

CALCULO DE LA BIRREFRINGENCIA ELECTRICA DEL ADN EMPLEANDO UN MODELO DE VARILLA QUEBRADA

Jorge A. Bertolotto, María E. Ascheri, Graciela B. Roston
Facultad de Ciencias Exactas y Naturales-
Universidad Nacional de La Pampa. Uruguay 151-(6300)- Santa Rosa (LP)- Argentina.
e-mail:jbortolotto@unlpam.edu.ar

RESUMEN

En este trabajo calculamos la birrefringencia eléctrica para un modelo de “macroión varilla quebrada” (MVQ). El modelo MVQ está compuesto por dos macroiones tipo varilla de longitud L unidos en un extremo, con un ángulo χ entre ellos, y una fuerza restauradora proporcional a dicho ángulo en la bisagra. Los términos principales del tensor polarizabilidad óptica del MVQ con respecto al sistema de coordenadas fijo en la molécula, se obtuvieron por la adición de los tensores polarizabilidad óptica de cada brazo del sistema. Considerando un mecanismo en el cual la polarizabilidad eléctrica de un macroión varilla es proporcional al cuadrado de su longitud, calculamos el tensor polarizabilidad eléctrica del MVQ. Para obtener la expresión final de la birrefringencia eléctrica, es necesario calcular promedios estadísticos sobre todas las conformaciones (variaciones del ángulo χ), así como también promedios sobre todas las orientaciones y todas las velocidades, en presencia del campo eléctrico. Estos cálculos se realizaron mediante métodos numéricos. A pesar de que el modelo matemático planteado no es demasiado complejo, hemos obtenido un ajuste aceptable entre los datos experimentales y la teoría.

ABSTRACT

In this work, we calculate the electric birefringence for a hinged bent rod macroion (BRM). The BRM model is composed of two rod like macroions of length L with a restoring force proportional to χ , the bending angle at the hinge. The principal terms of the optical polarizability tensor of the BRM with respect to the molecular coordinate system were obtained by adding up the optical polarizability tensors of each arm of the system. We calculate the BRM's electric polarizability tensor considering a mechanism where the electric polarizability of a rod-like macroion, is proportional to the square of its length. To obtain the final expression of the electric birefringence, it is necessary to calculate the statistical averages over all conformations (variations of angle χ) as well as over all spatial orientations and over all velocities in the presence of the electric field. Through this approach, numerical calculations are carried out. Though the BRM model is quite simple, we have obtained an acceptable fitting between the theory and the experimental results.

INTRODUCCIÓN

La mayoría de los fluidos se vuelven birrefringentes cuando se les aplica un campo eléctrico, E . El fluido se comporta como un cristal uniaxial con el eje óptico en la dirección del campo eléctrico. En

suspensiones coloidales, si las moléculas son rígidas, el fenómeno tiene su origen en la orientación de las moléculas intrínsecamente anisotrópicas por la acción del campo. Este fenómeno, en el caso de moléculas flexibles, ocurre por la orientación y deformación de las mismas. La muestra presenta dos índices de refracción, n_{\parallel} en la dirección del eje óptico y n_{\perp} en la dirección perpendicular al mismo. La birrefringencia inducida en un fluido por la acción de un campo eléctrico se denomina birrefringencia eléctrica. Esta se define como la diferencia de los dos índices de refracción, $\Delta n = n_{\parallel} - n_{\perp}$. Una función usada en la comparación de los valores teóricos con los experimentales, es la función orientación de la birrefringencia eléctrica en el estado estacionario, $\Phi = \Delta n / \Delta n_s$, donde Δn_s es la birrefringencia para campos eléctricos infinitos. Se han desarrollado diferentes teorías que relacionan la birrefringencia eléctrica de soluciones con las propiedades ópticas y eléctricas de las moléculas del soluto. Con este fin se establecieron diversos modelos moleculares que sirvieron para comparar la birrefringencia eléctrica medida con la calculada y determinar los parámetros eléctricos y ópticos de las moléculas [1,2,3]. Estas teorías se aplican a partículas rígidas, sin embargo, la molécula de ADN presenta flexibilidad molecular en su comportamiento electroóptico para longitudes mayores que 600Å [4].

En nuestro trabajo, usamos el modelo varilla quebrada (MVQ) para calcular la birrefringencia eléctrica de fragmentos de ADN [5]. Dicho modelo está compuesto por dos macroiones tipo varilla unidos en uno de sus extremos, formando una bisagra elástica. Las propiedades eléctricas características del MVQ son, su polarizabilidad eléctrica y un momento permanente originado por la distribución asimétrica de carga del sistema con respecto a su centro de difusión. Utilizamos los lineamientos generales de la teoría desarrollada por Yoshioka [6]. Para ello, realizamos el cálculo numérico directo de las expresiones generales de la birrefringencia eléctrica, sin expresar los resultados como series de potencias. Aplicamos los cálculos a nuestro modelo de cadena continua, que es mejor que el modelo discontinuo "trumbell" usado por Yoshioka [6], para representar una molécula lineal semiflexible.

TEORIA

Modelo de varilla quebrada

El modelo de macroión varilla quebrada está compuesto por dos brazos tipo varilla rígida de longitud L con un ángulo χ entre ellos y una energía potencial elástica en la bisagra igual a

$$V = \frac{1}{2} \varepsilon (\chi - \chi_0)^2 \quad (1)$$

donde, ε es la constante elástica y χ_0 es el ángulo para la configuración de energía mínima.

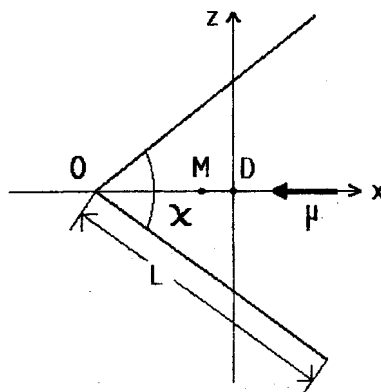


Figura1: Modelo de Macroión Varilla Quebrada (MVQ)

Para estudiar el comportamiento de los macroiones en los procesos electroópticos, es necesario considerar sus propiedades físicas con respecto a su centro de difusión [7]. Por ello, fijamos el MVQ en un sistema de coordenadas molecular xyz con su origen ubicado en dicho centro, como muestra la Fig.1. El centro de difusión está en la bisectriz del ángulo entre las dos varillas y el eje x coincide con esa bisectriz. El sistema de varilla quebrada está en el plano zx y X_{OD} es la distancia entre el centro de difusión D y la bisagra del MVQ, O en la gráfica. Llamamos X_{OM} a la distancia entre el centro de masa M y la bisagra O.

Parámetros necesarios para el cálculo de la birrefringencia eléctrica

La birrefringencia eléctrica de una solución es función de los términos principales de los tensores polarizabilidad óptica, α^o , eléctrica, α^E , y del momento dipolar eléctrico permanente, μ , del MVQ. El cálculo de estos parámetros ha sido desarrollado en [5]. Los términos principales del tensor α^o con respecto al sistema de coordenadas fijo en la molécula, se obtuvieron por la adición de los tensores polarizabilidad óptica de cada brazo del sistema.

$$\alpha^o = \begin{pmatrix} 2\alpha_{\parallel}^o \cos^2\left(\frac{\chi}{2}\right) + 2\alpha_{\perp}^o \sin^2\left(\frac{\chi}{2}\right) & 0 & 0 \\ 0 & 2\alpha_{\perp}^o & 0 \\ 0 & 0 & 2\alpha_{\parallel}^o \sin^2\left(\frac{\chi}{2}\right) + 2\alpha_{\perp}^o \cos^2\left(\frac{\chi}{2}\right) \end{pmatrix} \quad (2)$$

Considerando un mecanismo en el cual la polarizabilidad eléctrica de un macroión varilla, en la dirección de su eje longitudinal, $(\alpha^E)_{\parallel}$, es proporcional al cuadrado de su longitud, tenemos

$$\alpha_{\parallel} = K_{\parallel} L^2 \quad (3)$$

y la polarizabilidad transversal, $(\alpha^E)_{\perp}$, resulta

$$\alpha_{\perp}^E = K_{\perp} La \quad (4)$$

donde, K_{\parallel} y K_{\perp} son las constantes de polarizabilidad eléctrica paralela y perpendicular al eje longitudinal del macroión lineal y a , la distancia perpendicular al eje en la que se pueden desplazar los contraiones ligados al macroión. En este trabajo consideramos $K_{\parallel} = K_{\perp} = K$

$$(\alpha_{HBR}^E) = \begin{pmatrix} 2K\ell^2 \cos^2(\chi/2) + 2KL a \sin^2(\chi/2) & 0 & 0 \\ 0 & 2KL a & 0 \\ 0 & 0 & 4K\ell^2 \sin^2(\chi/2) + 2KL a \cos^2(\chi/2) \end{pmatrix} \quad (5)$$

Una distribución de carga asimétrica con respecto al centro de difusión, origina un momento dipolar permanente [7]. En nuestro caso, este momento dipolar, para cada configuración determinada por el ángulo χ , puede expresarse

$$\vec{\mu} = \lambda_d L \vec{x}_{DM} \quad (6)$$

donde, λ_d es la densidad lineal de carga de cada rama del MVQ y x_{DM} es el vector distancia desde el centro de difusión al centro de masa, que depende del ángulo χ , y cuyo módulo vale

$$x_{DM} = x_{OM} - x_{OD} \quad (7)$$

La posición del centro de difusión, x_{OD} fue calculada empleando el modelo de simulación dado por García de la Torre [8], que representa a un cuerpo, cualquiera sea su forma, como un conjunto de esferas que abarcan todo su volumen y emplea las ecuaciones que describen el comportamiento hidrodinámico del sistema, teniendo en cuenta las interacciones entre sus componentes. En nuestro caso particular, cada brazo del MVQ se modelizó como una cadena de esferas contiguas de 12 Å de radio, coincidente con el radio del ADN hidratado, junto con una esfera del mismo tamaño en la bisagra. De esta manera, obtenemos la posición del centro de difusión para cada una de las configuraciones utilizadas en el promedio estadístico empleado en el cálculo de la birrefringencia eléctrica.

Cálculo de la birrefringencia eléctrica

La orientación espacial de la molécula se describe con respecto a las coordenadas de sistema de laboratorio $x'y'z'$, en términos de los ángulos de Euler θ, ϕ, ψ . La birrefringencia eléctrica de un conjunto de moléculas flexibles no interactuantes, es directamente proporcional a la diferencia entre la polarizabilidad óptica por molécula, en la dirección paralela y perpendicular al campo aplicado [6].

$$\Delta n = \left(\frac{2c_1 \pi}{n} \right) \left[\overline{\langle \vec{k} \cdot (A^{-1} \alpha^0 \cdot A) \cdot \vec{k} \rangle} - \overline{\langle A^{-1} \alpha^0 \cdot A \cdot \vec{j} \rangle} \right] \quad (8)$$

donde, \vec{k} y \vec{j} son los vectores unitarios paralelo y perpendicular al campo, respectivamente, α^0 es el tensor polarizabilidad óptica en el sistema de coordenadas fijo en la molécula, A es la matriz de transformación del sistema de coordenadas de laboratorio al sistema fijo en la molécula, c_1 es el número de moléculas por unidad de volumen y n el índice de refracción del medio (solución). El corchete en la Ec. (8), representa el promedio estadístico sobre todas las conformaciones (variaciones del ángulo χ), así como el promedio sobre todas las orientaciones (θ, ϕ y ψ) y sobre todas las velocidades ($\dot{x}', \dot{y}', \dot{z}', \dot{\theta}, \dot{\phi}, \dot{\psi}, \dot{\chi}$) en presencia del campo eléctrico.

El promedio, $\langle A^{-1} \alpha^0 A \rangle$, se expresa

$$\langle A^{-1} \alpha^0 A \rangle = \frac{\int (A^{-1} \alpha^0 A) e^{(-H/k_B T)} d\theta d\phi d\psi d\chi d\dot{x}' d\dot{y}' d\dot{z}' d\dot{\theta} d\dot{\phi} d\dot{\psi} d\dot{\chi}}{\int e^{(-H/k_B T)} d\theta d\phi d\psi d\chi d\dot{x}' d\dot{y}' d\dot{z}' d\dot{\theta} d\dot{\phi} d\dot{\psi} d\dot{\chi}} \quad (9)$$

H es el Hamiltoniano del sistema, $H = U(\theta, \phi, \psi, \chi) + T(\dot{x}', \dot{y}', \dot{z}', \dot{\theta}, \dot{\phi}, \dot{\psi}, \dot{\chi})$, siendo U la energía potencial y T la energía cinética. La energía potencial se escribe como la suma de tres términos que representan tres tipos de energía. El primer término representa la energía de interacción entre el momento dipolar permanente y el campo eléctrico, $U_p = -A^{-1} \cdot \vec{\mu} \cdot \vec{E}$, el segundo término es la energía de interacción entre el momento dipolar inducido y el campo eléctrico, $U_i = -(1/2) \vec{E} \cdot (A^{-1} \alpha^0 A) \cdot \vec{E}$, mientras que el tercer término corresponde a la energía potencial elástica, $U_e = (1/2) \epsilon \cdot (\chi - \chi_0)^2$. La energía cinética, T, está dada por

$$T = \frac{1}{2} \sum_{\alpha} m_{\alpha} (\vec{v}_l + \vec{v}_{\alpha} + \vec{\omega}_l \times \vec{r}_{\alpha})^2 \quad (10)$$

donde el término entre paréntesis representa la velocidad de una α -partícula de la molécula con respecto al sistema de laboratorio, $x'y'z'$, m_α es la masa de la partícula, \vec{v}_l es la velocidad lineal del origen del sistema de coordenadas fijo en la molécula con respecto al sistema de laboratorio, $\vec{\omega}_l$ es la velocidad angular con respecto al sistema de laboratorio, \vec{v}_α es la velocidad de una α -partícula de la molécula con respecto al sistema xyz fijo en la molécula y \vec{r}_α es su vector posición. Desarrollando la expresión (10) obtenemos

$$T = \frac{1}{2} \sum_{\alpha} m_{\alpha} v_l^2 + \frac{1}{2} \sum_{\alpha} m_{\alpha} v_{\alpha}^2 + \frac{1}{2} \sum_{\alpha} m_{\alpha} (\vec{\omega}_l \times \vec{r}_{\alpha})^2 + \sum_{\alpha} m_{\alpha} \vec{v}_l \cdot \vec{v}_{\alpha} + \sum_{\alpha} m_{\alpha} \vec{v}_l \cdot (\vec{\omega}_l \times \vec{r}_{\alpha}) + \sum_{\alpha} m_{\alpha} \vec{v}_{\alpha} \cdot (\vec{\omega}_l \times \vec{r}_{\alpha}) \quad (11)$$

Cada uno de los seis términos de la suma puede ser interpretado, en el mismo orden, como, debido al movimiento de traslación de la molécula considerada como un todo, debido a los cambios de conformación del macroión MVQ, debido a la rotación de la molécula considerada como un sólido rígido, debido a la interacción entre traslación y conformación, debido a la interacción entre traslación y rotación y, por último debido a la interacción entre conformación y rotación. La expresión (11) puede escribirse como

$$T = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^7 \sum_{j=1}^7 B_{ij} \dot{q}_i \dot{q}_j \quad (12)$$

donde las q_i son las coordenadas generalizadas del sistema. Para el caso particular de un macroión MVQ, las coordenadas q_i son $q_1 = x'$, $q_2 = y'$, $q_3 = z'$, $q_4 = \theta$, $q_5 = \phi$, $q_6 = \psi$, $q_7 = \chi$ y \dot{q}_i implica dq_i/dt . Usando estas coordenadas generalizadas, los coeficientes B_{ij} resultan

$$\begin{aligned} B_{11} = B_{22} = B_{33} &= 2M \\ B_{12} = B_{13} = B_{21} = B_{23} = B_{31} = B_{32} = B_{46} = B_{64} = B_{74} = B_{75} = B_{76} = B_{47} = B_{57} = B_{67} &= 0 \\ B_{41} = B_{14} &= 2MR_x \alpha_{31} \text{sen} \psi \\ B_{42} = B_{24} &= 2MR_x \alpha_{32} \text{sen} \psi \\ B_{43} = B_{34} &= 2MR_x \alpha_{33} \text{sen} \psi \\ B_{51} = B_{15} &= 2MR_x (\alpha_{21} \cos \theta - \alpha_{31} \text{sen} \theta \cos \psi) \\ B_{52} = B_{25} &= 2MR_x (\alpha_{22} \cos \theta - \alpha_{32} \text{sen} \theta \cos \psi) \\ B_{53} = B_{35} &= 2MR_x (\alpha_{23} \cos \theta - \alpha_{33} \text{sen} \theta \cos \psi) \\ B_{61} = B_{16} &= 2MR_x \alpha_{21} \\ B_{62} = B_{26} &= 2MR_x \alpha_{22} \\ B_{63} = B_{36} &= 2MR_x \alpha_{23} \\ B_{71} = B_{17} &= 2Mr_x (\chi) \alpha_{11} \\ B_{72} = B_{27} &= 2Mr_x (\chi) \alpha_{12} \\ B_{73} = B_{37} &= 2Mr_x (\chi) \alpha_{13} \\ B_{44} &= I_{11} \cos^2 \psi + I_{22} \text{sen}^2 \psi \\ B_{54} = B_{45} &= I_{11} \text{sen} \theta \text{sen} \psi \cos \psi - I_{22} \text{sen} \theta \text{sen} \psi \cos \psi \\ B_{55} &= I_{11} \text{sen}^2 \theta \text{sen}^2 \psi + I_{22} \text{sen}^2 \theta \cos^2 \psi + I_{33} \cos^2 \theta \end{aligned} \quad (13)$$

$$B_{65} = B_{56} = I_{33} \cos \theta$$

$$B_{66} = I_{33}$$

$$B_{77} = 2Mf(\chi)$$

$$\text{donde} \quad r_x(\chi) = -\frac{L}{2} \sin\left(\frac{\chi}{2}\right) - 2 \frac{dx_{OD}}{d\chi} \quad (14)$$

$$f(\chi) = L^2 \left\{ \frac{1}{3} + \frac{1}{L^2} \left[\frac{dx_{OD}}{d(\chi/2)} \right]^2 + \frac{1}{L} \left[\frac{dx_{OD}}{d(\chi/2)} \right] \sin\left(\frac{\chi}{2}\right) \right\} \quad (15)$$

M es la masa de cada brazo del MVQ, I_{ij} es el término ij del tensor inercia I , relativo al sistema fijo en la molécula, α_{ij} son los términos de la matriz de transformación desde el sistema de laboratorio al sistema fijo en la molécula. En la expresión (9), la integración con respecto a las coordenadas $\dot{x}', \dot{y}', \dot{z}', \dot{\theta}, \dot{\phi}, \dot{\psi}, \dot{\chi}$ (ver Ref.[9]), resulta

$$\langle A^{-1} \alpha^0 A \rangle = \frac{\iiint \int (A^{-1} \alpha^0 A) e^{(-U/k_B T)} |B|^{1/2} d\theta d\phi d\psi d\chi}{\iiint \int e^{(-U/k_B T)} |B|^{1/2} d\theta d\phi d\psi d\chi} \quad (16)$$

La expresión final de la birrefringencia eléctrica en el estado estacionario, basándonos en el modelo MVQ, se escribe

$$\Delta n = N \iiint \int e^{(-U/k_B T)} \left[A_0 \frac{1}{2} (3 \cos^2 \theta - 1) - \frac{3}{4} B_0 (1 - \cos^2 \theta) (2 \sin^2 \psi - 1) \right] |B|^{1/2} d\theta d\phi d\psi d\chi \quad (17)$$

$$N = \frac{\left(\frac{2\pi c_1}{n} \right)}{\iiint \int e^{(-U/k_B T)} |B|^{1/2} d\theta d\phi d\psi d\chi} \quad (18)$$

A_0 y B_0 son funciones de los términos del tensor polarizabilidad óptica, que se expresan de la siguiente manera

$$A_0 = \alpha_{33}^0 - \frac{1}{2} (\alpha_{11}^0 - \alpha_{22}^0) = (\alpha_{\parallel}^0 - \alpha_{\perp}^0) (3 \sin^2(\chi/2) - 1) \quad (19)$$

$$B_0 = (\alpha_{22}^0 - \alpha_{11}^0) = -2 (\alpha_{\parallel}^0 - \alpha_{\perp}^0) \cos^2(\chi/2) \quad (20)$$

Para calcular la función de orientación de la birrefringencia eléctrica en el estado estacionario, $\Phi = \Delta n / \Delta n_s$, necesitamos una expresión para Δn_s . Para un MVQ, la birrefringencia eléctrica de saturación, Δn_s , coincide con la de un macroión tipo varilla rígida de longitud $2L$, cuyo valor es

$$\Delta n_s = \frac{4\pi c_1}{n} (\alpha_{\parallel}^0 - \alpha_{\perp}^0) \quad (21)$$

Procedimiento usado en los cálculos

El determinante de la matriz B, con los términos B_{ij} de la expresión (13), se calcula simbólicamente usando el Programa Mathematica de Wolfram Research Inc. Los valores de x_{OD} necesarios para el cálculo de los B_{ij} , obtenidos del programa Hydrox de García de La Torre (modelo de simulación

explicado anteriormente) son valores discretos que corresponden a ciertos valores del ángulo χ . Mediante el Programa Microcal Origin 5.0 de Microcal Software Inc., ajustamos estos valores de manera de obtener una función polinómica continua de grado 9, la cual se introduce en el programa general de cálculos.

El valor de Δn se encuentra mediante la Ecuación(17) empleando el método de integración de Gauss. Debido a la simetría cilíndrica de la función de distribución con respecto al campo eléctrico, la integración con respecto a ϕ se resuelve en forma directa, por lo cual el cálculo de Δn involucra sólo tres variables. Para este caso, el método de Gauss se escribe

$$\int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 F(\theta, \psi, \chi) d\theta d\psi d\chi = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^n p_i p_j p_k F(\theta_i, \psi_j, \chi_k) \quad (22)$$

donde, θ_i, ψ_j, χ_k son los ceros del polinomio de Legendre de grado n , y p_i, p_j, p_k los pesos respectivos. Empleando $n=32$, el error de cálculo no excede el 1%.

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Comenzamos nuestro análisis estudiando el comportamiento de la función de orientación Φ para un parámetro de ajuste introducido en el modelo MVQ: la constante elástica del macroión MVQ, ϵ . La Fig.2 muestra un gráfico de esta función de orientación versus E^2 para diferentes valores de ϵ , medida en ergios, y un ángulo χ en la bisagra de 180° . La curva (a) corresponde a una constante elástica ϵ muy grande donde la molécula se comporta como una varilla rígida de longitud $2L$; a medida que ϵ aumenta, el valor de Φ disminuye. La existencia de una variación considerable de esta función para diferentes valores de ϵ , nos permite realizar un ajuste de estas curvas teóricas con curvas experimentales correspondientes a un polielectrolito dado, con el fin de obtener la constante elástica del mismo (ver ejemplo de ajuste en [5]).

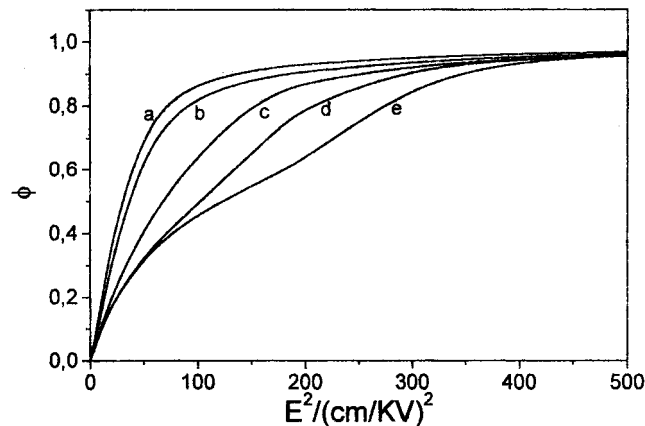


Figura 2: Función de orientación de la Birrefringencia eléctrica en función de E^2 para varios valores de la constante elástica ϵ medida en ergios: (a) $1 \cdot 10^{-11}$, (b) $5 \cdot 10^{-13}$, (c) $2 \cdot 10^{-13}$, (d) $1,5 \cdot 10^{-13}$, (e) $1,0 \cdot 10^{-13}$. Los otros parámetros del sistema son : $L = 492 \text{ \AA}$, $K = 1 \cdot 10^{-5} \text{ cm}$, $\chi_0 = 180^\circ$ y $\lambda_d = 2,82 \cdot 10^{-3} \text{ esu/cm}$.

Por otro lado, en nuestro trabajo anterior [5], como una primera aproximación, solamente consideramos la energía cinética de rotación mientras que en este trabajo usamos el Hamiltoniano H completo, es decir, consideramos la energía cinética de rotación y la de traslación. Haciendo los

cálculos de la función orientación Φ con este procedimiento y con el anteriormente citado, y comparando los resultados obtenidos, vemos que son coincidentes hasta la cuarta cifra significativa.

CONCLUSIONES

El modelo MVQ tiene en cuenta los distintos parámetros característicos de un polielectrolito flexible: la elasticidad, la carga, que origina un momento dipolar eléctrico permanente respecto del centro de difusión, y las polarizabilidades eléctrica y óptica. Por ello, consideramos que es un modelo adecuado para estudiar las propiedades electroópticas de fragmentos de ADN y, a través de ellas, analizar la influencia de factores externos que afecten la estructura del ADN en solución

REFERENCIAS

- [1] O'Konski, C.T., Yoshioka, K. y Orttung W.H, *Electric Properties of Macromolecules IV. Determination of electric and optical parameters from saturation of electric birefringence in solutions.*, J. Phys. Chem. Vol. 63, 1959, págs 1558-1565.
- [2] Holcomb, D., Tinoco, I., *Electrical Birefringence at High Fields*, J. Phys. Chem., Vol. 67, 1967, págs. 2691-2698.
- [3] Yoshioka, K., *Orientation function of the electric birefringence and dichroism of rodlike polyelectrolytes on the basis of the saturating dipole mechanism*, J. Chem. Phys., Vol. 79, 1983, págs 3482 - 3486.
- [4] Houssier, C., *Molecular Electro-Optics, Electro-optics Properties of Macromolecules and Colloids in Solutions* (ed. by S. Krause, Plenum Press, New York, 1981).
- [5] Bertolotto J., Campo M., Mesuraca V., Báez L., Roston G., Ascheri M., *Dependencia con el Campo Eléctrico de la Birrefringencia eléctrica del ADN. modelo de macroion varilla quebrada*. Anales A.F.A (2000), en prensa.
- [6] Yoshioka, K., *Field strength dependence of the electric birefringence of rigid and nonrigid molecules*. J. Phys. Chem. Vol. 86, 1987, págs. 491-496.
- [7] Antosiewicz, J. and Porschke, D., *An unusual electrooptical effect observed for DNA fragments and its apparent relation to a permanent electric moment associated with bent DNA*, Biophys. Chem. Vol. 33, 1989, 19-30.
- [8] García de la Torre, J. and Bloomfield, V. A., *Hydrodynamic properties of complex, rigid, biological macromolecules : theory and applications*, Q. Rev. Biophys, Vol. 14, 1981, págs 81-139.
- [9] Landau, L.D. & Lifshitz, *Statistical Physics*, Pergamon Press, London, 1958.