

SIMULACION DE PROCESOS MULTIDISIPATIVOS A TRAVES DE LA TEORIA DE MEZCLAS

Bibiana M. Luccioni, Pablo E. Martín

Laboratorio de Estructuras - Universidad Nacional de Tucumán
CC 134 - Correo Central - (4000) Tucumán - Argentina

RESUMEN

La mayoría de los materiales, en particular los geomateriales, presentan un comportamiento no lineal que generalmente es el resultado de múltiples fuentes de disipación. Muchos de estos materiales exhiben, a su vez, una marcada direccionalidad en la respuesta.

En este trabajo se estudia la aplicación de la teoría de mezclas a la simulación numérica del comportamiento mecánico de materiales anisótropos multidisipativos. La teoría de mezclas, normalmente restringida a la modelación de materiales compuestos, se aplica, en este caso, a materiales monofásicos, para combinar distintas formas de disipación de energía y modelar la anisotropía. De esta manera, a partir de modelos elásticos anisótropos, de plasticidad isotropa pura o daño isotropo puro., se puede simular una gran cantidad de comportamientos sin necesidad de recurrir a modelos complejos.

ABSTRACT

The greater part of the materials, in particular geomaterials, presents a non linear behaviour which is usually the consequence of multiple sources of energy dissipation. Most of them also presents a strongly directional response.

In this paper, the application of the mixture theory to the simulation of the mechanical behaviour of multidissipative anisotropic materials is presented. Mixture theory, normally restricted to model multiphase composites, is applied, in this case, to combined different types of energy dissipation and to model anisotropy. In this way, a great range of behaviours can be simulated starting from elastic anisotropic models, pure isotropic plasticity models or pure isotropic damage models.

INTRODUCCION

En general, la mayor parte de los materiales estructurales presenta un comportamiento sumamente complejo que se caracteriza, por un lado, por la respuesta diferenciada según la dirección de la carga y, en segundo lugar, por la no linealidad acompañada de deformaciones permanentes y degradación de rigidez.

En los geomateriales las deformaciones permanentes son causadas por la microfisuración. La teoría de plasticidad puede ser utilizada como un marco matemático para describir estas deformaciones permanentes si se supone que las mismas se asemejan a las deformaciones plásticas en los metales [1,2].

El daño o degradación de rigidez está relacionado con la iniciación, crecimiento e interconexión de microporos y microfisuras. Se han propuesto muchos enfoques para simular este fenómeno, ver [3,4]. Existe alguna evidencia experimental de que el daño está ligado a las deformaciones permanentes [3]. pero los mecanismos físicos de interacción entre daño y deformaciones permanentes son de naturaleza

complicada y no se pueden simular mediante un único enfoque. Se ha realizado un gran esfuerzo para reproducir el acoplamiento entre daño y plasticidad [4,5,6]. Estos modelos, en general, resultan bastante más complejos en su formulación y programación que los modelos plásticos puros o de daño puro. [6]. Por otro lado, la mayoría de ellos [6] conservan la hipótesis de descarga elástica, común a la teoría de la plasticidad y a la teoría de daño.

Por otro lado, muchos de los materiales estructurales exhiben un comportamiento marcadamente direccional. La simulación de la anisotropía aumenta considerablemente la complejidad de los modelos de plasticidad y daño. Existen básicamente dos tipos de enfoques para simular el comportamiento elastoplástico dañado de este tipo de materiales: formular funciones de fluencia para sólidos anisótropos [7,8] o simular el comportamiento del sólido anisótropo real mediante un sólido ficticio isótropo [9,10,5,11,12,13].

En este trabajo se presenta la aplicación de la teoría de mezclas [14,15] a la simulación del comportamiento de materiales con comportamientos elastoplástico dañado anisótropo. La teoría de mezclas ha sido utilizada particularmente para la simulación del comportamiento de materiales compuestos [14,15,16,17,5,18]. En este caso se la utiliza para acoplar distintas formas de comportamiento y disipación de energía en materiales simples logrando reproducir respuestas complejas a partir de componentes hipotéticas cuyo comportamiento responde a modelos clásicos, relativamente sencillos.

En primer lugar se presentan las hipótesis y ecuaciones básicas de la teoría de mezclas, en segundo lugar se describen sintéticamente los modelos elasto-plástico y elástico dañado utilizados para las supuestas componentes del material. A continuación se resume el esquema de cálculo en un programa de elementos finitos no lineal y, finalmente, se presenta un conjunto de ejemplos de aplicación en los que se muestra la capacidad de la teoría de mezclas para reproducir formas complejas de comportamiento a partir de componentes con modelos simples.

TEORIA DE MEZCLAS

La *teoría de mezclas* fue introducida por primera vez por Truesdell y Toupin [14] y utilizada, años más tarde, por otros autores [15],[16],[17],[18] para simular el comportamiento de materiales compuestos. Esta teoría tiene en cuenta la interdependencia entre cada una de las sustancias componentes que pueden tener modelos constitutivos distintos

Hipótesis

La teoría de mezclas se basa en las siguientes hipótesis:

- Cada volumen infinitesimal de mezcla está compuesto por un número finito de materiales componentes.
- Cada material componente está presente en cada punto del compuesto en la misma proporción del volumen total.
- En ausencia de difusión atómica, se satisface la compatibilidad de deformación entre las componentes:

$$\left(\varepsilon_{ij}\right)_1 = \dots = \left(\varepsilon_{ij}\right)_c = \dots = \left(\varepsilon_{ij}\right)_n = \varepsilon_{ij} \quad (1)$$

- El volumen ocupado por cada uno de los materiales componentes es menor que el volumen total del compuesto.

La segunda hipótesis implica una distribución homogénea de todas las sustancias en una cierta región del compuesto y es estrictamente válida en compuestos volumétricos. Supone que en todos los puntos del sólido coexisten todas las componentes en una dada proporción de volumen.

Como resultado de la interacción entre las distintas sustancias constituyentes se obtiene un comportamiento global que depende del volumen ocupado por cada una de las componentes y su distribución en el compuesto.

Principales Ecuaciones

La energía libre del compuesto puede escribirse como [14]:

$$m_0 \Psi(\varepsilon_{ij}, p) = \sum_{c=1}^n k_c m_{0c} \Psi_c(\varepsilon_{ij}, p_c) \quad (2)$$

donde $\Psi_c(\varepsilon_{ij}, p_c)$ es la energía libre por unidad de masa correspondiente a cada una de las n sustancias componentes, ε_{ij} la deformación, m_{0c} la densidad, $k_c = \frac{dV_c}{dV}$ la fracción de volumen y p_c un conjunto de variables internas correspondiente a dicha componente.

Al igual que en el caso de materiales simples, la ecuación constitutiva secante del compuesto puede obtenerse como sigue:

$$\sigma_{ij} = m_0 \frac{\partial \Psi(\varepsilon_{kl}, p)}{\partial \varepsilon_{ij}} = \sum_{c=1}^n k_c m_{0c} \frac{\partial \Psi_c(\varepsilon_{kl}, p_c)}{\partial \varepsilon_{ij}} = \sum_{c=1}^n k_c (\sigma_{ij})_c \quad (3)$$

donde σ_{ij} es la tensión en el compuesto y $(\sigma_{ij})_c$ las tensiones en cada una de las componentes obtenidas de las ecuaciones constitutivas correspondientes que se describen en el punto siguiente.

Observaciones

La teoría de mezclas ha sido utilizada con buenos resultados para simular el comportamiento de algunos tipos de materiales compuestos [5,15,16,17,18]. Sin embargo, debido a la hipótesis de partida de igualdad de las deformaciones de las componentes, sólo conduce a buenos resultados en compuestos cuya estructura responde a sistemas en paralelo. Debido a ello, el rango de aplicación de la teoría de mezclas a la simulación del comportamiento de materiales compuestos es bastante limitado.

En este trabajo se propone utilizar la teoría de mezclas para simular el comportamiento de sustancias simples pero de comportamiento complejo. Se supone que la sustancia simple está formada por componentes ficticias, que coexisten en cada punto de acuerdo a una proporción de volumen, cada una de ellas con un comportamiento sencillo, fácil de describir a través teorías clásicas. Mediante la teoría de mezclas, se tiene en cuenta la interacción entre las componentes y se obtiene una respuesta de conjunto más compleja que logra reproducir una serie de fenómenos mecánicos que no logran simular cada uno de los modelos componentes por separado.

MODELO CONSTITUTIVO PARA CADA COMPONENTE

Introducción

A continuación se describen los modelos constitutivos utilizados para las componentes. Se trata de modelos elastoplástico y modelos de daño en los que el único tipo de anisotropía que se tiene en cuenta es la ortotropía elástica a través de una adecuada definición del tensor de rigidez

Modelo elastoplástico

El modelo elastoplástico surge de una generalización de la teoría clásica de la plasticidad [19]. La ecuación constitutiva secante y la disipación se obtienen en forma estándar [19, 1, 5, 6], verificando el cumplimiento de la desigualdad de Clausius-Planck, para problemas térmicamente estables, adiabáticos e isentrópicos:

$$\sigma_{ij} = m_0 \frac{\partial \Psi^e}{\partial \varepsilon_{ij}^e} \quad (4)$$

En esta última ecuación ε_{ij}^e es el tensor de deformaciones elástico adoptado como variable libre del problema y σ_{ij} es el tensor de tensiones de Cauchy.

Para el caso particular que aquí se presenta, se escribe la energía libre como la suma de una parte correspondiente al fenómeno elástico más otra independiente, correspondiente al fenómeno plástico, utilizando el concepto de elasticidad desacoplada:

$$\Psi = \frac{1}{2m} \varepsilon_{ij}^e C_{ijkl} \varepsilon_{kl}^e + \Psi^p \quad (5)$$

donde C_{ijkl} es el tensor constitutivo ortótropo.

El umbral de comportamiento elástico se define mediante una función de fluencia expresada como función homogénea de primer grado en tensiones (como las funciones de Tresca o de Von Mises para metales y de Mohr-Coulomb o Drucker-Prager para geomateriales):

$$F(\sigma_{ij}, \alpha_k) = 0 \quad (6)$$

Para la deformación plástica ε_{ij}^p y las variables internas plásticas α_k se utilizan las siguientes reglas de evolución:

$$\varepsilon_{ij}^p = \lambda \frac{\partial G(\sigma_{mn}; \alpha_k)}{\partial \sigma_{ij}} \quad (7)$$

$$\alpha_i = \lambda H_k(\sigma_{ij}; \alpha_m) = \lambda (h_k)_{ij} \frac{\partial G(\sigma_{mn}; \alpha_i)}{\partial \sigma_{ij}} \quad (8)$$

donde λ es el factor de consistencia plástica, G la función de potencial y $(h_k)_{ij}$ un tensor a ser definido para cada variable interna [1, 2].

Las condiciones carga/descarga plástica se derivan de las condiciones de Kuhn-Tucker formuladas para problemas con restricciones unilaterales:

$$\begin{cases} a) \lambda \geq 0 \\ b) F \leq 0 \\ c) \lambda F = 0 \end{cases} \quad (9)$$

Modelo de daño

Para describir la degradación de rigidez se utiliza un modelo de daño escalar [20] que surge de una analogía con la teoría de plasticidad [5]. La energía libre se escribe en este caso como:

$$\Psi = \Psi^e(\epsilon_{ij}^e; \beta) = \frac{1}{2m_0} \left[\epsilon_{ij}^e C_{ijkl}^s(\beta) \epsilon_{kl}^e \right] \quad (10)$$

donde $C_{ijkl}^s(\beta)$ es el tensor constitutivo secante afectado por la evolución de las variables internas de daño β . La forma más simple para este tensor es aquella coincidente con la teoría de daño isótropo de Kachanov [20]:

$$C_{ijkl}^s(\beta) = (1-d) C_{ijkl} \quad (11)$$

donde d es la variable de daño interno que varía entre 0 y 1 para el material virgen y completamente dañado respectivamente.

La ecuación constitutiva secante resulta entonces:

$$\sigma_{ij} = m_0 \frac{\partial \Psi^e}{\partial \epsilon_{ij}} = C_{ijkl}^s \epsilon_{kl} = (1-d) C_{ijkl} \epsilon_{kl} \quad (12)$$

El umbral de daño se define mediante la siguiente función de daño [5]:

$$G^D = \bar{\sigma}(\sigma_{ij}) - f_c(\sigma_{ij}, \kappa^d) \leq 0 \quad (13)$$

donde $\bar{\sigma}(\sigma_{ij})$ es la tensión de daño equivalente, $f_c(\sigma_{ij}, \kappa^d)$ es el umbral de daño equivalente y κ^d la variable de degradación.

Las condiciones carga/descarga se derivan de las relaciones de Khun-Tucker y son análogas a las correspondientes al proceso plástico:

$$\begin{cases} a) & d \geq 0 \\ b) & G^D \leq 0 \\ c) & d G^D = 0 \end{cases} \quad (14)$$

ALGORITMO PARA LA IMPLEMENTACION NUMERICA DE LA TEORIA DE MEZCLAS

La integración del modelo constitutivo basado en la teoría de mezclas es muy simple. Las ecuaciones constitutivas de cada una de las componentes ficticias se integran por separado. Para obtener el comportamiento global del conjunto sólo son necesarias una descomposición previa y una recomposición posterior adicionales del tensor de tensiones. El procedimiento se describe esquemáticamente en la Fig.1. Los subíndices $m-1$ y m corresponden a dos incrementos consecutivos de la carga y $n-1$ y n a dos iteraciones consecutivas dentro del incremento m .

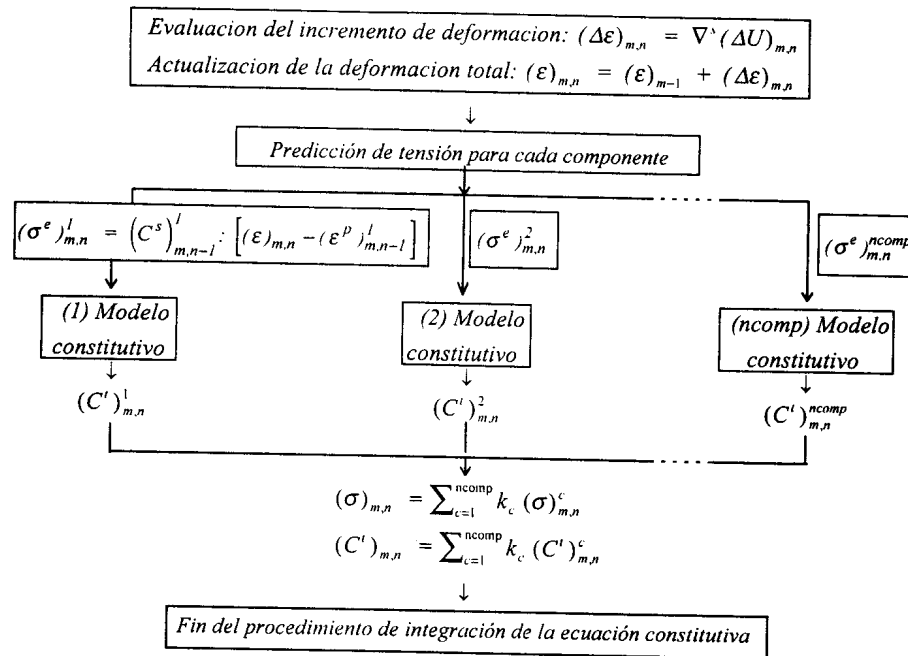


Fig.1 Algoritmo para la implementación numérica de la teoría de mezclas

EJEMPLOS DE APLICACIÓN

Plasticidad y daño acoplados

En este ejemplo se simula un material con plasticidad y daño acoplados a través de un material compuesto por una componente elastoplástica y otra con daño. Las propiedades mecánicas de cada una de las componentes se han resumido en la Tabla I. Se realiza un ensayo de tracción en una barra como la de la Fig.2 con 4 elementos isoparamétricos de 4 nodos. En la misma figura, se han representado las curvas tensión deformación correspondientes a la teoría de mezclas y a un modelo de daño y plasticidad acoplada [13]. En el modelo de daño y plasticidad acoplada la descarga del material es elástica por hipótesis. Al utilizar la teoría de mezclas, en cambio, si bien la descarga de cada una de las componentes es elástica, la descarga del conjunto no siempre implica descarga de todas las componentes y por tanto puede no ser elástica. Esto puede verse claramente en la Fig.3 en la que se han representado las curvas de carga-descarga para el conjunto y cada una de las componentes correspondientes al mismo ejemplo.

Las curvas de las Figs 2 y 3 muestran que a través de la teoría de mezclas es posible simular materiales que presentan lazos de histéresis en la descarga y posterior recarga, partiendo de modelos de daño y plasticidad convencionales. Más aún, regulando las proporciones de cada una de las componentes es posible ajustar el tamaño de lazos de histéresis e incluso eliminarlos.

Tabla I. Propiedades Mecánicas de las componentes ficticias

Componente elastoplástica ($k_i=0.25$)	Componente elasticodañada ($k_i=0.75$)
Módulo elástico $E = 72400$ Mpa	Módulo elástico $E = 72400$ Mpa
Coefficiente de Poisson $\nu = 0.33$	Coefficiente de Poisson $\nu = 0.33$
Tensión de fluencia $\sigma_y = 360$ Mpa	Tensión de umbral de daño $\sigma_d = 360$ Mpa
Criterio de fluencia de Von Mises	Criterio de daño de Von Mises
Flujo asociado	Curva de endurecimiento en daño: bilineal con pendiente nula a partir del umbral de daño
Plasticidad perfecta	

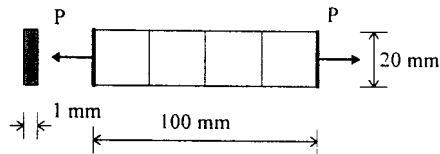
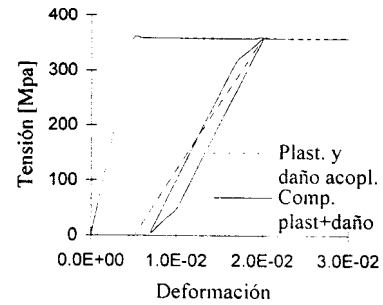
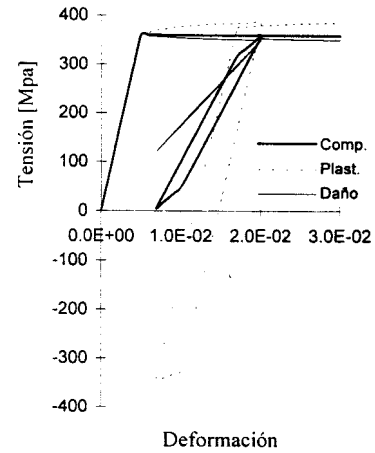
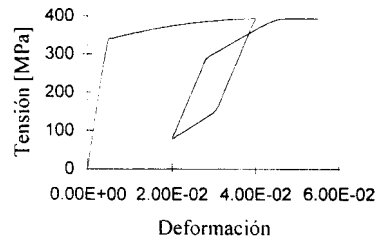
Fig.2 Curvas tensión-deformación
Esquema de cargaFig.3 Curvas tensión-deformación de
cada componente

Fig.4 Efecto "ratcheting"

A continuación, se resuelve mismo ejemplo considerando que la componentes plástica tiene una curva de respuesta con ablandamiento y la componente dañada endurecimiento lineal. La curva obtenidas se

muestran en la Fig.4 en la que puede verse claramente el efecto "ratcheting" [21,22,23], es decir aumento de las deformaciones plásticas con los ciclos de carga.. El efecto "ratcheting" es bastante complejo de simular y generalmente se recurre a modelos elastoplásticos en los que se introduce una serie de coeficientes ajustados experimentalmente para modelar la forma en que el aumento de las deformaciones plásticas varía con el número de ciclos de carga, con la tensión media de los ciclos y el camino de tensiones de los ciclos de carga [21,22,23]. En este trabajo se resuelve un caso muy simple a modo de ilustración de la capacidad de la teoría de mezclas para reproducir distintos fenómenos mecánicos.

Anisotropía plástica

En este ejemplo se simula un material elastoplástico anisótropo mediante un material compuesto por dos componentes elastoplásticas ($k_1=0.5$, $k_2=0.5$), una de ellas con anisotropía elástica, pero ambas plásticamente isotropas. Las propiedades mecánicas de las componentes son idénticas a las de la componente plástica de Tabla 1, con la excepción de que el módulo elástico de una de las componentes ha sido amplificado 5 veces en la dirección principal 2 de ortotropía y el coeficiente de Poisson de ambas componentes ha sido considerado nulo por simplificación. En las Figs 5 y 6 se han representado las variaciones de la tensión de fluencia y del módulo elástico para distintas inclinaciones del material respecto de la carga. Puede verse claramente que el compuesto resulta con anisotropía plástica.

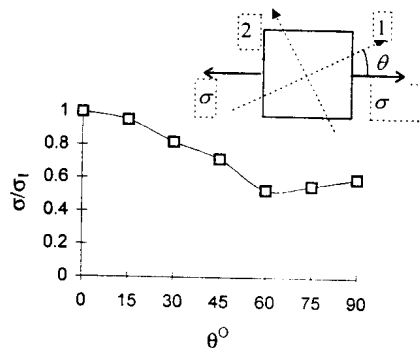


Fig.5 Variación de la tensión de fluencia con la inclinación del material

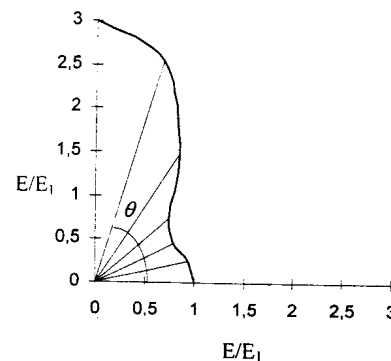


Fig.6 Variación del módulo elástico con la inclinación del material

En la Fig.7 se han representado las curvas de fluencia obtenidas para un material isotrópico y para un material anisótropo mediante mapeo de tensiones [13] y los puntos correspondientes al compuesto descripto. En la misma figura se ha representado la dirección del flujo plástico para el compuesto en tres puntos de la curva de fluencia. Se puede demostrar que, para el caso resuelto (coeficiente de Poisson nulo), los resultados son idénticos a los del método de mapeo de tensiones [13] obteniéndose una deformación proporcional de la superficie en una de las direcciones, que puede encontrarse

multiplicando las ordenadas de la curva por el factor: $\left(k_1 + k_2 \frac{(E_2)_1}{(E_2)_2} \right)$, y un flujo plástico orientado

hacia la dirección de menor resistencia. En resumen, debido a la hipótesis de igualdad de deformaciones, la anisotropía elástica de una de las componentes produce anisotropía plástica.

A continuación se resuelve el mismo ejemplo anterior pero considerando que la componente isotrópica responde a un criterio de fluencia de Mohr Coulomb con un ángulo de fricción interna $\varphi = 37^\circ$. En

la Fig.8 se han representado las curvas de fluencia correspondientes al material isótropo, al material anisótropo utilizando un mapeo de tensiones con tensor de transformación dependiente del estado tensional [24] y los puntos correspondientes al modelo de compuesto propuesto. Puede observarse que, ajustando adecuadamente las relaciones entre los módulos elásticos y las tensiones de compresión y tracción en el criterio de Mohr Coulomb, se logra un efecto idéntico al del modelo propuesto en Ref. [24]. En otras palabras, este modelo permite tener en cuenta, no sólo la diferencia de resistencias en las direcciones principales de anisotropía sino también que dicha diferencia puede variar según se trate de procesos de tracción o compresión o cualquier otra combinación de tensiones.

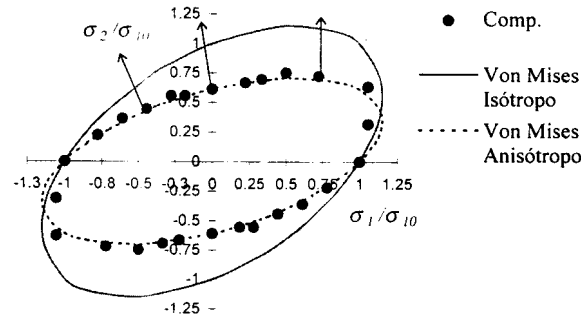


Fig.7 Curvas de Fluencia obtenidas con la teoría de mezclas y con el método de mapeo de tensiones [13] para el criterio de Von Mises

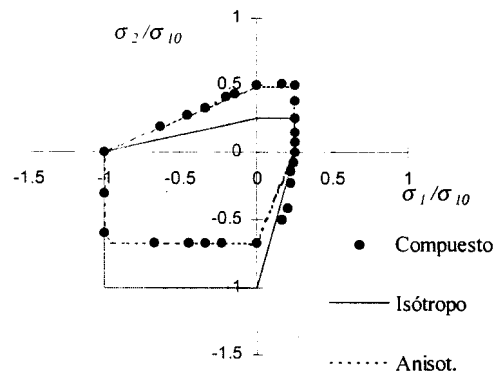


Fig.8 Curvas de Fluencia obtenidas con la teoría de mezclas y con el método de mapeo de tensiones [24] para el criterio de Mohr Coulomb

CONCLUSIONES

En este trabajo se ha presentado un método alternativo para la simulación del comportamiento mecánico de materiales anisótropos multidisipativos. El mismo tiene la ventaja de que, partiendo de modelos relativamente sencillos, permite reproducir comportamientos muy complejos. Con este

modelo se puede simular plasticidad y daño acoplados, descargas inelásticas, ciclos de histéresis, efecto ratcheting, anisotropía plástica, utilizando modelos elásticos anisótropos y de daño y plasticidad isotropos puros.

La implementación numérica de la formulación propuesta en un programa de elementos finitos no lineal es directa. Se requieren sólo unos pocos cálculos adicionales. La mayor dificultad del método propuesto reside en el ajuste de las propiedades mecánicas de las componentes ficticias a partir de las propiedades mecánicas que se quiere lograr en el compuesto. Los ejemplos presentados son ejemplos muy sencillos que corresponde a los primeros casos estudiados, la aplicación a casos más complejos requiere desarrollos más profundos.

REFERENCIAS

- [1] Oller, S., *Un Modelo de "Daño Continuo" para Materiales Friccionales*, Ph.D. Thesis, Universitat Politècnica de Catalunya, Escola Tècnica Superior D'Enginyers De Camins, Canals I Ports, Spain 1988.
- [2] Lubliner, J., Oliver, J., Oller, S and Oñate, E. *A Plastic Damage Model for Concrete*, Int. Journal Solids and Structures Vol.25, No.3, 1989, págs. 299-326.
- [3] Ju, J.W., *On energy-based coupled elastoplastic damage theories: constitutive modeling and computational aspects*, Int. Journal Solids Structures Vol.25, No.7, 1989, págs. 803-833.
- [4] Voyiadjis, G. Z and Kattan, P. I. *A plasticity-damage theory for large deformation of solids-I. Theoretical formulation*, Int. Journal Engng Sci. Vol.30, No.9, 1992, págs.1089-1108.
- [5] Luccioni, B.M. *Formulación de un Modelo Constitutivo para Materiales Ortótropos*. Thesis presented in partial fulfillment to the Ph.D - Universidad Nacional de Tucumán, Argentina, 1993.
- [6] Luccioni B., Oller S., Danesi R., *Coupled Plastic-Damaged Model*, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering 129, 1996, págs. 81-89.
- [7] Hill, R., *The Mathematical Theory of Plasticity*. Oxford University Press, 1967, págs. 317-340.
- [8] Hill, R., *A User Friendly Theory of Orthotropic Plasticity in Sheet Metals*, International Journal of Mechanics and Science, Vol.35, No.1, 1993, págs.19-25.
- [9] Betten, J., *Creep Theory of Anisotropic Solids*. Journal of Rheology, 25(6), 1981, págs. 565-581.
- [10] Betten, J., *Application of Tensor Functions to the Formulation of Yield Criteria for Anisotropic Materials*, International Journal of Plasticity, Vol.4, 1988, págs. 29-46.
- [11] Oller, S., Oñate, E. and Miquel, J., *Simulation of anisotropic elastic-plastic behaviour of materials by means of an isotropic formulation*. U.S. National Congress on Computational Mechanics - Washington - USA.
- [12] Oller, S., Botello, S., Miquel, J. and Oñate, E., *An anisotropic elasto-plastic model based on an isotropic formulation*. Engineering Computation, Vol.12, 1993, págs. 245-262.
- [13] Luccioni, B., Oller, S., Danesi, R., *Plastic Damaged Model for Anisotropic Materials*, Applied Mechanics in the Americas, Vol.1, 1995, págs. 124-129.
- [14] Truesdell, C. and Toupin, R., *The classical field theories*. Ed. by S.Flügge - Handbuch der Physik II/1 - Springer Verlag - Berlin, 1960.
- [15] Ortiz, M., *A Constitutive Theory for the Inelastic Behaviour of Concrete*, Mechanics of Materials 4, 1985, págs.67-93.
- [16] Oller, S., Oñate, E., Miquel, J. and Botello, S., *A finite element model for analysis of multiphase composite materials*. Ninth International Conference on Composite Materials - Madrid, Spain, 1993.
- [17] Oller, S., Oñate, E., Miquel, J., Botello, S., *A Plastic Damage Constitutive Model for Composite Materials*, Int. J. Sol. Struc., Vol.3, No.17, 1996, págs. 2501-2518.
- [18] Luccioni, B., Oller, S., *Modelo Multifase Para Materiales Compuestos Anisotropos*, Mecánica Computacional Vol.XV, Bariloche, 1995, págs. 545-554.
- [19] Lubliner J., *On thermodynamics foundations of non-linear solid mechanics*, Int. Journal non-linear Mechanics, No.7, 1972, págs. 237-254.
- [20] Kachanov, L.M., *Time of the rupture process under creep conditions*. IVZ Akad Nauk - S.S.R. - Otd Tech Nauk 8, 1958.
- [21] Jiang Y., Sehitoglu H., *Modeling of Cyclic Ratchetting Plasticity. PartI: Development of Constitutive Relations*, Transactions of the ASME, Vol. 63, Sep. 1996, págs. 720-725
- [22] Jiang Y., Sehitoglu H., *Modeling of Cyclic Ratchetting Plasticity, PartII: Comparison of Model Simulations with Experiments*. Transactions of the ASME, Vol. 63, Sep. 1996, págs. 726-730.
- [23] Xia Z., Ellyin F., *A Constitutive Model with Capability to Simulate Complex Multiaxial Ratchetting Behaviour of Materials*, International Journal of Plasticity, Vol.13, No.1/2, 1997, págs. 127-142,
- [24] Luccioni, B., Martín, P., Danesi, R., *Modelo Elastoplástico General Para Materiales Ortótropos*, Mecánica Computacional Vol. XVII, Tucumán, 1996, págs. 373-382.