

SIMULACION NUMERICA DE LA PROPAGACION DE FISURAS EN SOLIDOS UTILIZANDO EL METODO DE LOS ELEMENTOS DISCRETOS.

Teresa B. Spellmeyer, Ricardo Barrios D'Ambra
Departamento de Mecánica Aplicada, Facultad de Ingeniería
Universidad Nacional del Nordeste, Av. Las Heras 727, Resistencia Chaco, Argentina
e-mail: rbarrios@ing.unne.edu.ar

Ignacio Iturrioz
PROMEC, Departamento de Ingeniería Mecánica, Escuela de Ingeniería
Universidad Federal de Rio Grande do Sul, Porto Alegre, RS, Brasil.
e-mail: ignacio@mecanica.ufrgs.br

RESUMEN

El objetivo del trabajo es presentar el método de los elementos discretos en el estudio de problemas de propagación de fisuras, determinando la velocidad de propagación de fisura así como la influencia de la velocidad de aplicación de la carga y la aleatoriedad del material sobre el patrón de fisuración.

El estudio de propagación de fisuras tanto en forma analítica, numérica o experimental es de gran interés en varios campos de la ingeniería moderna, entre ellos para poder predecir y optimizar el comportamiento de estructuras sometidas a cargas extremas.

En este trabajo se presenta el método de los elementos discretos como una alternativa para el estudio de este tipo de problemas.

ABSTRACT

The aim of this work is to present the DEM on crack growth problems, determining the speed of crack propagation and the influence of the applied displacements and the randomness of the material on the crack pattern

The crack growth study in an analitic, numerical or experimental way, is a matter of great interest in many areas of modern engineering, in order to predict and improve the response of extremely stressed structures

As an alternative for studying this kind of problems the discrete element method (DEM) herein, is presented.

INTRODUCCIÓN

El estudio de la propagación inestable de fisuras en sólidos es un problema que involucra ciertas complejidades debido al juego de ondas de tensiones que se generan en el interior del componente analizado y a las fuerzas inerciales que deben ser consideradas. El tratamiento teórico de estos problemas ha sido realizado por varios autores, entre ellos se pueden citar Sih [1], y Freund [2], pero dichos estudios son restringidos a casos con geometrías simples de difícil aplicación práctica directa. El estudio experimental de este tema no es trivial, por la dificultad de medir eventos que se producen a velocidades intersónicas.

Debido a las complejidades citadas el tratamiento numérico de este tipo de problemas se presenta como una de las alternativas más viables de análisis, sobre todo cuando la geometría de la estructura y las cargas no son sencillas. Esto permite estudiar problemas de mayor interés práctico, como es la determinación de la resistencia última de estructuras ante excitaciones extremas (por ejemplo problemas de impacto y explosiones); el estudio de los mecanismos que se producen en pequeña escala (orden de micrones) y que caracterizan el comportamiento del material, tema que estudia la micromecánica.

En este trabajo se presenta un análisis de la influencia de parámetros como la tenacidad del material, así como la influencia de su variación dentro de un mismo cuerpo en la simulación de propagación dinámica de fisuras, determinando velocidades de propagación así como patrones de fisuración.

Para realizar la discretización espacial del problema en estudio fue empleado el método de los elementos discretos. El mismo consiste en modelar el medio continuo mediante un conjunto de barras de reticulado espacial con rigidez equivalente al continuo que representan, formando módulos de geometría regular, la masa se concentra en los nodos, y la ley constitutiva de las barras es uniaxial, simulando la fractura en forma natural desactivando las barras que están en la región dañada y llevando en cuenta el balance energético durante el proceso. Este método fue utilizado con suceso en el modelado de materiales frágiles como se presenta en Riera e Iturrioz [6].

El método integra en el tiempo la ecuación de movimiento resultante utilizando un esquema explícito.

FUNDAMENTOS TEÓRICOS

La mecánica de fractura dinámica incorpora al problema de mecánica de la fractura tradicional tres características adicionales, la necesidad de considerar las fuerzas de inercia, el hecho que algunos materiales tengan un comportamiento que depende de la velocidad de carga y el efecto de las ondas de tensión dentro del sistema en estudio, Anderson [7].

Mott en 1948 adiciona al balance energético de Griffith, la energía cinética que en este caso entra en juego, permitiendo deducir una expresión para la velocidad de propagación inestable de una fisura.

$$V_{\max} = c_r \left(1 - \frac{a_0}{a(t)}\right) \quad (1)$$

dónde:

c_r es la velocidad de la onda de superficie (onda de Raleigh).

a_0 y $a(t)$ representan la longitud de la fisura inicial y en el tiempo t .

Para un coeficiente de Poisson de 0.3 se verifica que $c_r / c_0 = 0.57$

Siendo:

c_0 la velocidad de propagación de la onda de compresión en la dirección uniaxial. ($c_0 = (E/\rho)^{1/2}$)
 Expresiones más sofisticadas para la determinación de la velocidad de propagación de fisuras pueden ser encontradas en Kaninen y Popelar [8] y, la propuesta por Riera y Rocha [9] que utiliza el método de los elementos discretos.

Comparaciones numéricas y experimentales permiten determinar que la velocidad máxima de propagación es de aproximadamente $0.38c_0$.

METODO DE LOS ELEMENTOS DISCRETOS

Este método está basado en la discretización espacial del continuo, utilizando elementos de barra que forman un reticulado espacial, se hace una equivalencia mecánica entre el comportamiento de esas barras y el medio continuo que se desea representar.

Las ecuaciones de movimiento resultantes son desacopladas (la matriz de masa es diagonal y el amortiguamiento es proporcional a la masa) y son integradas en el tiempo, utilizando el Método de las Diferencias Finitas Centrales.

Cada nodo tiene 3 grados de libertad (desplazamientos en las 3 direcciones), las masas son concentradas en dichos nodos y unidas por elementos longitudinales y diagonales de longitud L_c y $\sqrt{3}L_c/2$ respectivamente. El reticulado es formado por un conjunto de módulos cúbicos regulares mostrados en la Fig. (1). Si el medio es isotrópico elástico lineal, y el coeficiente de Poisson es $\nu = 0.25$, el área de las barras longitudinales internas es calculada utilizando la Ecuación. (2).

$$A_n = L_c \frac{9 + 8n}{18 + 24n} \quad (2)$$

dónde:

$n = 8\nu(4 - 8\nu)$ siendo ν el módulo de Poisson. Para los elementos diagonales se tiene que:

$$A_d = L_c \frac{2n(9 + 8n)}{\sqrt{3}(18 + 24n)} \quad (3)$$

En el caso en que ν es diferente de 0.25 la equivalencia entre el modelo sólido y el reticulado no es perfecta. Así, son introducidos en el modelo pequeños errores.

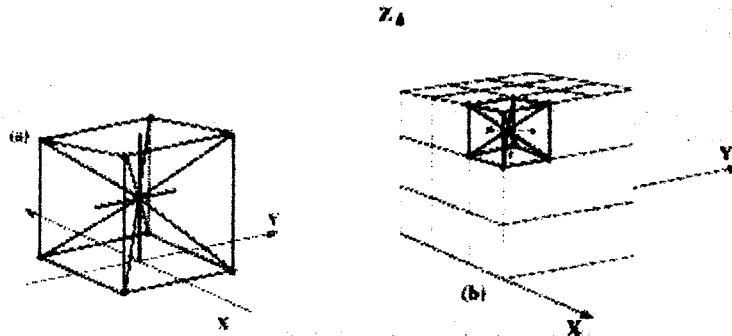


Figura 1: a) Módulo cúbico utilizado. b) Prisma compuesto por varios módulos cúbicos

En el dominio del tiempo se utiliza un esquema explícito de integración numérica. En cada paso de integración, se resuelve para cada nodo una ecuación de equilibrio del tipo:

$$m \frac{d^2 u_i}{dt^2} + c \frac{du_i}{dt} = f \quad (4)$$

dónde:

m: masas nodales;

c: coeficiente de amortiguamiento proporcional a la masa;

u_i : son las componentes del vector de coordenadas nodales en relación a los tres ejes de referencia X_i ;

;

f: componente de las fuerzas internas (aplicadas por las barras que concurren a un nodo) y externas.

Este método ha sido aplicado con suceso en el estudio de materiales susceptibles de fracturar, dónde la hipótesis de medio continuo, base de los métodos numéricos tradicionales (elementos finitos y de contorno) es violada.

Definición del Criterio de Ruptura y de la Relación Constitutiva Elemental (RCE).

La relación constitutiva de cada barra tiene la siguiente forma

$$\text{Fuerza} = \text{función (deformación de la barra)} \quad (5)$$

Esta ley es uniaxial y en general simple. Lo que resulta crucial en el método es poder, a través de esta ley uniaxial, representar el comportamiento de una porción del sistema en estudio.

Considerando que el material en estudio tiene un comportamiento frágil resulta válido aplicar la mecánica lineal de fractura, escribiendo entonces el factor de intensidad de tensiones, parámetro de comparación de la mecánica de la fractura K_{IC} como:

$$K_{IC} = \chi \cdot f_i \cdot a^{1/2} \quad (6)$$

Siendo f_i una tensión de control crítica, χ un parámetro que depende de la geometría del problema en estudio y a el tamaño de la fisura.

Considerando un comportamiento lineal hasta la ruptura se verifica que ($f_i = \varepsilon_p \cdot E$) se puede escribir una expresión para la deformación crítica en estado plano de deformaciones:

$$\varepsilon_p = R_f \cdot \left[\frac{G_f}{E \cdot (1 - \nu^2)} \right]^{1/2} \quad (7)$$

en que R_f es un "factor de falla" definido como:

$$R_f = (\chi \cdot a^{1/2})^{-1} \quad (8)$$

A partir de estas definiciones, se puede adoptar un diagrama bilineal para la relación constitutiva elemental (RCE), conforme lo ilustrado en la figura 2.

El comportamiento a compresión de la barra es lineal elástico, la ruptura del modelo global, cuando está comprimido, deberá ocurrir por tracción indirecta (efecto de Poisson).

Es importante destacar que la forma como se modela el efecto de "strain-softening" es fundamental para una correcta representación del fenómeno de ruptura de un material frágil. El ablandamiento ("strain-softening") presente en el diagrama adoptado, tiene como principal objetivo condicionar la

cantidad de energía a ser consumida en la ruptura del material.

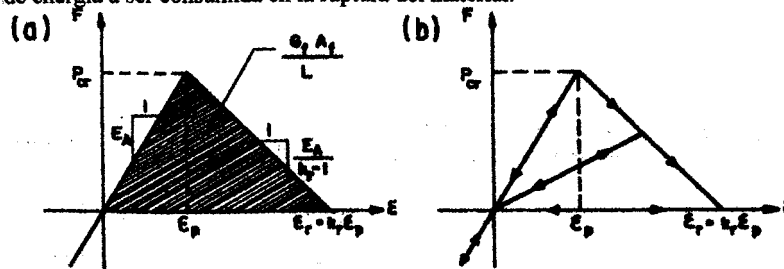


Figura 2: Relación Constitutiva Elemental de las barras del reticulado: a) Diagrama constitutivo adoptado con sus parámetros de control; b) Esquema para la carga y descarga. Rocha [10].

Los símbolos empleados en el diagrama de la figura 2 tienen el siguiente significado:

F [fuerza]: Fuerza axial que actúa en la barra, función de la deformación ε_p siendo P_{cr} el valor de esta fuerza asociado a ε_p .

E_A [fuerza]: Rigidez axial por la longitud de la barra, E_n o E_d conforme el tipo de barra (normal o diagonal).

ε_p : Deformación crítica de ruptura, es la deformación para la cual una microfisura se inestabiliza y se propaga.

k_r : Ductilidad; Se trata de un parámetro que permite calcular la deformación para la cual la barra no transmite más esfuerzos de tracción $\varepsilon_r = k_r \cdot \varepsilon_p$.

L_C [longitud]: longitud de las barra normales.

A_f [área]: Área de influencia de la barra, o sea, área de fractura asociada a su ruptura; puede expresarse en la forma $A_f = c_A \cdot L_c^2$, donde c_A es un coeficiente geométrico propio del modelo, con valor calculado en 0,1385, Hayasi [11].

G_f [fuerza/longitud]: Energía de fractura específica del material.

Es importante observar que ε_p , E , P_{cr} e G_f son considerados propiedades exclusivas del material; A_f e L_c son propiedades exclusivas del modelo y finalmente los parámetros k_r e E_A dependen tanto del modelo como del material.

Es interesante observar que cuando una barra rompe, no toda la energía elástica es consumida en el proceso de ruptura, sino que parte de esta se preserva bajo la forma de energía cinética y elástica en las dos porciones en que se divide el elemento. Como no es posible tener en cuenta esta subdivisión para el elemento aislado, ya que las masas están concentradas en los nodos y no distribuidas en la longitud de la barra, esto se traduce en una limitación del tamaño de L_C . Esta restricción se refleja en el hecho que toda la energía elástica debe ser consumida por el proceso de fractura de la barra y para que esto se verifique el factor de ductilidad k_r (ecuación 11) debe ser mayor que 1. Se puede definir entonces una longitud de barra crítica L_{cr} (ecuación 12) como un límite máximo en el nivel de discretización para que el modelo computacional funcione correctamente.

$$k_r = \frac{L_{cr}}{L_c} \quad (9)$$

en la cuál

$$L_{cr} = \frac{2 \cdot c_A \cdot (1 - \nu^2)}{\alpha \cdot R_f^2} \quad (10)$$

Es posible incorporar al modelo las características de la aleatoriedad del material considerando la

energía específica de fractura G_f como un campo aleatorio. En este caso es importante destacar que la longitud de las barras toma también un sentido estadístico definiendo la longitud de correlación de dicho campo aleatorio. Detalles sobre este y otros aspectos de la formulación presentada pueden encontrarse en Echa [10], Hayasi [11] y Iturrioz [12]

DESCRIPCION DEL MODELO ANALIZADO

El ejemplo modelado consiste en una placa plana con una fisura central, de material PMMA (Polimetacrilato de Metila-Acrílico), como se indica en la Fig. 3. Este ejemplo fue propuesto por Nedleman en [13] y posteriormente por Ferdrigo [14] utilizando una propuesta basada en el método de los elementos finitos con leyes de interface entre elementos.

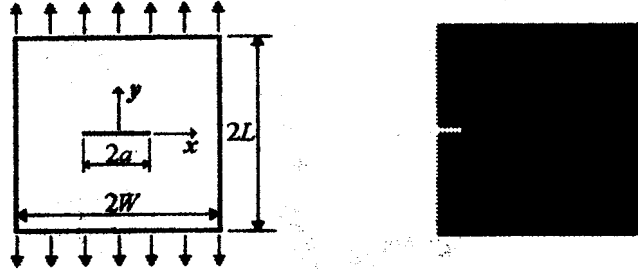


Figura 3 a) Pieza rectangular con fisura central [14]: $L=1.5\text{mm}$, $W=3\text{mm}$, $a=0.3\text{mm}$, $E=3240\text{Mpa}$, $\nu=0.35$, $\rho=1190\text{kg/m}^3$, b) Modelo Numérico: Número de barras: 37751, Long.Barras Normales: $6.0\text{e-}5\text{m}$. Incremento de tiempo: $1.8\text{e-}8\text{seg.}$, Tenacidad $G_c=352.3\text{J/m}^2$, $e_p=0.0106$, $K_r=12.15$, $R_{fc}=30\text{m}^{-1/2}$.

Se tuvo en cuenta la simetría geométrica y de cargas del modelo considerando solamente la mitad del mismo con 50 módulos de lado con una longitud de $6.0\text{e-}5\text{m}$ cada uno. La pieza fue considerada en estado Plano de Deformaciones y sometida una velocidad de desplazamientos prescripto con variación lineal hasta el tiempo t_n , de $0,1\ \mu\text{s}$.

Según Freund [2], la velocidad de onda de presión que carga una tensión de intensidad $\sigma = \rho c_d V_y$, es dada por la ecuación (11) y vale $c_d = 2090\text{ m/s}$.

$$c_d = \sqrt{\frac{E(1-\nu)}{\rho(1+\nu)(1-2\nu)}} \quad (11)$$

La fisura inicial fue introducida en el modelo debilitando los elementos que están en correspondencia con la misma, disminuyendo su módulo de elasticidad para que posean una resistencia mecánica despreciable. El modelo discretizado es presentado en la fig. (3.b).

Se utilizó como primera aproximación un valor de velocidad de aplicación de la carga de 20 m/seg , realizándose otras simulaciones para valores de $V_f=10\text{m/seg}$ y 5 m/seg respectivamente. Además se estudió la influencia de la variación de la aleatoriedad con las propiedades del material.

RESULTADOS OBTENIDOS

Se presenta en la figura 4 el padrón de fisuración para las tres velocidades de aplicación del desplazamiento prescripto, sin considerar la aleatoriedad del material.

Se presenta en la figura 5 los resultados obtenidos considerando la aleatoriedad del material, con un coeficiente de variación de 0.1, 0.2, y 0.4 para el campo aleatorio que define la tenacidad del material.

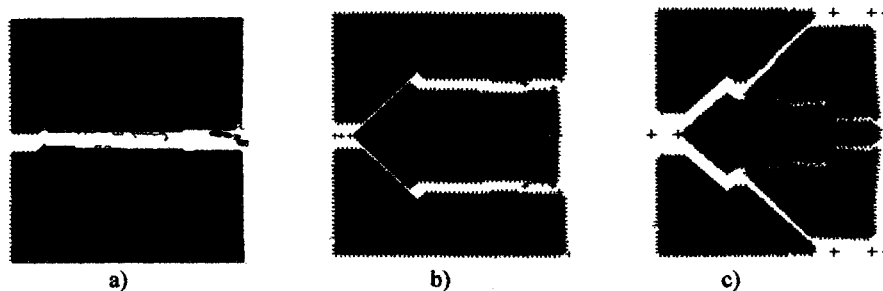


Figura 4. Configuración final para a) $V_F=5$ m/seg; b) $V_F=10$ m/seg; c) $V_F=20$ m/seg



Figura 5. Configuración para $V_F=20$ m/seg considerando aleatoriedad para a) $C_{va}=0.1$ b) $C_{va}=0.2$ c) $C_{va}=0.4$

En la figura 6 se presenta un gráfico de propagación de velocidad de las fisuras para una velocidad de aplicación de los desplazamientos prescritos de 15m/s, se compara la curva obtenida numéricamente con la velocidad máxima que es de $0.38c_0$. Es posible observar que los valores obtenidos numéricamente tienen un comportamiento coherente, que la fisura crece en forma espasmódica y que siempre se mantiene por debajo de la velocidad teórica máxima.

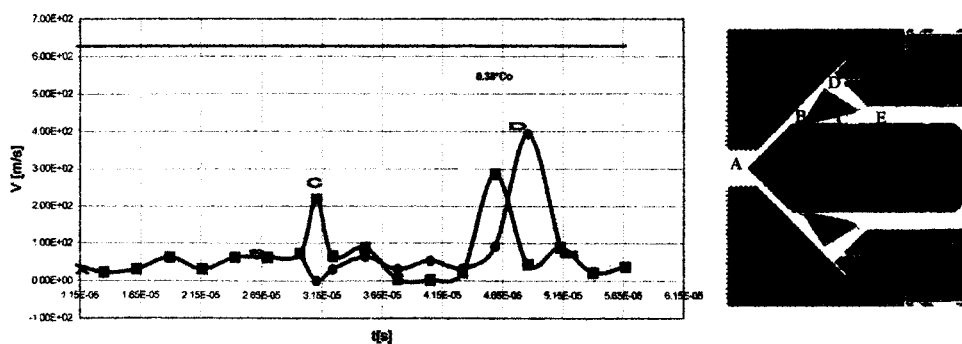


Figura 6: Variación de la Velocidad de propagación de fisura $V_F=15$ m/seg.

CONCLUSIONES

En este trabajo se analiza la influencia de la aleatoriedad del material y de la velocidad de aplicación de la excitación sobre la configuración de ruptura, así como la determinación de la velocidad de propagación de fisura. El método utilizado para simular el proceso estudiado es el método de los elementos discretos. De los ejemplos analizados se obtuvieron las siguientes conclusiones:

En todos los casos analizados, se observó que la velocidad máxima de propagación no superó la velocidad teórica límite de $0.38C_0$.

El comportamiento aleatorio del material produce propagaciones de fisuras no simétricas, observándose una gran diferencia entre las configuraciones obtenidas.

Para el caso de velocidades bajas de fisuración ($V_f=5\text{m/seg}$), aun con cargas y geometría simétricas el patrón de fisuración no es perfectamente simétrico, puesto que el fenómeno de propagación de la fisura resulta inestable frente a pequeñas perturbaciones.

Este último fenómeno citado debe ser estudiado con mayor cuidado y será uno de los aspectos de próximas investigaciones en el tema.

Para un mejor análisis de los resultados obtenidos sería necesario contar con resultados experimentales que permitan calibrar el modelo respecto al modelo físico.

REFERENCIAS

- [1] Sih, G., C., "Mechanics of Fracture, Initiation and Propagation.", Kluwer Academic Publishers.(1991).
- [2] Freund, L. B. "Dynamic fracture mechanics", Cambridge University Press, 1998, 563p. UK.
- [3] Branco, C.M., Fernandez, A. A., Castro, P. T. "Fadiga de Estruturas Soldadas", Fundação Calouste Gubelkian. 901p. 1986.
- [4] Bittencourt, T. N., Wawrzynek, P. A., Ingraffea, A. R. e Souza, J. L., 1996, "Quase automatic simulation of crack propagation for 2d lefm problems", Engineering Fracture Mechanics, Vol. 55, No. 2, pp. 321-334.
- [5] Portela, A., "Dual Boundary Element Incremental Analysis of Crack Growth". Wessex Instituted Technology, Phd Thesis, Shuampton, feb 1992.
- [6] Riera, J.D. and Iturrioz, I.(1998): "Discrete element model for evaluating impact and impulsive response of reinforced concrete plates and shells subjected to impulsive loading", *Nuclear Engineering and Design*, Elsevier, Amsterdam, The Netherlands, 179, 135-144.
- [7] Anderson, T., L. "Fracture Mechanics, Fundamentals and Applications", CRC Press, Boston 1995.
- [8] Kanninen, M. F., Popelar, C. H. "Advanced Fracture Mechanics. New York, Oxford University, 1985. 573p.
- [9] Riera, J. D., Rocha, M., M., "A note on te velocity of crackcrack propagation in tensile fracture", *Journal of The Brazilian Society of mechanical Sciences*, v.13,n.3,p.217-240,1991.
- [10] Rocha, M.M. "Ruptura e efeito de escala em materiais não homogêneos de comportamento frágil". Porto Alegre, 123 p. Dissertação (Mestrado), Curso de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 1989.
- [11] Hayashi, Y. "Sobre um modelo de discretização de estruturas tridimensionais aplicado em dinâmica não linear". Porto Alegre. Dissertação (Mestrado), Curso de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 1982.
- [12] Iturrioz, I. "Aplicação do método dos elementos discretos ao estudo de estruturas laminares de concreto armado". Porto Alegre, 176 p. Tese (Doutorado), Curso de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 1995.
- [13] Needleman, A., "A continuum model for void nucleation by inclusion debonding. *Journal of Applied Mechanics*, v.54, p525-531,1987.
- [14] Fedrigo, F "Aplicação de Interfaces coesivas na Mecânica da Fratura Via Método dos Elementos Finitos", Porto Alegre. Dissertação (Mestrado), Curso de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2001.