

DETECCION DE FALLAS UTILIZANDO RESPUESTAS DINAMICAS

Rodrigo Pascual, Mario Razeto
Departamento de Ingeniería Mecánica
Universidad de Concepción
Casilla 53-C, Concepción, Chile

Jean Claude Golinval
LTAS, Universidad de Liège
21, Rue E. Solvay, C3, 4000 Liège, Bélgica

RESUMEN

La detección de fallas utilizando un modelo estructural se basa en la comparación de una medida apropiada de la discrepancia entre los resultados dinámicos analíticos y experimentales. Para llevar a cabo tal detección es necesario « expandir » las deformadas medidas experimentalmente (sean modos o funciones respuesta en frecuencia) para compararlas con las deformadas analíticas correspondientes. En este artículo se presenta una extensión al dominio de las respuestas dinámicas forzadas de un método de expansión/localización de error usado anteriormente con modos propios como entradas. La evaluación experimental se hace con un estructura tridimensional de vigas.

ABSTRACT

Health monitoring based on structural models considers the measurement of the discrepancies between predicted and measured dynamic behaviours. A first necessary step is the « expansion » of the measured dynamic shapes (mode shapes or FRFs) in order to compare them with their analytical counterparts. In this article a technique already used with mode shapes is extended to use FRF as inputs. Experimental testing is shown for a 3D beam frame.

1.INTRODUCCIÓN

Un proceso de ajuste de un modelo de elementos finitos pasa por varias etapas : Primero es necesario expandir las respuestas experimentales o reducir el modelo analítico para superar la incompatibilidad producto de la diferencia en la cantidad de grados de libertad de los modelos. Segundo, aplicar técnicas de correlación para medir la calidad de la simulación. Tercero, si los resultados no son lo suficientemente buenos, sigue la etapa de localización de error, que indica la zona de la estructura y las variables de diseño que deben ser corregidas. Cuarto, se realiza el ajuste mismo, que generará un nuevo modelo, y que será chequeado en la próxima iteración. Esquemáticamente se sigue la figura (1).

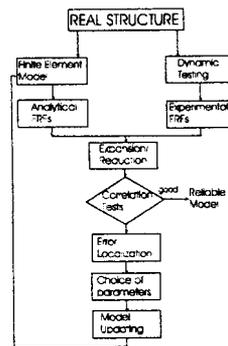


Fig 1. Esquema de un ajuste de modelos

Básicamente, hay dos clases de respuesta dinámica en una estructura: Los modos propios (y sus frecuencias naturales asociadas) y las funciones respuesta en frecuencia (FRFs). En un sistema conservativo las características modales de una estructura son solución de la ecuación homogénea:

$$[K]\{v\} = \omega_v^2[M]\{v\} \quad (1)$$

donde $[M]$ y $[K]$ son las matrices de masa y rigidez, respectivamente. Estas matrices son funciones de los parámetros estructurales tales como espesores de placa, momentos de inercia de vigas, módulos elásticos, etc.

Las FRFs corresponden a las respuestas dinámicas estacionarias que sufre una estructura cuando es sometida a una fuerza armónica de magnitud unitaria.

$$(-\omega^2[M] + [K])\{v\} = \begin{Bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 1 \\ \vdots \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (2)$$

En la estructura real es posible medir directamente las FRFs. Si se desea obtener las características modales de la misma, es necesario pasar por un proceso de identificación de parámetros (análisis modal).

En este artículo se tratarán dos fases de un ajuste basado en FRFs: la expansión y la localización del error. A tal efecto se extiende una técnica que ha sido usada con anterioridad con modos propios [1]. La estrategia de localización de error está directamente ligada a la expansión y su interpretación es «ingenieril» pues se trata de una energía de deformación residual. La principal ventaja del enfoque basado en FRFs es el ahorro del proceso de análisis modal.

2. METODO DE EXPANSION PROPUESTO

2.1. Bases teóricas

El principio de Hamilton aplicado a un sistema continuo (usando la hipótesis de movimiento armónico) puede expresarse como un problema variacional sobre las variables espaciales:

$$\delta(T_{\max} - V_{\max}) = 0 \quad (3)$$

donde

$$T_{\max} = \frac{1}{2} \int_V \rho \omega^2 \{v\}^T \{v\} dV \quad (4)$$

es la energía cinética calculada con el campo de desplazamientos $\{v\}$ asociado a las coordenadas cartesianas $\{x, y, z\}$

$$V_{\max} = U + P \quad (5)$$

es la energía potencial total resultante de la suma de la energía de deformación U de la estructura y la energía potencial P prescrita por las cargas (las fuerzas de cuerpo $\{\bar{X}\}$ y las tracciones de superficie $\{\bar{t}\}$).

La energía de deformación

$$U = \int_V W(\{\varepsilon\}) dV \quad (6)$$

es calculada utilizando el campo de deformaciones

$$\{\varepsilon\} = \{\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3, \gamma_{12}, \gamma_{23}, \gamma_{31}\}^T \quad \text{con} \quad \gamma_{ij} = \gamma_{ji} = \varepsilon_{ij} + \varepsilon_{ji} \quad (7)$$

el cual verifica la condición de compatibilidad

$$\{\varepsilon\} = [D]\{v\} \quad (8)$$

donde el vector de diferenciación espacial $[D]$ está definido como

$$[D]^T = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x_1} & 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial x_2} & 0 & \frac{\partial}{\partial x_3} \\ 0 & \frac{\partial}{\partial x_2} & 0 & \frac{\partial}{\partial x_1} & \frac{\partial}{\partial x_3} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial x_3} & 0 & \frac{\partial}{\partial x_2} & \frac{\partial}{\partial x_1} \end{bmatrix} \quad (9)$$

y el campo de desplazamientos $\{v\}$ verifica las condiciones de borde impuestas

$$\{v\} = \{\bar{v}\} \text{ en } S_v \quad (10)$$

La energía potencial de las cargas prescritas P se calcula a partir del campo de desplazamientos $\{v\}$:

$$P = - \int_V \{\bar{X}\}^T \{v\} dV - \int_{S_\sigma} \{\bar{t}\}^T \{v\} dS \quad (11)$$

donde S_σ representa la porción de la superficie donde se imponen tracciones.

Un principio variacional más general puede ser escrito en la forma

$$\delta(T_{\max} - V_{\max} + D) \quad (12)$$

donde

$$D = \int_V \{\lambda\}^T (\{\varepsilon\} - [D]\{v\}) dV + \int_{S_v} \{\mu\}^T (\{v\} - \{\bar{v}\}) dS \quad (13)$$

D es un potencial de dislocación que introduce los multiplicadores de Lagrange $\{\lambda\}$ y $\{\mu\}$ que relajan la ecuación de compatibilidad y los desplazamientos prescritos. $\{\lambda\}$ y $\{\mu\}$ también pueden ser interpretados como un campo de esfuerzos y un campo de tracciones de superficie, respectivamente.

En el principio general (12), los tres campos $(\{v\}, \{\varepsilon\}, \{\lambda\})$ están sujetos a variaciones independientes. Un principio con dos campos independientes es introducido por Fraeijs de Veubeke [2] asumiendo que los multiplicadores de Lagrange $\{\lambda\}$ verifican *a priori* las condiciones de equilibrio :

$$\left\{ \begin{array}{l} [D]^T \{\lambda\} + \rho \omega^2 \{v\} + \{\bar{X}\} = \{0\} \quad \text{in } V \\ \{\mu\} = [n]^T \{\lambda\} = \{\bar{t}\} \quad \text{on } S_\sigma \end{array} \right. \quad (14)$$

donde

$$[n]^T = \begin{bmatrix} n_1 & 0 & 0 & n_2 & 0 & n_3 \\ 0 & n_2 & 0 & n_1 & n_3 & 0 \\ 0 & 0 & n_3 & 0 & n_2 & n_1 \end{bmatrix} \quad (15)$$

es la matriz de cosenos directores sobre la superficie.

Entonces, integrando por partes, el principio general se reduce a

$$\delta F(\{\lambda\}, \{\varepsilon\}) = \delta \left(\int_V (\{\lambda\}^T \{\varepsilon\} - \mathcal{W}(\{\varepsilon\})) dV + \frac{1}{2} \int_V (\{\bar{X}\} + [D]^T \{\lambda\})^T \{v\} dV - \int_{S_\sigma} \{\lambda\}^T [n] \{\bar{v}\} dS_\sigma \right) \quad (16)$$

En este principio, solo los campos $\{\lambda\}$ y $\{\varepsilon\}$ están sujetos a variaciones. El campo $\{v\}$ no es independiente ya que está asociado a $\{\lambda\}$. La aplicación del principio también se puede expresar como

$$\min \int_V \|\{\sigma\} - \{\lambda\}\| dV \quad (17)$$

Si se considera que $\{\bar{v}\}$ son los desplazamientos experimentales medidos, $\{v\}$ corresponderá al campo experimental expandido, sobre el cual se imponen las condiciones de compatibilidad y la ley constitutiva

$$\{\sigma\} = [H] \{\varepsilon\} \quad (18)$$

$$\{\varepsilon\} = [D] \{v\} \quad (19)$$

donde $[H]$ es la matriz de Hooke de coeficientes elásticos.

De la misma manera, se define un campo *ficticio* de desplazamientos $\{u\}$ asociado a $\{\lambda\}$ que cumple las relaciones

$$\{\lambda\} = [H] \{\varepsilon^*\} \quad (20)$$

$$\{\varepsilon^*\} = [D]\{u\} \quad (21)$$

Los campos $\{\lambda\}$ y $\{v\}$ verifican *a priori* las ecuaciones de equilibrio, sin embargo el campo $\{u\}$ es diferente del campo $\{v\}$ dado que las ecuaciones constitutivas no son verificadas *a priori* ($\{\lambda\} \neq \{\sigma\}$). Escrito en términos de desplazamientos el problema toma la forma

$$\min \int_V \|[H][D](\{u\} - \{v\})\| dV \quad (22)$$

2.2. Aplicación a un problema discretizado

La discretización de los campos de desplazamiento impone

$$\begin{aligned} \{u(\{x\})\} &= [N(\{x\})]\{U\} \\ \{v(\{x\})\} &= [N(\{x\})]\{V\} \end{aligned} \quad (23)$$

donde $[N(\{x\})]$ es la matriz de funciones de forma; $\{V\}$ y $\{U\}$ son los vectores en las coordenadas generalizadas del modelo de elementos finitos de la estructura.

Si la métrica $[H]^{-1}$ es usada, la condición (17) es equivalente a buscar el mínimo de la energía residual

$$\min (\{U\} - \{V\})^T [K](\{U\} - \{V\}) \quad (24)$$

sujeto a

$$[K]\{U\} = \omega^2 [M]\{V\} + \{g\} \quad (25)$$

y

$$(\{V_1\} - \{\bar{V}\})^T (\{V_1\} - \{\bar{V}\}) = 0 \quad (26)$$

donde

$[K]$ es la matriz de rigidez del sistema discretizado

$[M]$ es la matriz de masa,

$\{g\}$ es el vector de fuerzas generalizadas

$\{V_1\}$ es la partición de $\{V\}$ correspondiente a los grados de libertad medidos

$\{\bar{V}\}$ es el vector medido

Si se toma en cuenta que $\{\bar{V}\}$ siempre tiene ruido, es aconsejable relajar la condición (26), añadiendo un segundo término a (24):

$$\min (\{U\} - \{V\})^T [K](\{U\} - \{V\}) + \alpha (\{V_1\} - \{\bar{V}\})^T [K_{red}](\{V_1\} - \{\bar{V}\}) \quad (27)$$

donde

α es un factor de confianza en las mediciones y
 $[K_{red}]$ es la matriz de rigidez reducida.

La ecuación (27) permite una implementación con bajo costo computacional pues los vectores expandidos pueden ser aproximados por combinaciones lineales de la base modal truncada del modelo. Ello reduce considerablemente el número de incógnitas al resolver el problema de minimización. Otra aproximación que es posible realizar es aproximar la flexibilidad estática $[K]^{-1}$ con la misma base modal.

Una importante observación es que todo el desarrollo se realiza sobre modelos conservativos. En la práctica la disipación de energía está siempre presente, sin embargo sus efectos solo son importantes en las proximidades de las resonancias. Así pues es necesario utilizar un criterio de selección de frecuencias, de modo de utilizar aquellas lo « suficientemente » alejadas de una resonancia.

2.3. Localización de error

Las técnicas de localización de error buscan detectar los lugares de la estructura que son responsables de la discrepancia entre los resultados analíticos y experimentales. La calidad del proceso depende fuertemente de la expansión previa y de la distribución energética de la información utilizada.

Se propone medir los errores cuantificando localmente la energía residual (elemento a elemento o subestructura a subestructura). El error para la subestructura s estará dado por :

$$e_s = (\{U\} - \{V\})^T [K_s] (\{U\} - \{V\}) \quad (28)$$

Como se puede apreciar el indicador de energía residual está estrechamente relacionado al método de expansión propuesto.

2.4. Comparación con otros métodos de expansión

Es fácil demostrar que Hemez [3], expande resolviendo:

$$\min (\{U\} - \{V\})^T [K]^2 (\{U\} - \{V\}) \quad (29)$$

y Alvin [4],

$$\min (\{U\} - \{V\})^T (\{U\} - \{V\}) \quad (30)$$

ambos sujetos a las condición (26).

3. INTERVALOS DE FRECUENCIAS A UTILIZAR EN LA LOCALIZACION DE ERROR

En [5] se presenta el Frequency Domain Assurance Criterion. FDAC que establece la correlación entre las FRF y estima el corrimiento en frecuencias que se produce entre un sistema de referencia (la estructura experimental) y uno perturbado (un modelo de EF no ajustado), que se grafica en figura 2.

$$FDAC(\omega_a, \omega_x, j) = \frac{\{H_a(\omega_a)\}_j^T \{H_x(\omega_x)\}_j}{\left| \{H_a(\omega_a)\}_j \right| \left| \{H_x(\omega_x)\}_j \right|} \quad (31)$$

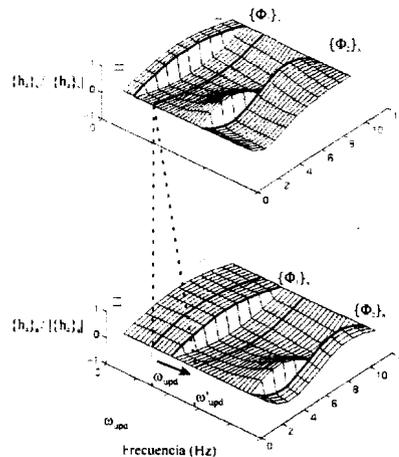


Fig 2. Corrimiento de las FRF en una viga

- j corresponde a la columna medida la matriz de flexibilidad dinámica $[H]$;
 ω_a corresponde a la frecuencia a la cual $\{H_a\}_j$ es calculada ;
 ω_x corresponde a la frecuencia a la cual la FRF fué medida experimentalmente.

Si la ecuación (32) es evaluada para un cierto rango de frecuencias en el modelo y para todas las frecuencias medidas, se tendrá la matriz *FDAC*. Los valores de *FDAC* están limitados al intervalo $[-1,1]$. Valores cercanos a 1 indican que las deformadas son similares en forma y que ambos vectores están en fase.

Para hallar la frecuencia experimental asociada a ω_a se propone utilizar aquella que maximice la correlación y la fase entre las FRFs; entonces el corrimiento en frecuencia a ω_a será la diferencia :

$$\Delta\omega_{SHIFT}(\omega_a) = \omega_x^* - \omega_a \quad (32)$$

donde ω_x^* es la frecuencia a la cual $FDAC(\omega_a)$ alcanza su máximo para todas las frecuencias medidas.

4. EVALUACIÓN EXPERIMENTAL

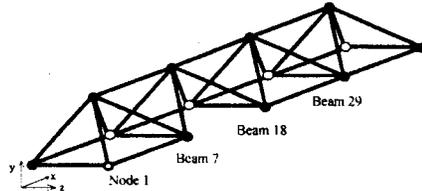


Fig 3. Estructura experimental

El objetivo de la experiencia es validar la técnica de detección de fallas propuesta, y comparar los resultados con el enfoque modal. Para ello se construyó una estructura tridimensional de vigas (figura 3) y se removió una de sus vigas (N°18). El modelo de elementos finitos mantiene todas las vigas intactas, así pues se espera que el indicador de energía residual muestre los valores más altos en esa subestructura. Las características generales del ensayo se dan en Tabla I.

El modelo se considera aceptablemente bueno pues la base modal analítica está cercana a la experimental según se ve en la figura 4 con el MAC [3]. Es de notar la ausencia del primer modo experimental.

En la figura 5 se presenta la matriz FDAC. Se aprecia que el modelo es de buena calidad también en el espacio de las FRFs pues la correlación es buena. Las zonas más claras indican alta correlación y fase. Los puntos de máxima correlación a cada frecuencia (ω_i^*) se muestran como puntos negros. La fuerte influencia de los modos locales ausentes en el modelo, después de los 150 Hz, baja fuertemente la correlación por lo que la banda superior de frecuencias no es utilizada a efectos de detección de fallas. La localización de error usando el rango 10-150 Hz se muestra en Figura 6, donde se muestra el indicador de energía para cada viga y para cada frecuencia. A fines comparativos, la energía residual sobre toda la estructura para cada frecuencia fue normada a 1. Se puede apreciar que prácticamente en todo el espectro la barra removida concentra altos valores relativos de energía residual. La zona de alta densidad modal (20-45 Hz) muestra pobres resultados. Ello puede ser explicado por la importancia de la amortiguación. Cierta dispersión es observada a las vigas que rodean a la que falta, e.d., las vigas 7 y 29.

El promedio y la desviación standard de la energía residual normalizada para todo el espectro se muestra en la figura 7. La barra 18 es claramente una fuente de error para el modelo. Un análisis similar cuando se utilizan los modos se presenta en las figuras 8 y 9. Se aprecia que solo algunos modos han detectado correctamente la falla del modelo.

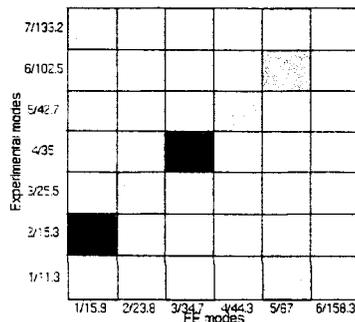


Fig 4. MAC

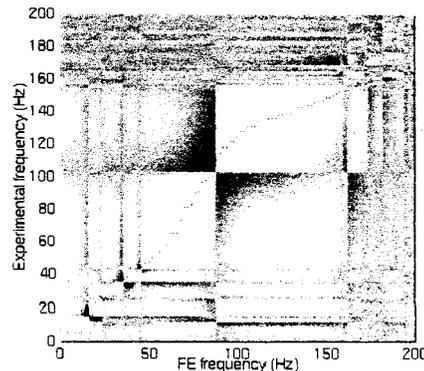


Fig 5. FDAC

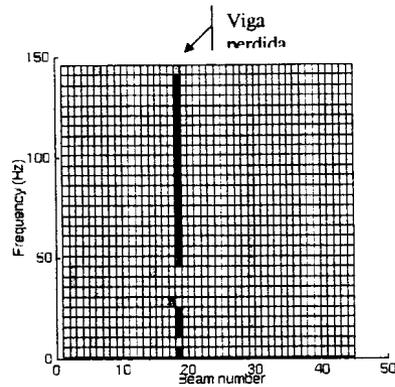


Fig. 6. Energía potencial residual normalizada (FRFs)

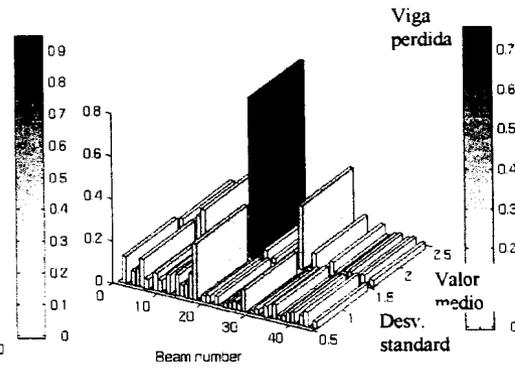


Fig. 7. Variables estadísticas de localización (FRFs)

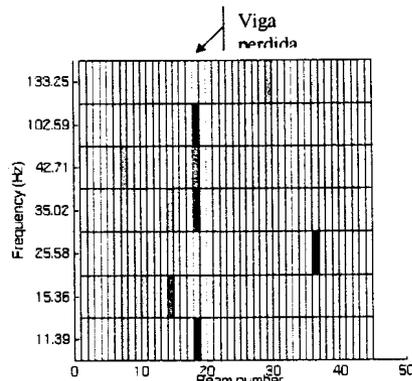


Fig. 8. Energía potencial residual normalizada (modos propios)

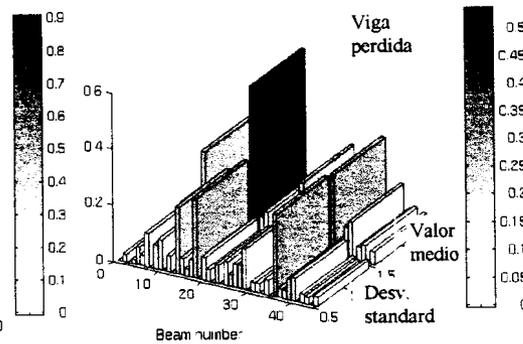


Fig. 9. Variables estadísticas de localización (modos propios)

Tabla I. Descripción sumaria del ejemplo

Estructura	
longitud	2.82 m
Nº nodos instrumentados	45 (en el centro y en los extremos de cada viga)
Nº grados de libertad medidos	135 (acelerómetros triaxiales)
rango de frecuencias excitado	0-200 Hz
Nº frecuencias	1024
excitación	monoexcitación en nodo nº1, dirección y
Modelo EF	SAMCEF
Características	192 elementos, 1044 grados de libertad
Análisis modal	LMS-Cada-x

5. CONCLUSIONES

Se ha presentado un método de expansión de respuestas dinámicas basado en el comportamiento derivado de los principios variacionales utilizados en análisis estructural, con el método de los elementos finitos.

La aplicación del método descrito a una estructura tridimensional de vigas ha permitido localizar el error dominante en el modelo. Para el caso presentado, la aplicación de la técnica utilizando FRFs se ha revelado tanto o más eficiente que si se utilizan los modos propios identificados.

6. BIBLIOGRAFÍA

- [1] Collignon, P., Golinval, J.C., (1996), «**Comparison of model updating methods adapted to local error detection**», *21th Intl. Sem. Modal Anals, Leuven, Bélgica.*
- [2] Fraeijs de Veubeke (1965), «**Displacement and equilibrium models in finite element method**», *Stress analysis, Ed. Zienkiewicz, John Wiley, Chap. 9.*
- [3] Allemang, R., Brown, D., (1982), «**A correlation coefficient for modal vector analysis**», *1st Intl. Modal Anal. Conf., Orlando, Florida, pp 110 - 116.*
- [4] Alvin, K.F., (1996). «**Finite element model update via bayesian estimation and minimization of dynamic residuals**», *XIV Intl. Modal Anal. Conf., Orlando, Dearborn, Michigan, pp 561-567.*
- [5] Pascual, R., Golinval, J.C., Razeto, M., (1997), «**A frequency domain correlation technique for model correlation and updating**», *15th Intl. Modal Anal. Conf., Orlando, Florida, pp 587-592.*