

DETERMINACIÓN DE TENSIONES TÉRMICAS EN ACEROS, PRODUCIDAS EN LA ETAPA INICIAL DEL PROCESO DE COLADA CONTINUA

Alfredo E. Huespe,* Alberto Cardona† y Víctor D. Fachinotti‡

Grupo de Tecnología Mecánica, INTEC
CONICET-Universidad Nacional del Litoral
Güemes 3450, 3000, Santa Fe, Argentina
email::ahuespe@alpha.arcrde.edu.ar

Resumen

Se presenta un modelo numérico para simular los instantes iniciales del proceso de colada continua de aceros con 0.4 % de contenido de Carbono. Se enfatiza la evaluación del estado del material en lo referente a deformaciones plásticas inducidas por la distribución de temperaturas. Incluimos un modelo de material elasto-plástico independiente del tiempo, con parámetros dependientes de la temperatura.

Debido al importante efecto de advección, se opta por un esquema del tipo ALE ("Arbitrary Lagrangian-Eulerian") simplificado para considerar la dependencia del comportamiento constitutivo con la historia de la partícula.

Abstract

We present a numerical model using the Finite Element Method to simulate the Continuous Casting Process of a steel (0.4% C). It is remarked the evaluation of the plastic deformations arising by the thermal effect.

The simulations have been obtained with an elasto-plastic material (J_2 Theory) with parameters depending on the temperature.

Because the advection effect plays a main role, we have adopted an Arbitrary Lagrangian-Eulerian schema to take due account of the material dependence with the history of deformations.

1 Introducción

Los diversos modelos numéricos publicados para simular procesos de colada continua de aceros, [1] [2] [3], involucran diferentes aproximaciones a los complejos fenómenos que se presentan. Importantes aspectos del problema pueden ser analizados ya sea en la fase líquida del metal o bien cuando ha solidificado.

El interés del presente trabajo se centra en la determinación del estado de tensiones residuales y por lo tanto de las deformaciones plásticas que subsisten después de finalizar el proceso. El nivel resultante de las mismas, puede tomarse como un índice adecuado para representar el deterioro del material.

*Profesional CONICET.

†Profesor UNL e Investigador CONICET.

‡Pasante UNL.

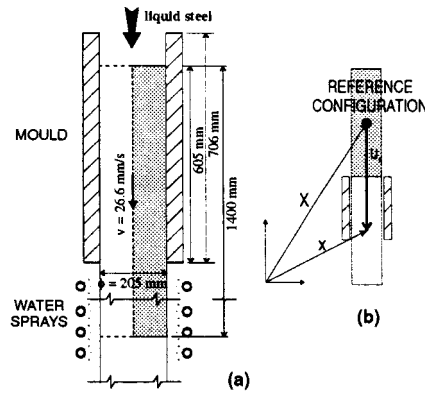


Figura 1: Diagrama esquemático del proceso de colada continua.

De este punto de vista, los fenómenos a considerar, son el problema térmico de transferencia de calor con cambio de fase y el problema mecánico, en fase sólida, inducido por el gradiente térmico. Las deformaciones mecánicas que sufre el metal, principalmente en la zona de contacto con el molde, provocan una apreciable influencia en la ecuación de balance de energía. Por lo tanto el acople térmico-mecánico se da en ambas direcciones.

En este trabajo se modela los instantes iniciales del proceso de colada continua de un acero de 0.4% de contenido de Carbono. La figura 1 muestra en forma esquemática el problema que se simula. Sólo presentamos el tratamiento que hemos dado al aspecto mecánico del problema. El trabajo [4] describe la forma en que se aborda la parte térmica. Sólo remarcamos que optamos por un splitting isotérmico estándar, resolviendo una primera etapa consistente en la solución del problema térmico (siguiendo una formulación del tipo Euleriana). Seguido de una segunda etapa puramente mecánica, donde el campo de temperaturas previamente determinado permanece fijo (problema isotérmico).

2 Hipótesis Cinemáticas del Modelo

Asumimos que el problema es estacionario y que posee simetría axial.

Una hipótesis fundamental que adoptamos a continuación es que las deformaciones involucradas en el proceso son pequeñas. Por lo tanto con una descripción Lagrangiana, ver Fig.1:b, la posición de una partícula está descrita por

$$\mathbf{x}(\mathbf{X}, t) = \mathbf{X} + \mathbf{u}(\mathbf{X}, t) \quad (1)$$

donde \mathbf{X} , \mathbf{x} y \mathbf{u} son la posición de referencia, la del tiempo t y el desplazamiento de la partícula, respectivamente. Consistente con esta hipótesis, descomponemos al desplazamiento como suma de dos partes

$$\mathbf{u}(\mathbf{X}, t) = \mathbf{u}_a(\mathbf{X}, t) + \mathbf{u}_i(\mathbf{X}, t) \quad (2)$$

donde \mathbf{u}_a es la componente asociada al desplazamiento finito debido a la advección del material sin deformación y que asumimos ser $\mathbf{u}_a = \mathbf{v}_a t$ con \mathbf{v}_a velocidad de advección del material, constante y uniforme; \mathbf{u}_i es la componente del movimiento que produce las deformaciones infinitesimales (\mathbf{u}_i y $\nabla_x \mathbf{u}_i$ pequeños).

3 Ecuaciones de Balance

La advección del material provoca un efecto importante en el comportamiento de los campos. Por lo tanto la elección de una formulación Euleriana sería natural. En este caso, si el material depende de la historia, se torna más complejo el tratamiento de las ecuaciones constitutivas con respecto a una Lagrangiana.

Una descripción alternativa a la formulación puramente Lagrangiana, es utilizar una variante de la técnica ALE (Arbitrary Lagrangian-Eulerian). Del trabajo clásico de Donea [5] reescribimos las ecuaciones de balance en forma local que gobiernan el problema analizado. Son el balance de masa, cantidad de movimiento y energía:

$$\frac{\delta \rho}{\delta t} + \nabla(\rho \omega) = 0; \quad (3)$$

$$\rho \left(\frac{\delta \mathbf{v}}{\delta t} + \nabla \mathbf{v} \otimes \omega \right) = \text{div } \boldsymbol{\sigma} - \rho \mathbf{b}; \quad (4)$$

$$\rho \left(\frac{\delta e}{\delta t} + \nabla e \cdot \omega \right) = 0; \quad (5)$$

donde ρ es la densidad del material ω la velocidad relativa de la partícula con respecto a la malla (que a su vez puede tener su propia velocidad), \mathbf{v} es la velocidad de la partícula con respecto a una referencia fija y e es la energía de la partícula, suma de la mecánica (cinética, etc.) y la interna. Las derivadas parciales en el tiempo son evaluadas fijando la coordenada con referencia a la malla. El modelo se completa con las ecuaciones constitutivas del material que comprenden a las relaciones tensión-deformación y a flujo de calor-gradiente de temperatura; junto con las condiciones de contorno e inicial del problema.

Con las hipótesis cinemáticas que hemos adoptado y considerando aproximadamente constante la densidad, la verificación del balance de masa es trivial, por lo menos en el orden de \mathbf{v}_a . No analizamos en este trabajo, el tratamiento de la ecuación de balance de energía.

3.1 Balance de la Cantidad de Movimiento y Ecuaciones Constitutivas

Despreciando las aceleraciones convectivas y considerando condiciones estacionarias; la ecuación de balance de cantidad de movimiento resulta

$$\text{div } \boldsymbol{\sigma} - \rho \mathbf{b} = 0. \quad (6)$$

Las ecuaciones constitutivas que utilizamos, corresponden a un material elasto-plástico (Teoría J_2) con endurecimiento isotrópico lineal,

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{D}\mathbf{E}^e - \mathbf{m}(T - T_r) \quad (7)$$

donde \mathbf{D} es el tensor elástico lineal, $\mathbf{m} = \beta \mathbf{D}\mathbf{1} = 3K\beta\mathbf{1}$ con K y β el módulo volumétrico y el coeficiente de expansión térmica lineal respectivamente. T es la temperatura del punto y T_r la de referencia. Las ecuaciones cinemáticas resultan

$$\mathbf{E}^e(x, t) = \mathbf{E} - \mathbf{E}^p \quad ; \quad \mathbf{E} = \nabla^s \mathbf{u}; \quad (8)$$

donde \mathbf{E}^p es la deformación plástica. Para las variables internas del modelo de material, \mathbf{E}^p y α (donde α está asociada al endurecimiento plástico y conjugada de la fuerza generalizada A), las leyes de evolución plástica son

$$\mathbf{d}^p = \dot{\gamma} \nabla_{\sigma} \phi \quad ; \quad \dot{\alpha} = \dot{\gamma} \nabla_A \phi \quad (9)$$

$$\dot{\gamma} \phi = 0; \quad \phi \leq 0; \quad \dot{\gamma} \leq 0 \quad (10)$$

siendo $\mathbf{d}^p = \dot{\mathbf{E}}^p$ la tasa de deformación plástica y ϕ define la región admisible de las fuerzas generalizadas del modelo.

Por otro lado, las derivadas materiales de las variables internas, resultan del transporte de cada una de ellas debido al flujo del material. Considerando flujo estacionario

$$\mathbf{d}^p = \frac{\partial \mathbf{E}^p}{\partial t} + \boldsymbol{\omega} \cdot \nabla \mathbf{E}^p = \boldsymbol{\omega} \cdot \nabla \mathbf{E}^p \quad (11)$$

$$\dot{\alpha} = \frac{\partial \alpha}{\partial t} + \boldsymbol{\omega} \cdot \nabla \alpha = \boldsymbol{\omega} \cdot \nabla \alpha \quad (12)$$

Debido a la suposición cinemática de asumir que la advección del material está dada por \mathbf{v}_a constante y uniforme, adoptamos $\boldsymbol{\omega} = \mathbf{v}_a$. En ese caso, y asumiendo que \mathbf{x}^* es la posición espacial que ocupa la partícula \mathbf{X}^* en el tiempo t ; la discretización temporal de la ecuación de balance, escrita en forma débil y espacial, y las constitutivas ("Euler Backward") resultan

$$\int_{\Omega} (\text{div } \boldsymbol{\sigma} \cdot \nabla^s \delta \mathbf{u} + \rho \mathbf{b} \cdot \delta \mathbf{u}) dV = 0 \quad ; \quad \forall \delta \mathbf{u} \in V_0 \quad (13)$$

$$\boldsymbol{\sigma}(\mathbf{X}^*, t) = \mathbf{D}[\nabla^s \mathbf{u}(\mathbf{X}^*, t) - \mathbf{E}^p(\mathbf{X}^*, t) - \beta(T(\mathbf{X}^*, t) - T_r)\mathbf{1}]; \quad (14)$$

$$\mathbf{E}^p(\mathbf{X}^*, t) - \mathbf{E}^p(\mathbf{X}^*, t - \Delta t) = \Delta \gamma \nabla_{\sigma} \phi(\boldsymbol{\sigma}(\mathbf{X}^*, t), A(\mathbf{X}^*, t)); \quad (15)$$

$$\alpha(\mathbf{X}^*, t) - \alpha(\mathbf{X}^*, t - \Delta t) = \Delta \gamma \nabla_A \phi(\boldsymbol{\sigma}(\mathbf{X}^*, t), A(\mathbf{X}^*, t)); \quad (16)$$

$$\phi(\boldsymbol{\sigma}(\mathbf{X}^*, t)) \leq 0 \quad ; \quad \Delta \gamma \geq 0 \quad ; \quad \Delta \gamma \phi = 0 \quad (17)$$

y las tasas de las variables internas también verifican

$$\mathbf{E}(\mathbf{X}^*, t) - \mathbf{E}(\mathbf{X}^*, t - \Delta t) = \Delta t (\mathbf{v}_a \cdot \nabla_x \mathbf{E}^p(\mathbf{x}, t)); \quad (18)$$

$$\alpha(\mathbf{X}^*, t) - \alpha(\mathbf{X}^*, t - \Delta t) = \Delta t (\mathbf{v}_a \cdot \nabla_x \alpha(\mathbf{x}, t)); \quad (19)$$

El esquema de solución que proponemos para resolver este sistema de ecuaciones consiste en efectuar un splitting, resolviendo primero (13-17), paso Lagrangiano, y posteriormente (18-19) que equivale a un remapeo Euleriano. En forma iterativa se intenta obtener la solución (ver Cuadro 1).

4 Esquema de Advección: Integración de las ecuaciones (18-19)

Intentamos evitar esquemas que hagan uso de la evaluación del término $\nabla_x \mathbf{E}^p$. Para integrar 19, por ejemplo, seguimos la idea de Huétink [6]. Calculamos

$$\alpha(\mathbf{X}, t) - \alpha(\mathbf{X}, t - \Delta t) = \int_{t-\Delta t}^t (\mathbf{v}_a \cdot \nabla \alpha) dt \quad (20)$$

utilizando un esquema de volúmenes finitos. O sea, se integra (20) en el volumen del elemento (ij) , tomando valores medios de α y haciendo uso del teorema de la divergencia

$$\alpha_{ij}^{prom}(t) - \alpha_{ij}^{prom}(t - \Delta t) = \int_{t-\Delta t}^t \frac{1}{\text{Vol}_{ij}} \left(\int_{\Gamma} \alpha (\mathbf{v}_a \cdot \mathbf{n}) d\Gamma - \int_{\Omega} (\alpha \nabla \cdot \mathbf{v}_A) dV \right) dt. \quad (21)$$

Dado que $\nabla \cdot \mathbf{v}_a = 0$, el segundo término del miembro derecho es eliminado.

Cuadro 1: Esquema Iterativo para resolver las ecuaciones (13–19)

iteración	$(n-1) \rightarrow n$
<p>(a) Paso Lagrangiano : dado $\mathbf{E}_{n-1}^p(\mathbf{X}, t - \Delta t)$ y $\alpha_{n-1}(\mathbf{X}, t - \Delta t)$; calcular $\sigma_n(\mathbf{X}, t)$, $\mathbf{E}_n^p(\mathbf{X}, t)$, $\alpha_n(\mathbf{X}, t)$; resolviendo:</p> <ul style="list-style-type: none"> • $\int_{\Omega} (\text{div } \sigma_n \cdot \nabla^s \delta \mathbf{u} + \rho \mathbf{b} \cdot \delta \mathbf{u}) dV = 0$; • $\sigma_n(\mathbf{X}, t) = \mathbf{D}[\nabla^s \mathbf{u}(\mathbf{X}, t) - \mathbf{E}_n^p(\mathbf{X}, t) - \beta(T(\mathbf{X}, t) - T_r)\mathbf{I}]$; • $\mathbf{E}_n^p(\mathbf{X}, t) - \mathbf{E}_{n-1}^p(\mathbf{X}, t - \Delta t) = \Delta \gamma \nabla_{\sigma} \phi(\sigma(\mathbf{X}, t), A(\mathbf{X}, t))$; • $\alpha_n(\mathbf{X}, t) - \alpha_{n-1}(\mathbf{X}, t - \Delta t) = \Delta \gamma \nabla_A \phi(\sigma_n(\mathbf{X}, t), A_n(\mathbf{X}, t))$; • $\phi(\sigma_n(\mathbf{X}, t), A_n(\mathbf{X}, t)) \leq 0$; $\Delta \gamma \geq 0$; $\Delta \gamma \phi = 0$. <p>(b) Paso Euleriano : resolver:</p> <ul style="list-style-type: none"> • $\mathbf{E}_n^p(\mathbf{X}, t - \Delta t) - \mathbf{E}_n^p(\mathbf{X}, t) = -\Delta t (\mathbf{v}_a \cdot \nabla_x \mathbf{E}^p(\mathbf{x}, t))$; • $\alpha_n(\mathbf{X}, t - \Delta t) - \alpha_n(\mathbf{X}, t) = -\Delta t (\mathbf{v}_a \cdot \nabla_x \alpha(\mathbf{x}, t))$; <p>(c) Si:</p> <p style="text-align: center;">$\ \mathbf{E}_n^p(\mathbf{X}, t - \Delta t) - \mathbf{E}_{n-1}^p(\mathbf{X}, t - \Delta t) \ < \text{tol}$ el esquema convergió; caso contrario retornar a (a).</p>	

El flujo de α por unidad de volumen en el contorno del elemento (ij) , F_{ij} , se determina por

$$F_{ij} = f_{j-\frac{1}{2}} + f_{i-\frac{1}{2}} + f_{j+\frac{1}{2}} + f_{i+\frac{1}{2}} \quad (22)$$

donde cada término es el flujo de la variable por cada cara del elemento. Para determinar f , utilizamos un esquema de Lax-Wendroff que es exacto de segunda orden temporal y espacialmente. Para conseguir tal orden de exactitud, se deben usar mallas (estructuradas) localmente ortogonales y con pequeños gradientes del tamaño de los elementos.

Con el esquema mencionado,

$$f_{i+\frac{1}{2}} = \frac{h}{\text{Vol}_{ij}} ((\mathbf{v}_{i+\frac{1}{2}} \cdot \mathbf{n})) \alpha_{i+\frac{1}{2}} \quad (23)$$

donde $\mathbf{v}_{i+\frac{1}{2}}$ es la velocidad evaluada en los puntos medios de la cara correspondiente, h y \mathbf{n} la longitud y el versor normal a la cara; mientras que

$$\alpha_{i+\frac{1}{2}} = \alpha_i + \frac{1}{2} \Psi(r_{i+\frac{1}{2}}^-) (1 - C) (\alpha_{i+1} - \alpha_i) \quad (24)$$

siendo C el Número de Courant $C = (\mathbf{v}_{i+\frac{1}{2}} \Delta t / \Delta x)$, donde designamos Δx al tamaño representativo de un elemento; y Ψ la función limitadora de Van Leer, de acuerdo al concepto de los esquemas TVD (Hirsh [7]), definida por

$$\Psi(r) = \frac{r + |r|}{1 + |r|} \quad ; \quad r_{i+\frac{1}{2}}^- = \frac{\alpha_{i+1} - \alpha_i}{\alpha_i - \alpha_{i-1}} \quad (25)$$

El soporte del Lax-Wendroff implementado resulta de 4 elementos.

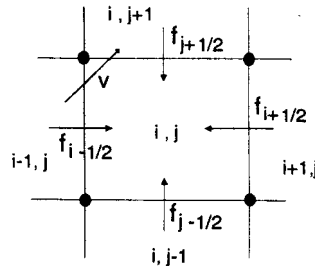


Figura 2: Esquema de advección para una malla estructurada

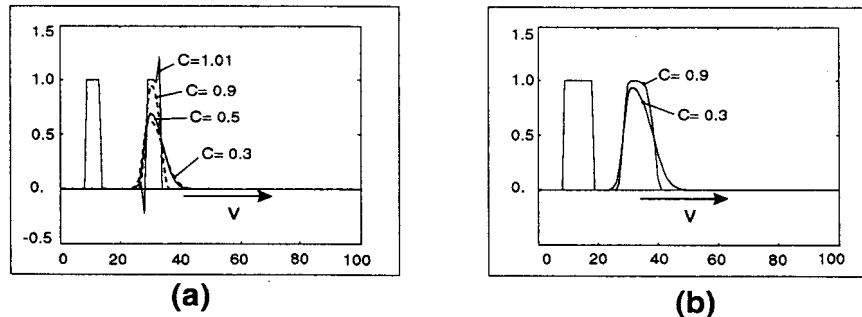


Figura 3: Problema unidimensional de advección. a: 5 EF; b: 10 EF.

Para evaluar el comportamiento del esquema, se resuelve un problema de convección unidimensional $\zeta = \mathbf{v} \cdot \nabla \zeta = 0$. Para ello, se discretiza un dominio lineal con 100 elementos de longitud unitaria. La velocidad de advección es 1 y la condición inicial corresponde a una onda cuadrada de amplitud 1 (Fig 3). El soporte de $\zeta(x, 0)$ es de 5 y 10 elementos respectivamente para los dos casos que se muestran en la figura. Esto equivale al mismo problema con un refinamiento de malla. Los resultados se muestran para un tiempo $t = 20$.

En ambos casos, con 5 y 10 elementos, se observa cómo disipa el esquema después de 66 iteraciones ($C=0.3$), 22 iteraciones ($C=0.9$) y cómo varía este comportamiento con el refinamiento de la malla. También, como es de esperar, se puede ver la inestabilidad para el caso $C > 1$.

Tabla I : Propiedades Termo-Mecánicas del Acero (Tomado de [3])

T [°C]	c_p [kJ/kg K]	T [°C]	κ [W/mmK]	T [°C]	E [GPa]	σ_y [MPa]	h [MPa]
900	0.616	0.	0.03	20	210.	210.	1600.
1456	0.7	700.	0.03	900	17.2	17.2	1600.
1506	0.75	1100.	0.025	1200	6.1	6.1	350.
1600	0.75	1456.	0.033	1416	2.88	2.88	100.
		1506.	0.027	1456	0.25	0.25	7.75
		1540.	0.05	1496	0.02	0.02	0.60
		1600.	0.05	1600	0.02	0.02	0.60

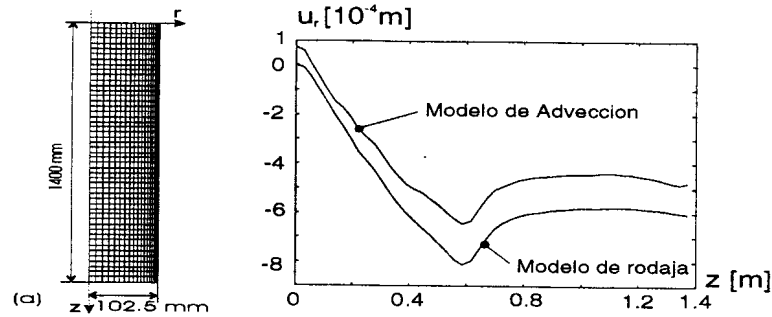


Figura 4: Simulación Proceso de Colada Continua. a : Malla de EF.; b: Desplazamiento radial en la superficie

5 Simulación del Proceso de Colada Continua

El proceso modelado se corresponde con el diagrama de la figura 1. Sólo se discretiza un dominio de longitud 1400mm, siendo que la solidificación de la parte central del tocho se produce aproximadamente a los 10000 mm. De todos modos los resultados obtenidos en la etapa inicial son valorables porque, como se ve en los resultados, una gran cantidad de calor es extraído del acero en la zona del molde. Por lo tanto las variaciones de temperatura más importantes, que inducen por ende las deformaciones plásticas, se dan en esta zona.

El acero simulado corresponde a uno con 0.4% de contenido de Carbono con propiedades térmicas y mecánicas a altas temperaturas, como se muestran en la Tabla I. Denominamos κ y c_p a la conductividad y capacidad térmica respectivamente y E , σ_y y h al Módulo de Young, tensión de fluencia y módulo de endurecimiento plástico respectivamente. El calor latente de solidificación es $L = 272100 J/Kg$.

Los resultados de la simulación térmica y mecánica se obtuvieron con una malla 20x50 E.F. como se muestra en la Figura 4. El campo de temperatura, Figura 5, ha sido obtenido con un modelo de cambio de fase basado en temperaturas (Euleriano). Las transferencia de calor en el molde ha sido impuesta con la ley (tomada de [8]) $\dot{q} [Kcal/m^2/seg] = 1.1469 * (640. - 75.3 * \sqrt{(z/v_a)[seg]})$ y para la zona del spray de agua $\dot{q} = h_{spray}(T - T_{amb})$; con h_{spray} de 500. [W/m² °C] y $T_{amb} = 40.°C$. La temperatura de colada adoptada 1530.°C

El problema mecánico se resolvió en dos pasos. Inicialmente, una simulación simplificada con un modelo unidimensional (modelo de rodaja) como el descrito en [4]. Posteriormente, con esos resultados, un modelo bidimensional siguiendo la técnica ALE propuesta en este trabajo.

En la Figura 6 se observan la distribución del campo de deformaciones plásticas obtenidos para diferentes número de iteraciones del esquema. Destacamos que hemos corrido el problema con un $C=0.3$. Significa que para 150 iteraciones se consigue simular aproximadamente el avance de una partícula hasta 50 elementos corriente abajo. Los resultados con Números de Courant mayor a 0.5 mostraron una disminución inicial del residuo, pero posteriormente se observa un aumento monótono que provoca la divergencia del esquema numérico. La Figura 4-b, muestra el desplazamiento radial de la superficie vs. la coordenada axial z .

Resaltamos el comportamiento cualitativamente diferente de los resultados obtenidos con el modelo simplificado de [4] (de rodaja unidimensional) con respecto al presente. El mismo comportamiento se puede identificar en la figura 3-b, con respecto al desplazamiento radial de la superficie del tocho en la dirección axial.

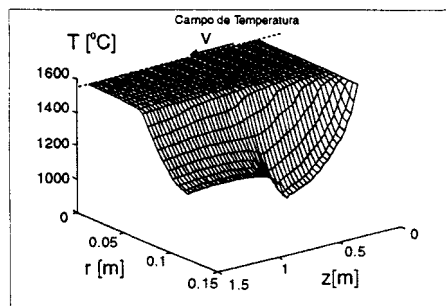


Figura 5: Simulación Proceso de Colada Continua: Campo de Temperaturas.

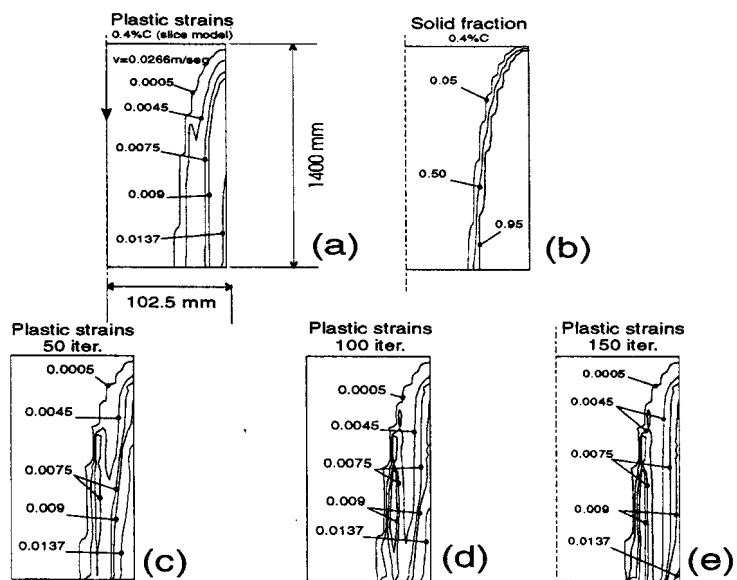


Figura 6: Simulación Proceso de Colada Continua: Isocurvas de Deformación Plástica equivalente.

6 Conclusiones

La bibliografía menciona como ventaja principal de la técnica ALE frente a la estándar, puramente Lagrangiana, el hecho que en problemas con grandes deformaciones, el segundo modelo requeriría remallados continuos lo que tornaría ineficiente al cálculo. Esta ventaja no existe en la simulación de los procesos de colada continua. No obstante, debido a que la advección domina fundamentalmente el comportamiento de los campos, es esperable que una formulación en flujos resulte más económica del punto de vista computacional. Resta aún realizar comparaciones más ajustadas con modelos puramente Lagrangianos.

De todos modos la técnica propuesta, ha mostrado que si bien requiere de un número alto de pasos, cada uno de éstos es muy barato, en promedio son necesarias 2 o 3 iteraciones de Newton para disminuir en más de 8 órdenes de magnitud el residuo por cada paso del esquema ALE.

Finalmente mencionamos que los resultados preliminares obtenidos muestran importantes diferencias respecto de resultados logrados con los modelos llamados "de rodajas", sobre todo en lo que hace a la predicción de las distribuciones de deformación plástica en el material. El trabajo a realizar se orienta ahora a confirmar este hecho y buscar justificar tal diferencia.

Referencias

- [1] G.Funk, J.Boemer, F.N.Fett, R.Hentrich. Coupled Thermal and Stress-Strain Models for the Continuous Casting of Steels. *Steel Research*, 64:246-254, 1993.
- [2] M.El-Bealy, N.Leskinen, H.Fredriksson. Simulation of Cooling Zones in Continuous Casting Process. *Ironmaking & Steelmaking*, 22:246-255, 1995.
- [3] J.E.Kelly, K.P.Michalek, T.G.O'Connor, B.G.Thomas,J.A.Dantzing. Initial Development of Thermal and Stress Fields in Continuously Cast Steel Billet. *Metallurgical Transaction A*, 19A:2589-2601, 1988.
- [4] A.Cardona, A.Huespe , V. Fachinotti. Modelado Termomecánico del Proceso de Colada Continua de Aceros. In *XVIII CILAMCE*, Brasilia, Octubre 1997.
- [5] J. Donea. Arbitrary Lagrangian-Eulerian Finite Element Methods. In T.Belytschko, T.J.R.Hughes, editor, *Computational Methods for Transient Analysis*, pages 473-516, 1983.
- [6] H.C.Stoker, J.Huétink. The Arbitrary Lagrangian-Eulerian Method in Large Deformation Problems. In *Numerical Methods in Engineering'96*, pages 184-189, 1996.
- [7] C. Hirsh. *Numerical Computation of Internal and External Flows*. J.Wiley, 1993.
- [8] E.N.Dvorkin, M. Canga. *Thermomechanical Behavior of the Mold in SIDERCA Continuous Casting Machine CC3*. Technical Report, 1990. Comunicación Privada.

