Ref.[1]

$$\frac{\partial P}{\partial n} = \frac{\partial P}{\partial y} = 0 \quad \text{si } \omega < \omega_1 \quad (6a)$$

$$\frac{\partial P}{\partial n} = \frac{\partial P}{\partial y} = i \frac{\omega}{c} \sqrt{1 - \left(\frac{\omega_1}{\omega}\right)^2} P \quad \text{si } \omega > \omega_1 \quad (6b)$$

siendo  $\omega_1$  la frecuencia fundamental del sistema,  $\omega_1 = \pi c / (2H)$ .

## MODELACIÓN NUMÉRICA

Se plantea la resolución de la ecuación de Helmholtz (3), que rige el comportamiento de las presiones hidrodinámicas en función de la variación de la frecuencia de excitación, mediante la técnica numérica de diferencias finitas, introduciendo una transformación que vincula el dominio físico  $(x,y)$  con el dominio computacional  $(\xi,\eta)$ . La incorporación de coordenadas computacionales,  $(\xi,\eta)$ , implica que el dominio físico es transformado en una región rectangular en el espacio computacional, cuya discretización se caracteriza por considerar  $\Delta\xi = \Delta\eta = \text{constante}$ .

### Transformación de coordenadas

La relación de transformación entre las coordenadas físicas  $(x,y)$  y las computacionales  $(\xi,\eta)$  se obtienen por medio de una transformación elíptica [5],

$$\begin{cases} x_{\xi\xi} + x_{\eta\eta} = 0 \\ y_{\xi\xi} + y_{\eta\eta} = 0 \end{cases} \quad (7)$$

La generación de la grilla en el interior del dominio se expresa como un problema de valores de borde especificando las coordenadas  $(x,y)$  deseadas de los puntos de la grilla en el contorno del dominio físico. La malla obtenida a través de esta transformación no resulta ortogonal en el dominio físico.

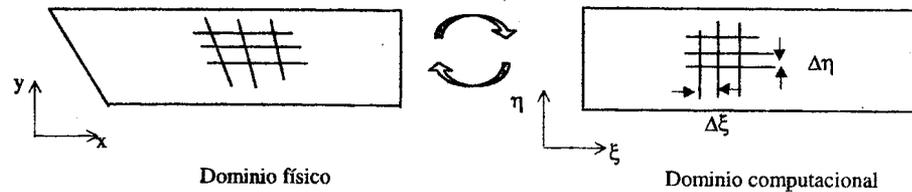


Figura 2: transformación del dominio

Por otra parte, la ecuación de gobierno (3) y sus condiciones de contorno deben también ser transformadas incorporando las derivadas en las nuevas variables independientes  $(\xi,\eta)$  y los denominados métricos de la transformación:  $x_{\xi}$ ,  $x_{\eta}$ ,  $y_{\xi}$ , e  $y_{\eta}$ . Consecuentemente,

$$(x_{\eta}^2 + y_{\eta}^2)P_{\xi\xi} + x_{\xi}^2 P_{\eta\eta} + (-2x_{\eta} x_{\xi})P_{\xi\eta} + 2x_{\eta} x_{\eta\xi} P_{\xi} + \left(\frac{\omega y_{\eta} x_{\xi}}{c}\right)^2 P = 0 \quad (8)$$

con las condiciones de contorno:

Borde acelerado (paramento de la presa)

$$\frac{\partial P}{\partial \xi} \frac{1}{x_{\xi}} \left(1 - \frac{x_{\eta}}{y_{\eta}} \cot g \alpha\right) + \frac{\partial P}{\partial \eta} \frac{1}{y_{\eta}} \cot g \alpha = -\rho A_x \quad (9)$$

Borde fijo (interface fondo-fluido)

$$\frac{\partial P}{\partial \xi} \frac{x_{\eta}}{x_{\xi}} = \frac{\partial P}{\partial \eta} \quad (10)$$

Superficie libre  $P = 0$

Condición de radiación ( $x = L$ )

$$\text{si } \omega < \omega_1 \rightarrow \frac{\partial P}{\partial \xi} = 0 \quad (11a)$$

$$\text{si } \omega > \omega_1 \rightarrow \frac{\partial P}{\partial \xi} \frac{1}{x_\xi} = i \frac{\omega}{c} \sqrt{1 - \left(\frac{\omega_1}{\omega}\right)^2} P \quad (11b)$$

En cada nodo de la malla los métricos de la transformación, la presión y la condiciones de borde son evaluados por medio de un operador de diferencias finitas centradas. Se plantea el sistema de ecuaciones algebraicas correspondiente a la discretización en diferencias finitas resultando una matriz tipo banda. Los resultados obtenidos para la distribución de la presión sobre el paramento son comparados con algunos disponibles en la bibliografía con buen acuerdo. Bajo la consideración de fluido incompresible ( $\omega \cong 0$ ), se compararon los siguientes casos: la distribución de presiones sobre el paramento fue contrastada con la solución exacta cuando el paramento es vertical [2] y con aquéllas obtenidas por analogía eléctrica para diferentes inclinaciones del paramento [2]. Asimismo, se analizó la longitud mínima  $L$  del dominio a tener en cuenta, hallándose resultados satisfactorios con  $L = 2H$ .

### RESPUESTA EN EL DOMINIO DE LA FRECUENCIA

Al considerar la compresibilidad del fluido, la amplitud de la distribución de presión  $P$  depende de la frecuencia de la excitación. Se plantea la resolución de la ecuación de gobierno por diferencias finitas (8) para varias inclinaciones del paramento de la presa, en un amplio espectro de frecuencias y considerando una excitación horizontal. La respuesta obtenida correspondiente al paramento vertical fue comparada con la disponible en Ref.[1] obteniéndose buena correlación en los resultados.

Conocida la distribución de presiones sobre el paramento a una excitación particular (módulo constante y unitario para todas las frecuencias), la fuerza resultante sobre el paramento se calcula integrando dichas presiones sobre su área. De esta forma, se obtiene una característica del sistema presa-reservorio conocida como respuesta en frecuencia (FRF), función que relaciona la fuerza resultante con cualquier condición de excitación (aceleración del paramento). En la figura 3 se muestra un esquema básico de sistemas lineales a través de su representación entrada-salida, Refs.[6,7]. La señal de entrada al sistema lineal es la aceleración sobre el paramento,  $a_x(t)$ , la señal de salida es la fuerza resultante sobre el paramento,  $f(t)$ , y  $g(t)$  es la función que representa al sistema, siendo conocida como respuesta al impulso y obtenida a través de la transformación inversa de  $G(\omega)$ . En el dominio de la frecuencia, estas funciones son  $A_x(\omega)$ ,  $F(\omega)$  y  $G(\omega)$ , respectivamente.

Las relaciones cuantitativas de estas señales y la función que representa al sistema, en el dominio de la frecuencia y del tiempo, son, respectivamente,

$$F(\omega) = G(\omega) A_x(\omega) \quad (12a)$$

$$f(t) = \int_0^t g(t - \tau) a_x(\tau) d\tau. \quad (12b)$$

A partir de las ecuaciones (12a) y (12b), la respuesta a una excitación arbitraria puede ser obtenida en el dominio de la frecuencia, a través de un producto simple entre la excitación y la FRF, o en el dominio del tiempo, a través de la integral de convolución entre  $g(t)$  y la excitación  $a_x(t)$ .

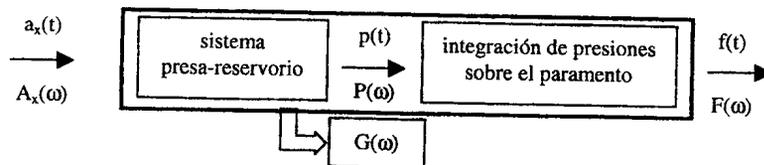


Figura 3: representación entrada-salida del sistema

## EJEMPLO

Se presenta a continuación un ejemplo numérico para un sistema presa-reservorio como ilustrado en la figura 1. Se consideran: paramento rígido, altura del reservorio  $H = 120$  m, densidad del agua  $1000$   $\text{kg/m}^3$  y velocidad del sonido en el fluido  $1438,6$   $\text{m/s}$ . La aceleración de la gravedad es de  $9,81$   $\text{m/s}^2$ . La altura del embalse es elegida para comparar los resultados con aquéllos presentados en la Ref.[1] y para que la frecuencia natural del sistema se encuentre dentro del espectro del sismo considerado. Este último corresponde al terremoto denominado "El Centro", cuyo registro, obtenido de la Ref.[8], presenta una discretización temporal constante de  $0,02$  s. La señal de aceleración de este sismo y su espectro se presentan en la figura 4. Dicho espectro ha sido obtenido a través de la transformada de Fourier, tomándose una banda de frecuencia menor a la del registro y considerando las características del sistema analizado, que muestran bajas amplificaciones para las frecuencias más altas.

La fuerza resultante sobre el paramento, debido a una excitación de aceleración de módulo unitario y constante para el rango de frecuencia considerado,  $F_1$ , se muestra en la figura 5 para distintas inclinaciones del paramento. Esa fuerza ha sido adimensionalizada con la componente horizontal de la fuerza hidrostática,  $F_x = \rho g H^2 / 2$ . Dicha figura se presenta en escala logarítmica para visualizar las distintas respuestas correspondientes a tres inclinaciones:  $\alpha = 90^\circ$ ,  $\alpha = 75^\circ$  y  $\alpha = 60^\circ$ . En las figuras 6 se muestran los respectivos módulos de las funciones respuesta en frecuencia (FRF) y en las figuras 8 se detallan las respuestas al impulso para cada sistema. Con las FRFs y el espectro del sismo se determinan las fuerzas resultantes sobre el paramento, cuyos módulos se presentan en las figuras 7. Por último, en las figuras 9 se grafican las respectivas fuerzas resultantes para cada sistema en el dominio del tiempo.

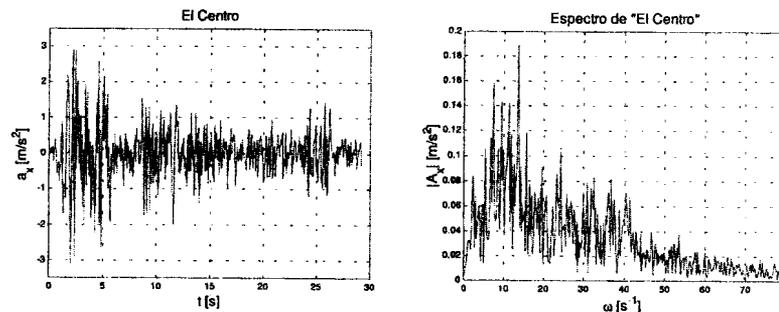


Figura 4: terremoto "El Centro", medición temporal y espectro en frecuencia

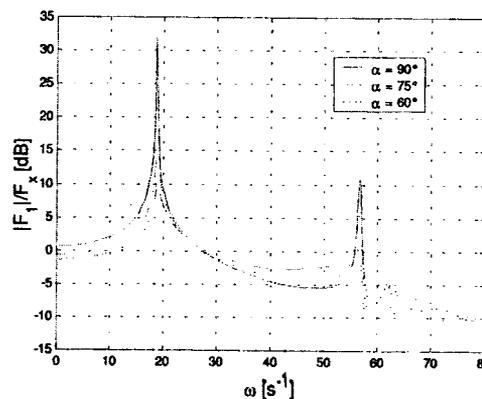
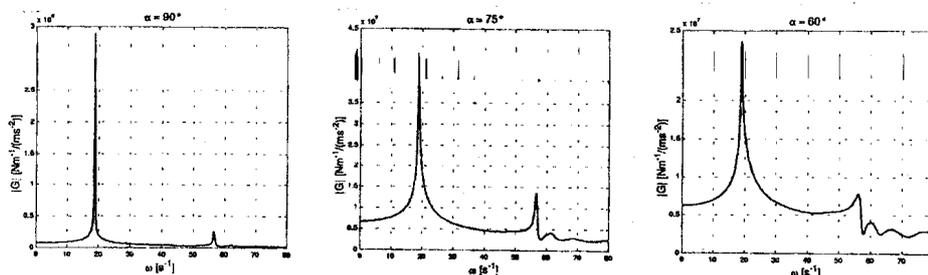
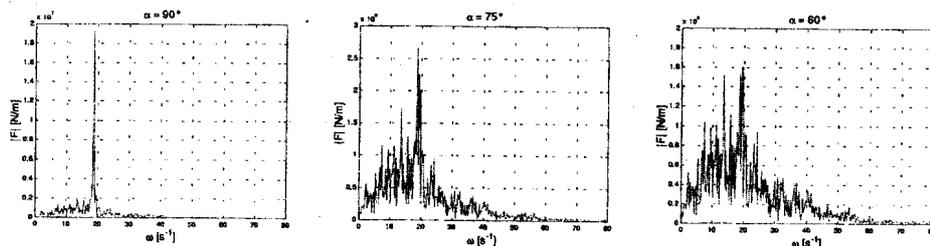


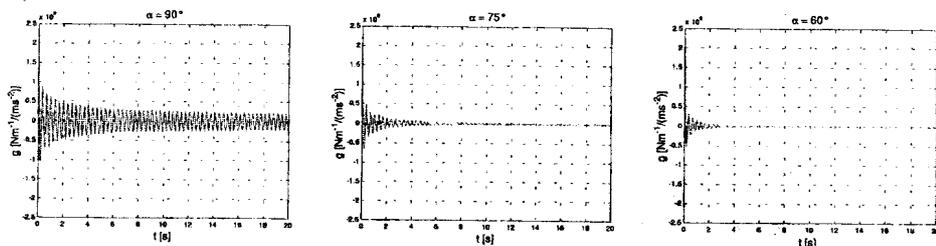
Figura 5: fuerza resultante del sistema a una excitación unitaria,  $A_x(\omega)=1$



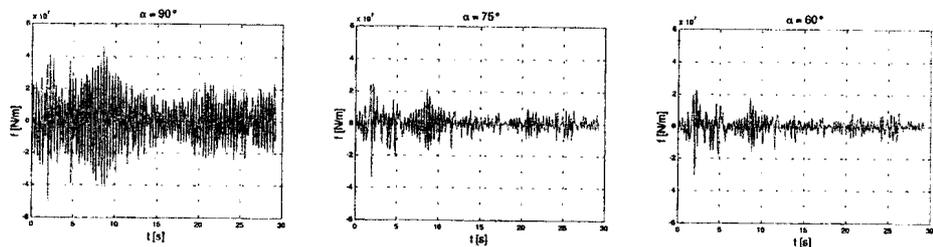
Figuras 6: respuesta en frecuencia del sistema presa-reservorio



Figuras 7: espectro de la fuerza resultante a la excitación de "El Centro"



Figuras 8: respuesta al impulso del sistema presa-reservorio



Figuras 9: fuerza resultante a la excitación de "El Centro"

Tanto las respuestas al impulso como las fuerzas resultantes sobre el paramento en el dominio del tiempo, han sido obtenidas a través de la transformada inversa de Fourier. Se observa en las distintas FRFs un error numérico (oscilaciones) para frecuencias superiores a la segunda frecuencia natural del sistema analizado. Esto se debe, según Ref.[1], a la condición de radiación adoptada. De todas formas, su efecto sobre la fuerza resultante puede considerarse despreciable, ya que las amplitudes de las oscilaciones provocadas por dicha condición de radiación son pequeñas frente a las amplificaciones calculadas en las frecuencias naturales.

## CONCLUSIONES

Se presenta la caracterización dinámica, para una representación bidimensional, del sistema presa-reservorio, considerando distintas inclinaciones del paramento. Su correspondiente función respuesta al impulso ha sido obtenida en forma numérica, mediante la transformada inversa de Fourier. Las FRFs permiten visualizar las frecuencias fundamentales y sus amplificaciones para distintas inclinaciones. Asimismo, estas FRFs pueden ser utilizadas para encontrar la respuesta a cualquier excitación, siempre que el sistema pueda ser considerado lineal.

Se observa en ambas funciones características un efecto amortiguante creciente a medida que se aumenta la inclinación del paramento. Esto puede ser explicado ya que parte de la excitación (la componente tangencial al paramento) no contribuye a la distribución de presiones resultantes. Por otro lado, las frecuencias fundamentales del sistema no cambian notablemente al variar la inclinación del paramento. Así, la principal característica introducida por la inclinación del paramento es *amortiguamiento*. Este efecto es particularmente deseado para sistemas en donde las frecuencias naturales de los mismos se encuentran dentro de los espectros de excitación, dando origen al fenómeno de resonancia.

En el ejemplo introducido se calcula la respuesta del sistema considerado, en el dominio de la frecuencia, para el terremoto "El Centro". Los resultados fueron presentados tanto en el dominio del tiempo como en el dominio de la frecuencia. En concordancia con lo expuesto anteriormente, las amplitudes de las fuerzas resultantes sobre las presas resultan menores a medida que crece la inclinación del paramento, es decir, a media que decrece el ángulo  $\alpha$ .

## REFERENCIAS

- [1] **Canet J.M., Oñate E., Buil J. y Herrero E.**, *Análisis dinámico de presas*. Monografía CIMNE N°5, 1991.
- [2] **Newmark N.M. and Rosenblueth E.**, *Fundamentals of Earthquake Engineering*. Prentice-Hall, 1971.
- [3] **Chen B., Yuan Y. and Lee J.**, *Three-dimensional nonlinear hydrodynamic pressures by earthquakes on dam faces with arbitrary reservoir shapes*, Journal of Hydraulic Research, Vol.37, 1999, pp. 163-187.
- [4] **Buraschi J. y Jaca R.**, *Presiones hidrodinámicas durante sismos en paramentos rígidos inclinados*, Anales del 6° Congreso Argentino de Mecánica Computacional (MECOM'99), 1999, pp. 529-537.
- [5] **Anderson D.A., Tannehill J.C. and Pletcher R.H.**, *Computational Fluid Mechanics and Heat Transfer*, Hemisphere Publishing Corporation, McGraw-Hill Book Company, 1984.
- [6] **Oppenheim A.V., Willsky A.S. and Nawab S.H.**, *Signals and Systems*, Prentice Hall Signal Processing Series, 1997.
- [7] **Meirovitch L.**, *Elements of Vibration Analysis*, McGraw-Hill Book Company, 1986.
- [8] **<http://nisee.berkeley.edu>, El Centro Ground Motion Data de Chopra A.K.**, *Dynamics of Structures*, 1940.