

## MODELO DE LA PENETRACION DE MINERALES ENVAINADOS DENTRO DE ACERO LIQUIDO EN CUCARAS

Analia Gastón<sup>\*</sup>, Gustavo Sánchez Sarmiento<sup>\*\*</sup> y Horacio Reggiardo<sup>\*\*\*</sup>

<sup>\*</sup> Consejo de Investigaciones. Universidad Nacional de Rosario.  
Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura  
Av. Pellegrini 250. (2000) Rosario. Argentina.

<sup>\*\*</sup> Departamento de Física, Facultad de Ingeniería, Universidad de Buenos Aires.  
Av. Paseo Colón 850. (1063) Buenos Aires.

<sup>\*\*\*</sup> STEIN S.A.C.I.F., Santiago de Chile 6463. (1408) Buenos Aires.

### RESUMEN

En este trabajo se describe un modelo para analizar la fusión de minerales envainados sumergidos en cucharas con acero líquido. El mismo emplea una formulación en diferencias finitas implícita iterativa en la cual la posición del frente de solidificación se actualiza en base a la resolución del balance de energía en la interfase sólido-líquido. Mediante este modelo puede determinarse el tiempo de fusión y profundidad de penetración en función de la velocidad de inmersión, dimensión de la vaina y grado de sobrecalentamiento del baño de acero en la cuchara.

### ABSTRACT

In the present work a model to analyze the melting of cored wire minerals immersed into ladles with liquid steel is described. The model uses an iterative implicit finite difference formulation, in which the position of the solidification front is updated, based on the resolution of the energy conservation at the solid-liquid interface. By applying this model, the penetration depth and melting time can be determined as a function of the wire feed rate, wire dimension and degree of superheat of the steel bath in the ladle.

### INTRODUCCION

En la fabricación de aceros y fundiciones de hierro, ciertos minerales como SiCa, FeCa y FeTi son adicionados al metal líquido a los fines de su desulfurización, desoxidación y modificación de inclusiones, cuando el mismo se encuentra dentro de una cuchara.

Una forma habitual de adición del mineral es la introducción continua dentro del metal líquido de una vaina delgada de acero en cuyo interior aquél ha sido almacenado. Apenas la vaina es sumergida, una capa de acero solidificado concéntrica con aquélla se forma sobre su superficie debido a la rápida extracción de calor de dicho baño. El espesor de esta capa crece inicialmente hasta alcanzar un valor máximo, decreciendo luego hasta desaparecer. En ese instante el mineral es liberado abruptamente en el metal líquido. La velocidad con la que la vaina se introduce dentro de la cuchara debe ser tal que, en estado estacionario, el tiempo total transcurrido entre la introducción de una dada sección de la vaina y la finalización de la fundición de ésta, permita que la liberación del mineral se produzca a una profundidad adecuada dentro de la cuchara. En la figura 1 se muestra un esquema del proceso.

La profundidad de penetración depende básicamente de las dimensiones de la vaina, del grado de sobrecalentamiento y de la velocidad de inmersión, de manera que para un adecuado control del proceso deben conocerse con la mayor precisión cómo estas variables influyen en

el proceso de fusión. Se ha desarrollado a tal efecto un modelo computacional que se describe en este trabajo, el cual para un dado material a adicionar, dimensiones específicas de la vaina, y un sobrecalentamiento estipulado del metal líquido, predice la profundidad de penetración y el tiempo de fusión para diferentes velocidades de inmersión de la vaina en la cuchara.

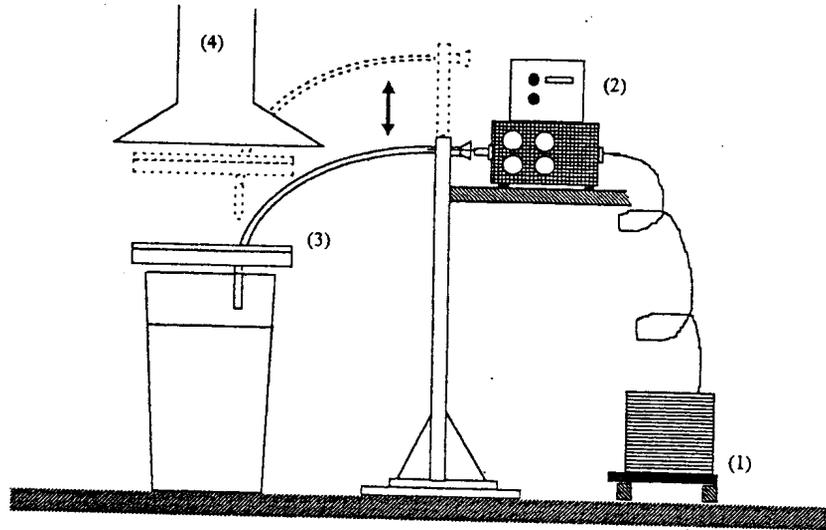


Fig. 1.: Esquema básico de trabajo para la inyección de minerales envainados  
(1) Bobina. (2) Máquina de inyección (3) Tubo guía (4) Campana de extracción de humos

### DESCRIPCION DEL MODELO

La fusión de la vaina se analizará adoptando un modelo unidimensional que la considera a la misma como un cilindro infinito en el cual la energía fluye en dirección radial. El mismo consta de dos capas concéntricas, una exterior de acero y otra central que contiene la ferroaleación a adicionar. Debido a la velocidad relativa entre el fluido y la vaina la energía en la interfase es suministrada por convección forzada. Dado que el volumen del envainado es despreciable frente al líquido contenido en la cuchara, se supone que el baño mantiene una temperatura constante durante el proceso de fusión.

Las ecuaciones que gobiernan la evolución de temperatura en la vaina son las siguientes:

a) Dentro del material de relleno:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[ r k_m(T) \frac{\partial T(r,t)}{\partial r} \right] = c_m(T) \rho_m(T) \frac{\partial T(r,t)}{\partial t} \quad 0 < r < R_{int} \quad (1)$$

sujeta a las condiciones de contorno :

$$\frac{\partial T}{\partial r} = 0 \quad r = 0 \quad (2)$$

$$k_m \frac{\partial T}{\partial r} = k_{as} \frac{\partial T}{\partial r} \quad r = R_{int} \quad (3)$$

b) Dentro de la vaina de acero:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[ r k_{as}(T) \frac{\partial T(r,t)}{\partial r} \right] = c_{as}(T) \rho_{as}(T) \frac{\partial T(r,t)}{\partial t} \quad R_{int} < r < S(t) \quad (4)$$

sujeta a la condición de contorno (3) y a la condición de Stefan en la interfase sólido-líquido:

$$k_{as} \frac{\partial T}{\partial r} - h_f (T_{mp} - T_f) = \rho_{as} L \frac{\partial S(t)}{\partial t} \quad r = S(t) \quad (5)$$

con la condición inicial:

$$T(r,0) = T_o \quad r \leq R_{ext} \quad (6)$$

$$T(r,0) = T_f \quad r > R_{ext} \quad (7)$$

#### Estimación del coeficiente de transferencia de calor entre el fluido y la vaina.

Las relaciones empleadas para el coeficiente pelicular dependen del tipo de flujo que impone las condiciones de inmersión [1, 2]:

a) para flujo laminar  $Re < 10^4$ :

$$Nu_x = 0.4 Re_x^{0.5} Pr_x^{0.453} \quad (8)$$

b) para flujo turbulento  $Re > 10^5$ :

$$Nu_x = 0.0296 Re_x^{0.8} Pr_x^{0.43} \quad (9)$$

donde Nu, Re, Pr, son respectivamente los números locales de Nusselt, Reynolds y Prandtl definidos como:

$$Nu_x = \frac{h_{fx} x}{k_{al}} \quad ; \quad Re_x = \frac{v \rho_{al} x}{\mu_{al}} \quad ; \quad Pr_x = \frac{c_{al} \mu_{al}}{k_{al}} \quad (10)$$

siendo x una longitud característica que se toma proporcional a la profundidad de penetración [1,2].

Tomando valores promedio de las expresiones anteriores para  $x=X$ = profundidad de penetración:

$$\overline{Nu} = \frac{\overline{h_f} X}{k_{al}} = \frac{1}{X} \int_0^X Nu_x dx \quad (11)$$

se obtiene:

$$\overline{Nu} = 0.8 Re_x^{0.5} Pr_x^{0.453} \quad Re < 10^5 \quad (12)$$

$$\overline{Nu} = 0.037 Re_x^{0.8} Pr_x^{0.43} \quad Re > 10^5 \quad (13)$$

y de (11), (12) y (13):

$$\bar{h}_f = 0.8 \left( \frac{\nu \mu_{al}}{k_{al}} \right)^{0.5} \frac{1}{X^{0.5}} Pr_x^{0.453} \quad Re < 10^5 \quad (14)$$

$$\bar{h}_f = 0.037 \left( \frac{\nu \mu_{al}}{k_{al}} \right)^{0.8} \frac{1}{X^{0.2}} Pr_x^{0.453} \quad Re < 10^5 \quad (15)$$

Si bien el parámetro X es una incógnita del problema, de las expresiones anteriores surge que el valor promedio no depende fuertemente del mismo.

Para el rango de velocidades de aplicación industrial, de 1 a 5 m/s, el régimen es turbulento, y variaciones entre un 30 a un 50% en el parámetro X modifican el valor del coeficiente h entre un 6 y un 10%.

En el caso en que la vaina se desplaza transversalmente en el seno del fluido, el coeficiente de transferencia de calor se evalúa a partir de la relación:

$$\bar{Nu} = 0.43 + 0.19 Re_x^{0.6} Pr_x^{0.3} \quad (16)$$

$$Re_x = \frac{\nu \rho_{al} D}{\mu_{al}}$$

siendo el diámetro exterior de la vaina, en este caso la longitud característica.

### ESQUEMA NUMERICO DE RESOLUCION

La metodología adoptada para la solución es la propuesta en [3]. El problema tratado en ese caso corresponde a un cambio de fase isotérmico, en el cual la energía en la interfase sólido-líquido se transfiere por conducción. Este esquema considera la discontinuidad de la derivada de la temperatura en el frente de solidificación, debido al cambio en las propiedades térmicas de una fase a otra. La temperatura del volumen de control donde se produce el cambio de fase se determina por interpolación, una vez conocidas las temperaturas de los volúmenes situados a ambos lados y la posición del frente de solidificación. El esquema numérico de la referencia 3 se modificó para este caso en que la energía en la interfase se transfiere por convección.

El conjunto de ecuaciones (1) a (6) constituye un sistema no lineal que se resuelve en este trabajo aplicando un esquema en diferencias finitas de tipo implícito puro [4]. El dominio se discretiza en volúmenes de control cilíndricos de espesor  $\Delta r$  y altura unitaria. Luego de la integración espacial y temporal de las ecuaciones (1) y (4) se obtienen las siguientes expresiones:

a) para el volumen de control ubicado en el origen de coordenadas (ver figura 2):

$$T_1 \left( \rho_r c_r \pi (\Delta r_r)^2 + 4 \pi k_r \Delta t \right) - (4 \pi k_r \Delta t) T_2 = \left( \rho_r c_r \pi (\Delta r_r)^2 \right) T_1^0 \quad (17)$$

b) para los volúmenes de control restantes se tiene la siguiente expresión, siendo M el número de incógnitas de temperatura.

$$a_S T_S + a_P T_P + a_N T_N = a_P^0 T_P^0 \quad P = 2, \dots, M-1 \quad (18)$$

Los coeficientes se calculan con:

$$a_P^0 = \rho_P c_P \frac{\Delta V}{\Delta t} \quad (19)$$

$$a_S = -2\pi \frac{r_s k_s}{\delta r_s} ; \quad k_s = \delta r_s \left/ \frac{r_s}{k_S} \ln \left( \frac{r_s}{r_S} \right) + \frac{r_s}{k_P} \ln \left( \frac{r_P}{r_s} \right) \right. ; \quad \delta r_s = r_P - r_S \quad (20)$$

$$a_N = -2\pi \frac{r_n k_n}{\delta r_n} ; \quad k_N = \delta r_n \left/ \frac{r_n}{k_P} \ln \left( \frac{r_n}{r_P} \right) + \frac{r_n}{k_N} \ln \left( \frac{r_N}{r_n} \right) \right. ; \quad \delta r_n = r_N - r_P \quad (21)$$

$$a_p = a_p^0 - a_S - a_N \quad (22)$$

c) para el volumen de control en fase sólida adyacente al que cambia de fase (ver figura 3):

$$a_S T_S + a_P T_P = a_p^0 T_p^0 - a_N T_{mp} \quad P = M \quad (23)$$

$$a_N = -2\pi \frac{r_n k_n}{\delta r_n} ; \quad k_N = \delta r_n \left/ \frac{r_n}{k_P} \ln \left( \frac{r_n}{r_P} \right) + \frac{r_n}{k_N} \ln \left( \frac{S(t)}{r_n} \right) \right. ; \quad \delta r_n = S(t) - r_P \quad (24)$$

Los coeficientes  $a_S$  y  $a_p^0$  se calculan con (19) y (20). Nótese que las relaciones (24) dependen de la posición del frente de solidificación  $S$ , en el paso de tiempo presente. Para determinar el campo de temperaturas es necesario realizar una estimación del frente de solidificación. La posición del frente se calcula por medio de la ecuación (5), que una vez discretizada toma la forma:

$$k_N \frac{T_{mp} - T_M}{S(t) - r_M} - h_f (T_{mp} - T_f) = \rho_{as} L \frac{S - S^0}{\Delta t} \quad (25)$$

Esta expresión puede reordenarse, quedando la siguiente ecuación cuadrática:

$$A S^2 + B S + C = 0 \quad (26)$$

$$A = \frac{\rho_{as} L}{\Delta t} ; \quad B = h_f (T_{mp} - T_f) - \frac{\rho_{as} L}{\Delta t} (S^0 - r_M)$$

$$C = \left[ \frac{\rho_{as} L}{\Delta t} S^0 - h_f (T_{mp} - T_f) \right] r_N - k_N (T_{mp} - T_M)$$

De las dos raíces,  $S$  es tal que debe satisfacer  $(S(t) - r_M) > 0$ .

d) la temperatura de los volúmenes líquidos no son incógnitas del problema, que se supone constante, igual a  $T_f$ .

Para un dado paso de tiempo, las etapas del algoritmo son las siguientes:

1. Para la primera iteración se realiza una estimación de la posición del frente de solidificación por extrapolación lineal de las dos posiciones anteriores.
2. Con este valor de  $S$ , se resuelve el sistema de ecuaciones.
3. Se actualiza la posición del frente de solidificación a través de la solución de la ecuación (26).
4. Nueva iteración y resolución del sistema, hasta satisfacer un dado criterio de convergencia.
5. Nuevo paso temporal, repitiendo a partir de 1.

### Inicialización del algoritmo de cálculo.

Cuando la solidificación se produce debido a un salto de temperatura es conveniente inicializar el algoritmo a partir de una solución analítica [3, 5]. A fin de estimar la distribución de temperatura y la posición del frente de solidificación para los primeros instantes, se supone que tanto la vaina como el baño se comportan como dos medios semiinfinitos [6]. Para este tipo de problemas en [5] se sugiere partir de la solución analítica en la cual el acero líquido se encuentra a la temperatura de fusión. La solución correspondiente se detalla en [7].

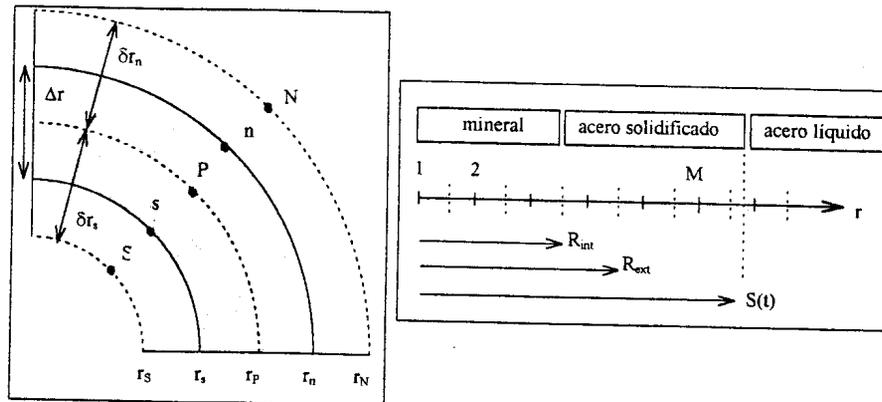


Fig.2. Discretización del dominio en volúmenes de control

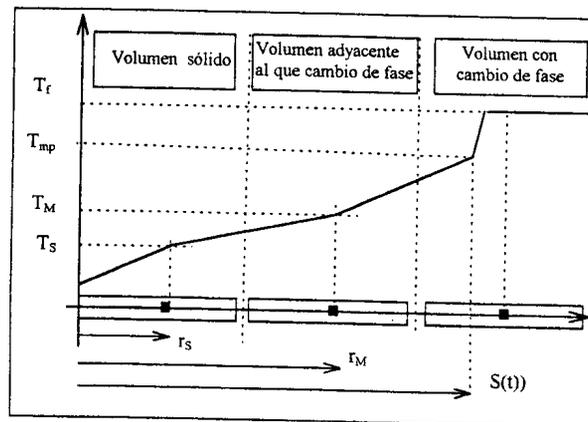


Fig.3.: Aproximación lineal de la distribución de temperatura en la región de cambio de fase y en los volúmenes en fase sólida adyacentes

## RESULTADOS OBTENIDOS

A fin de validar el modelo presentado en las secciones precedentes, se comparan sus resultados con mediciones experimentales y con otro modelo numérico análogo, descrito en [2]. La experiencia consiste en la fusión de una vaina, de diámetro exterior 17 mm y espesor 2.5 mm, que se mueve transversalmente dentro de una cuchara. La dependencia del tiempo de fusión, con respecto al sobrecalentamiento del baño, se muestra en la figura 4 para una velocidad de 1 m/s. Por su parte, la figura 5 ilustra el tiempo de fusión en función de la velocidad de la vaina, para una temperatura del acero líquido de 1600 °C. De estas gráficas se concluye que la concordancia entre ambos modelos y la experiencia es satisfactoria.

A continuación, se analiza la fusión de vainas rellenas con SiCa, que se emplean en la industria local. Los cálculos corresponden a un espesor de 0.4 mm y un diámetro exterior de 13, 16, y 21 mm, respectivamente. Se consideró un rango de velocidades de 1 a 5 m/s y de sobrecalentamientos del baño de 30 °C, 50 °C, 70 °C y 100 °C.

La figura 6 resume los resultados obtenidos. De estas gráficas se deduce que un sobrecalentamiento de 30 °C resulta insuficiente para fundir el envainado a una profundidad adecuada. En la práctica se busca que el mineral sea liberado lo más profundamente dentro de la cuchara, pero para este caso, la profundidad de penetración supera la altura promedio del acero en el recipiente, que puede estimarse de 3.5 a 4 m, para cucharas de 190 a 200 tn de acero. Para 100 °C, la liberación del mineral es muy temprana. Un sobrecalentamiento entre 60 °C y 70 °C fundiría el envainado a una profundidad adecuada. Se observa también que los resultados no dependen fuertemente de la velocidad de inmersión.

La figura 7 compara la profundidad de penetración de los tres envainados, para una dado sobrecalentamiento. El aumento del diámetro exterior tiene mayor influencia para valores bajos de la velocidad de inyección y del sobrecalentamiento, produciendo un incremento del mismo. A medida que estas dos variables crecen simultáneamente, el efecto disminuye notoriamente.

En la figura 8 se presenta un ejemplo de cómo se modifican los resultados al variar el espesor de la vaina. Un aumento del 80% (de 0.4 a 0.72 mm) modifica la penetración de un 2,65 a 4 m, a la velocidad de 1 m/s, y de 3 a 4.90 m, a la velocidad de 5 m/s.

La evolución del espesor del envainado, con un rápido crecimiento durante los instantes iniciales de la inyección se ilustra en la figura 9.

## CONCLUSIONES

En este trabajo se describió un modelo numérico para analizar la fusión de minerales envainados que se introducen en una cuchara con acero líquido. El tiempo de fusión de las vainas y la profundidad a la cual los minerales son liberados dependen de las dimensiones de la misma (diámetro y espesor), del sobrecalentamiento del metal líquido y de la velocidad de inyección. De este conjunto de variables, el sobrecalentamiento es el que tiene mayor influencia en el tiempo del proceso.

Generalmente, la máxima penetración está fijada, a priori, por las dimensiones de la cuchara y el sobrecalentamiento del baño, por el tipo de tratamiento metalúrgico. En consecuencia, deben seleccionarse las dimensiones y la velocidad de inyección en función de estos parámetros, de manera que la adición de los elementos aleantes resulte eficiente. Por medio de la simulación numérica pueden analizarse diferentes combinaciones, generando ábacos de operación que permitan identificar aquellas que aseguren un adecuado control del proceso en cada planta en particular.

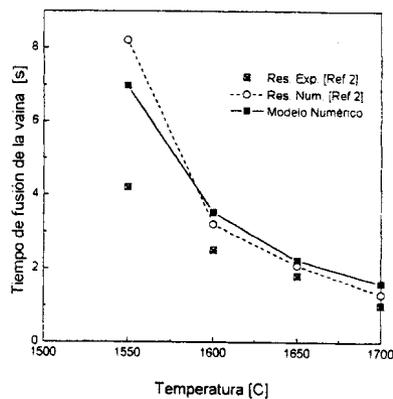


Fig.4: Influencia de la temperatura del acero en el tiempo de fusión  
Aleación : SiCa  
Espesor de la vaina : 2.5 mm  
Velocidad de inyección : 1 m/s

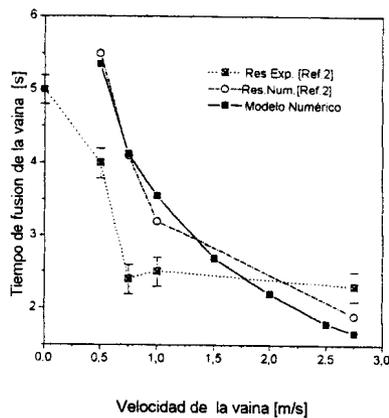


Fig.5: Influencia de la de la velocidad de la vaina en el tiempo de fusión  
Aleación : SiCa  
Espesor de la vaina : 2.5 mm  
Temperatura del acero líquido : 1600 C

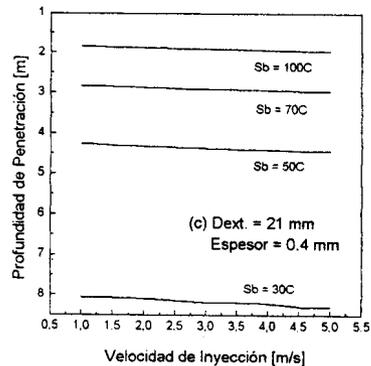
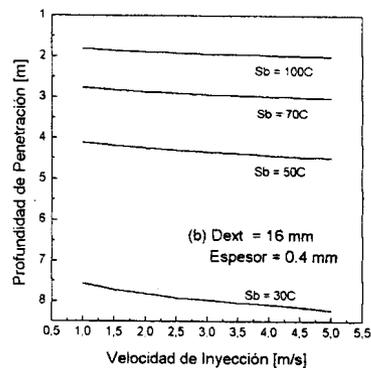
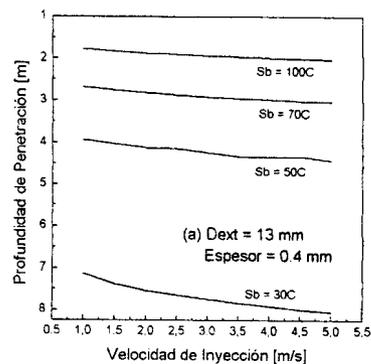


Fig.6 : Variación de la profundidad de penetración en función de la velocidad de inyección

Temperatura de liquidus: 1495 C  
Sobrecalentamiento: Sb

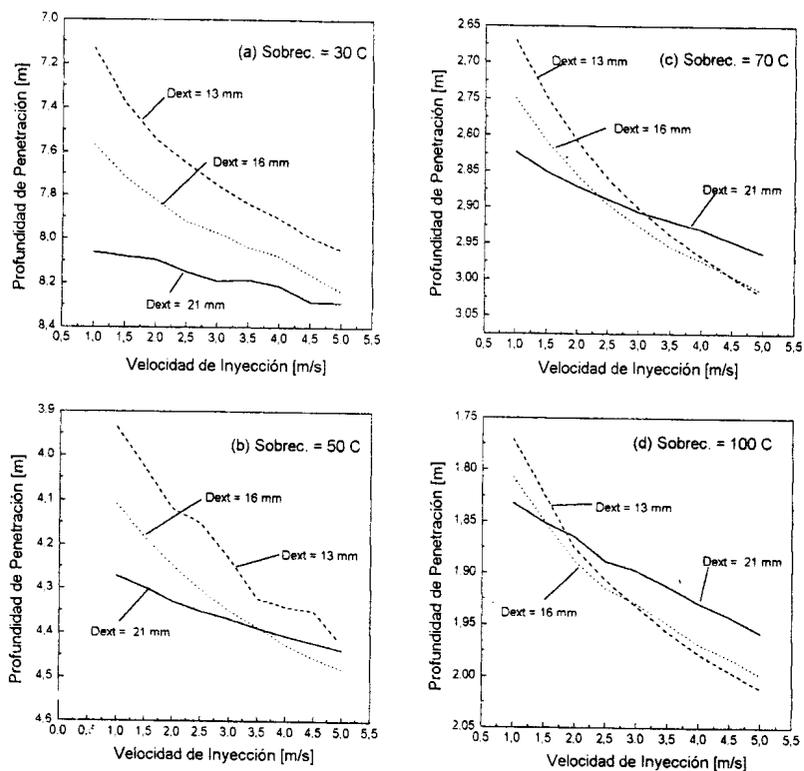


Fig. 7: Comparación de la profundidad de penetración en función de las dimensiones de la vaina para diferentes sobrecalentamientos del acero líquido

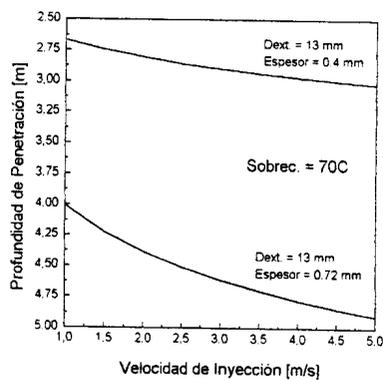


Fig.8: Comparación de la profundidad de penetración de dos vainas con distinto espesor e igual diámetro exterior

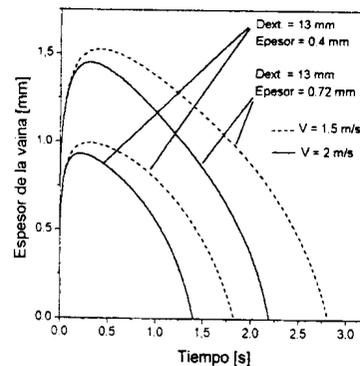


Fig.9: Variación del espesor de la vaina en función del tiempo Sobrecalentamiento: 70 C

## REFERENCIAS

- [1] Lee Y. E., *A model study of CaSi cored wire injection*. Proceeding of the CIM 1990, Proceeding of International Symposium on developments in Ladle Steelmaking and continuous casting. G.D. Lawson, 1990., págs 154-168.
- [2] Rebière M., Y Fautrelle and Y. Du Terrail, *Models and experiments on core wire dissolution in ladle metallurgy*. 6th Int. Conf. on Refining Processes, Scanningject VI, Lulea, Sweden, 1992, págs. 267-283.
- [3] Clavier L. , E.Arquis, J.P. Caltagirone and D.Gobin, *A fixed grid method for the numerical solution of phase change problems*, Int. J.Numer. Methods Eng., Vol.37, 1994, págs.4247-4261.
- [4] Patankar S. V. *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow*. Hemisphere Publishing Corporation. USA 1980.
- [5] Sparrow E. M. and W. Chuck, *An implicit/explicit numerical solution scheme for phase change problems*, Numerical Heat Transfer, Vol.7, 1984, págs 1-15.
- [6] Szekely J. and N. Themelis. *Rate Phenomena in Process Metallurgy*. John Wiley & Sons Ltd., New York, 1971.
- [7] Carslaw H.S. and J.C. Jaeger. *Conduction of Heat in Solids*. Clarendon Press, Oxford, 1959.

## NOMENCLATURA

$c_{m,as,al}(T)$ :	calor específico del material de relleno (m), acero sólido (as), acero líquido (al)
$h_f$ :	coeficiente de transferencia térmica pelicular entre en la interfae sólido-líquido
$k_{m,as}(T)$ :	conductividad térmica del material de relleno (r), acero sólido (as)
$L$ :	calor latente de fusión
$Nu$ :	número de Nusselt
$M$ :	número de incógnitas de temperatura
$Pr$ :	número de Prandtl
$r$ :	coordenada radial
$Re$ :	número de Reynolds
$R_{int}$ :	radio interior de la vaina de acero
$R_{ext}$ :	radio exterior de la vaina de acero
$S(t)$ :	posición instantánea del frente de solidificación
$t$ :	tiempo
$T(r, t)$ :	temperatura
$T_f$ :	temperatura del baño de acero
$T_o$ :	temperatura inicial de la vaina
$v$ :	velocidad de inmersión de la vaina
$X$ :	longitud característica
$\alpha_{m,as,al}$ :	difusividad del material de relleno (m), acero sólido (as), acero líquido (al)
$\Delta r$ :	incremento radial
$\Delta t$ :	paso de tiempo
$\Delta V$ :	volumen del elemento
$\rho_{m,as,al}(T)$ :	densidad del material de relleno (m), acero sólido (as), acero líquido (al)
$\mu_{al}$ :	viscosidad del acero líquido