

ESTUDIO DE PREDICCIONES COMPUTACIONALES 2D Y 3D DE PROCESOS DE FALLA EN HORMIGÓN

R. Lorefice⁽¹⁾ y G. Etse⁽²⁾

(1) Universidad Nac. de Sgo. del Estero, Belgrano(S) 1912, 4200 Sgo.

(2) Universidad Nac. de Sgo. del Estero. CONICET.

RESUMEN.

Este trabajo se refiere al análisis computacional tridimensional y bidimensional de comportamiento de falla de elementos de hormigón en compresión. Primeramente, se plantean las ecuaciones constitutivas del modelo tridimensional desarrollado basado en la teoría del Flujo Plástico y en conceptos de energía de fractura para la formulación de ablandamiento. El análisis numérico incluye la comparación de las predicciones obtenidas con elementos finitos isoparamétricos lineales y parabólicos.

ABSTRACT.

This work deals with the computational analysis of 2D and 3D concrete elements in compression. Firstly, the constitutive equations of an elastoplastic model for concrete are presented which are based on fracture energy concepts. Then, the numerical analysis are presented to compare the predictions of failure behavior in 2D and 3D.

1. INTRODUCCION.

Es sabido que el comportamiento de respuesta y, en particular, la forma de falla del hormigón es altamente sensible al estado tensional al que es sometido durante historias de carga bajo control de tensiones o de deformaciones. Más aún, tales estados tensionales involucran en la gran mayoría de los casos una marcada tridimensionalidad la cual ejerce una fuerte influencia en el comportamiento del material tanto en el régimen de prepico como en el de pospico, en el cual se desarrolla el fenómeno de localización de deformaciones.

La gran mayoría de los estudios computacionales de procesos de falla en hormigón que encontramos en la literatura fueron llevados a cabo mediante simplificaciones bidimensionales (estado plano de deformaciones, estado plano de tensiones o estado axialsimétrico) de los estados tensionales a que es sometido el material. En este estudio se presenta un modelo elastoplástico tridimensional para hormigón que resulta de una generalización de la formulación bidimensional desarrollada por Etse y Willam, conocida como el "Modelo Extendido de Leon".

Luego de analizar los aspectos generales del modelo tridimensional, así como las consideraciones para la implementación numérica del mismo, se realiza un estudio de las predicciones de falla de elementos de hormigón sometidos a compresión. Los resultados incluyen análisis comparativos con las predicciones obtenidas por el modelo bidimensional.

2. EL MODELO TRIDIMENSIONAL DE LEON.

2.1- Condición de Fluencia y Criterio de Máxima Resistencia.

La formulación constitutiva para hormigón usada en este estudio, el Modelo Tridimensional de Leon, resulta de una extensión de la formulación bidimensional desarrollada por G. Etse y K. Willam (1994). Se basa en la teoría del flujo de la plasticidad e incluye una formulación isotrópica de endurecimiento y ablandamiento en el régimen de pre y postpico respectivamente que involucra conceptos de Mecánica de Fractura. Los estados tensionales que activan el régimen de ablandamiento son aquellos situados por debajo del punto de transición entre el comportamiento frágil y el comportamiento dúctil, ver Hurlbut (1985) y Etse (1992).

La superficie de fluencia del modelo para los estados de ablandamiento y endurecimiento es

$$F = \left[\frac{1 - k^2}{f_c'^2} \left(p + \frac{\rho \cdot g(\theta)}{\sqrt{6}} \right)^2 + \frac{\rho \cdot g(\theta)}{f_c'} \right]^2 + \frac{k^2 \cdot m}{f_c'} \cdot \left(p + \frac{\rho \cdot g(\theta)}{\sqrt{6}} \right) - k^2 \cdot c = 0 \quad (1)$$

en la cual p , ρ y θ denotan las coordenadas del espacio de tensiones de Haigh-Westergard, f_c' representa la resistencia uniaxial de compresión y la función $g(\theta)$ describe la variación de la resistencia deviatorica $\rho = \rho(\theta)$ como una función del ángulo de Lode en analogía con la aproximación elíptica del modelo de 5 parámetros de Willam y Wranke (1974). El crecimiento de la superficie de carga es controlado por el parámetro k , el cual varía entre 0.1 y 1. El valor $k = 0.1$ define el límite elástico inicial y el valor $k = 1$ indica que la envolvente de falla ha sido alcanzada. La evolución del parámetro k a medida que se incrementan las deformaciones plásticas viene dada por la siguiente función elíptica

$$k = k_0 + (1 - k_0) \cdot \sqrt{k_h \cdot (2 - k_h)} \quad (2)$$

donde k_h es una medida de la ductilidad cuya ley de evolución se define de la forma

$$k_h = \frac{\lambda}{x_p} \cdot \partial Q / \partial \sigma \quad (3)$$

en la cual λ es el parámetro de consistencia plástica, Q es la función Potencial Plástico, σ el tensor de tensiones y el parámetro x_p introduce el efecto del nivel de confinamiento a través de una función empírica de la presión hidrostática

$$x_p = A_h \left(\frac{p}{2 \cdot f_c'} \right)^2 + B_h \left(\frac{p}{2 \cdot f_c'} \right) + C_h \quad (4)$$

Los valores de A_h , B_h y C_h son calibrados por medio de tres experimentos: el ensayo directo de tracción, y los ensayos triaxiales de compresión con bajo y alto confinamiento.

2.2-Formulación de Ablandamiento basada en Mecánica de Fractura.

- 2.2.1- El comportamiento en ablandamiento se inicia con la fisuración del hormigón debido a una excesiva tensión de tracción o un bajo nivel de confinamiento en compresión. A partir de la aparición de estas fisuras, el material no puede ser considerado como continuo. La degradación de la resistencia es controlada por el parámetro de cohesión $1 \leq c \leq 0$. Cuando $c = 0$, el material se considera completamente

fracturado y solo exhibe una resistencia residual friccional, similar a los materiales granulares cohesivos. La relación entre la decohesión del material y la resistencia uniaxial a la tracción se expresa como

$$c = \frac{\sigma_t}{f'_t} \quad (5)$$

donde σ_t es la tensión de tracción. La degradación de la resistencia a la tracción se expresa en términos del desplazamiento de apertura de fisura u_f . De acuerdo con las observaciones experimentales realizadas por Hurlbut, esta relación puede ser descrita por medio de una ley exponencial decreciente

$$\sigma_t = f'_t \cdot \exp \left\{ \frac{-5 \cdot u_f}{u_r} \right\} \quad (6)$$

donde u_r es el desplazamiento de ruptura correspondiente a la resistencia residual cero. El concepto de deformaciones plásticas en ablandamiento supone una tasa de liberación de energía de fractura constante. Para considerar esto, se debe realizar una adecuada homogeneización de la zona donde se localiza la falla. En el caso de Modo I de fractura, esto corresponde al modelo de fractura compuesta desarrollado por Willam et. al. (1984), en el cual la propagación de la tensión de fractura dentro de un volumen elemental es descrita en términos de un proceso de ablandamiento plástico equivalente.

Aquí se considera la liberación de energía que ocurre al formarse una fisura de tracción a lo largo de la superficie A_t

$$dG_f^I \cdot A_t = \int_{A_t} \sigma_t \cdot du_f \cdot dA \quad (7)$$

Cabe destacar aquí que la dirección del flujo plástico es influenciada fuertemente por la tridimensionalidad del tensor de deformaciones ε . Esto se debe a que para el caso tridimensional también las deformaciones ubicadas fuera del plano de rotura influyen en el mecanismo de falla y por lo tanto deben ser tenidas en cuenta en el cálculo de las deformaciones principales que controlan el valor de la deformación plástica equivalente $\bar{\varepsilon}_f$. Contrariamente, en el caso de tensión plana, el tensor de deformaciones no es plano debido a la aparición de la deformación ε_z . Esta no toma valores arbitrarios sino que depende de las tensiones en el plano y, en el caso de compresión, es de tracción. Esto no es necesariamente así para una situación full 3D donde su valor es inferior al de tensión plana. Finalmente en situación de deformación plana, se introduce un confinamiento espíreo al imponer $\varepsilon_z = 0$. Estas diferencias inciden en el comportamiento de respuesta del hormigón en ablandamiento debido a que éste es controlado por el criterio de apertura de fisura, es decir, por valores positivos de las deformaciones principales. Para Modo II de Fractura el modelo conlleva a un proceso de homogeneización similar al de Modo I. Ahora se considera la energía disipada durante la formación de una banda de corte con área A_s y espesor h_s

$$dG_f^{II} \cdot A_s = \int_{A_s} \rho_f \cdot du_s \cdot dA \quad (8)$$

En este caso ρ_f denota la degradación de la resistencia al corte y u_s el desplazamiento de apertura de fisura en Modo II de Fractura. La relación entre ρ_f y u_s puede expresarse en forma similar a la ecuación (6)

$$\rho_f = \rho_s \exp \left\{ -5 \cdot \frac{u_s}{u_r} \right\} \quad (9)$$

2.2.2- Longitud Característica . Los conceptos de Mecánica de Fractura delineados anteriormente involucran una longitud característica la cual juega un rol fundamental en el análisis por elementos finitos . En el caso de tracción uniaxial ésta se define como la altura del volumen elemental en la dirección normal a la de formación de la grieta de tracción. De observaciones experimentales se deduce que en el caso de compresión puede ser aproximadamente evaluada en términos de la relación entre las energías de fractura liberadas en tracción uniaxial (Modo I de Fractura) y en corte (Modo II de Fractura) como

$$G_f^I \cdot \Delta A_c = G_f^{II} \cdot \Delta A_t \implies \Delta A_c = G_f^{II} \cdot \Delta A_t / G_f^I \quad (10)$$

de lo anterior sigue que la longitud característica en el caso de compresión, h_c es

$$h_c = \frac{V}{A_c} = \frac{G_f^I \cdot V}{G_f^{II} \cdot A_t} = \frac{G_f^I \cdot h_t}{G_f^{II}} \quad (11)$$

La relación entre energías de fractura determinada por medio de experimentos es expresada como una función del nivel de confinamiento, la resistencia uniaxial a la tracción y la de compresión

$$\frac{G_f^I}{G_f^{II}} = A \left[\left(p - \frac{f_t}{3} \right) \frac{4.1}{f_c} \right]^4 + B \left[\left(p - \frac{f_t}{3} \right) \frac{4.1}{f_c} \right]^2 + 1 \quad (12)$$

Los factores A y B se calibran a partir de ensayos de compresión con bajo y alto confinamiento. Dado que el Modelo de Leon Tridimensional se basa en el concepto de fisura difusa rotativa, proponemos que para el caso full 3D la longitud característica se defina como

$$h_c = (Vol)^{1/3} \quad (13)$$

con lo cual se busca regularizar el comportamiento de pospico, el cual, como se sabe, es fuertemente dependiente de la discretización adoptada .

3. INTEGRACIÓN DE LA ECUACIÓN CONSTITUTIVA.

Las ecuaciones constitutivas elastoplásticas de un amplio espectro de materiales pueden ser descriptas de la forma

$$\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ij}^e + \varepsilon_{ij}^p \quad (14)$$

$$\sigma_{ij} = E_{ijkl}(\varepsilon_{kl} - \varepsilon_{kl}^p) \quad (15)$$

$$d\varepsilon_{ij}^p = d\lambda \frac{\partial Q}{\partial \sigma_{ij}} = d\lambda m_{ij}(\sigma_{ij}, q_*) \quad (16)$$

$$dq_* = d\lambda h_*(\sigma_{ij}, q_*) \quad (17)$$

donde, ε_{ij} , ε_{ij}^e y ε_{ij}^p denotan el total, la parte elástica y la parte plástica respectivamente del tensor de deformaciones. σ_{ij} el tensor de tensiones de Cauchy, m_{ij} la dirección del flujo plástico y q_* las variables internas de estado. El parámetro h_* representa el módulo plástico y $d\lambda$ es el parámetro de consistencia plástica. El criterio de carga -descarga se expresa a través de las condiciones de Kuhn-Tucker

$$F(\sigma_{ij}, q_*) \leq 0; \quad d\lambda \geq 0; \quad Fd\lambda = 0 \quad (18)$$

Para la integración de las ecuaciones constitutivas se ha considerado el Método de Retorno de Euler (M.R.E.), el cual es incondicionalmente estable y garantiza la solución en el caso de superficies de fluencia convexa. En este método el gradiente m es evaluado en el estado final de tensiones. De esta manera, la aplicación del M.R.E. en el paso $n+1$ a la ecuación (15) conduce a

$${}^{n+1}\sigma_{ij} = {}^{pred}\sigma_{ij} - \lambda E_{ijkl} \frac{\partial Q}{\partial \sigma_{kl}} \Big|_{n+1} = {}^{pred}\sigma_{ij} - \lambda E_{ijkl} {}^{n+1}m_{kl} \quad (19)$$

donde ${}^{pred}\sigma_{ij} = E_{ijkl}\varepsilon_{kl}$ es el predictor elástico, Q el Potencial Plástico y ${}^{n+1}m_{kl}$ es el gradiente de la función Potencial Plástico.

La solución del problema implícito generado se encuentra mediante un proceso iterativo hasta satisfacer el criterio de convergencia adoptado para la ecuación del residuo de tensiones.

4. ANÁLISIS COMPUTACIONAL.

En esta sección se analiza la capacidad predictiva del modelo 3D desarrollado, el Modelo Generalizado de Leon, en simulaciones de elementos finitos de la falla de probetas de hormigón durante ensayos de compresión uniaxial.

Estas predicciones se comparan con las correspondientes a análisis computacionales en estados de deformación plana y de tensión plana, en los cuales se utilizó el Modelo Extendido de Leon (2D).

A fin de analizar la influencia de las formulaciones de elementos finitos en las performances de los ensayos numéricos de falla, se utilizaron en las mallas a) elementos tridimensionales de 8 nodos isoparamétricos (brick) y b) elementos parabólicos de 20 nodos serendipitos. A su vez en los análisis planos se utilizaron mallas de elementos de 4 nodos isoparamétricos (Q4) y b) elementos parabólicos serendipitos de 8 nodos (Q8).

La consideración de formulaciones diferentes de elementos finitos está a su vez orientada a analizar la objetividad que brindan dichas formulaciones del comportamiento de ablandamiento durante fallas localizadas, cuando a nivel material se utilizan leyes constitutivas enriquecidas basadas en la energía de fractura. Esto permitirá inferir la precisión del valor considerado de longitud característica en cada tipo de elemento.

La figura 1 muestra la geometría del problema analizado. Debido a la triple simetría del ensayo, se utilizó solamente el octante superior derecho (plano x-z) para la discretización de elementos finitos. La cara superior y las laterales del cuarto de la probeta tienen impedidos los desplazamientos horizontales, mientras que la cara inferior tiene impedido el desplazamiento vertical, constituyendo de esta manera un problema inhomogéneo.

Durante el ensayo numérico de compresión simple, los desplazamientos verticales de los nodos de la cara superior son prescriptos. Las figuras 2 y 3 muestran las predicciones

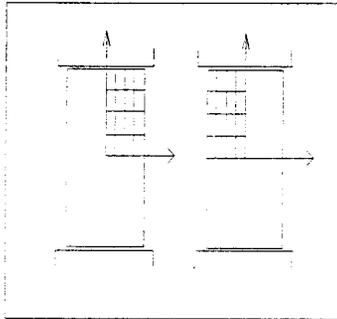


Figure 1: Geometría y condiciones de borde

obtenidas con mallas de 1, 8 y 64 elementos brick y Q20 respectivamente. En ambos casos se consideró la formulación de energía de

fractura a nivel de modelo constitutivo. La malla con un elemento brick es incapaz de reproducir la carga pico y conduce a un comportamiento extremadamente dúctil. Es decir, la formulación del elemento brick en mallas de un elemento es incapaz de reproducir la falla localizada y el comportamiento de ablandamiento. Las predicciones obtenidas con 8 y 64 elementos brick son bastante similares, aunque solo la malla de 64 elementos capta el punto de máxima resistencia y reproduce un comportamiento de ablandamiento.

Los resultados en la figura 3 muestran que el elemento 3D de 20 nodos juntamente con la formulación de energía de fractura conduce a una destacable regularización del comportamiento de falla. Es importante resaltar que aún con malla de 1 elemento Q20 se obtienen predicciones de falla altamente confiables y muy similares a las correspondientes a mallas más densas. Finalmente es de notar que todas las mediciones obtenidas en el caso 3D indican un comportamiento de ablandamiento que es poco pronunciado y, en algunos casos, nulo. Las figuras 4 y 5 muestran los resultados obtenidos cuando el problema de compresión se analiza en estado de deformaciones planas y considerando idéntica geometría a la indicada en la figura 1.

En las figuras 4 y 5 se incluyen las curvas Carga -Desplazamiento correspondientes a mallas de 1, 4 y 16 elementos tipo Q4 y Q8 respectivamente. Observamos en ambas figuras una tendencia similar a los resultados incluidos en las figuras 2 y 3. Es decir, la formulación isoparamétrica, en este caso bidimensional en deformaciones planas, conduce a predicciones más rígidas y con mayor pérdida de objetividad que las obtenidas con elementos serendipitos parabólicos (Q8). En particular observamos que los elementos Q8 juntamente con la formulación de ablandamiento basada en energía de fracturas conducen a resultados objetivos, es decir, independientes del tamaño de los elementos, ver figura 5, aunque el comportamiento global, al igual que los correspondientes al análisis 3D con elementos Q20 en la figura 3, indican un ablandamiento poco pronunciado. A pesar de esta similitud global, es importante observar que el estado de deformaciones planas conduce a predicciones marcadamente conservativas de la carga pico respecto del caso full 3D. Finalmente, las figuras 6 y 7 muestran las curvas carga desplazamiento obtenidas en el problema de compresión de la figura 1 pero considerando estado de tensiones planas. En las

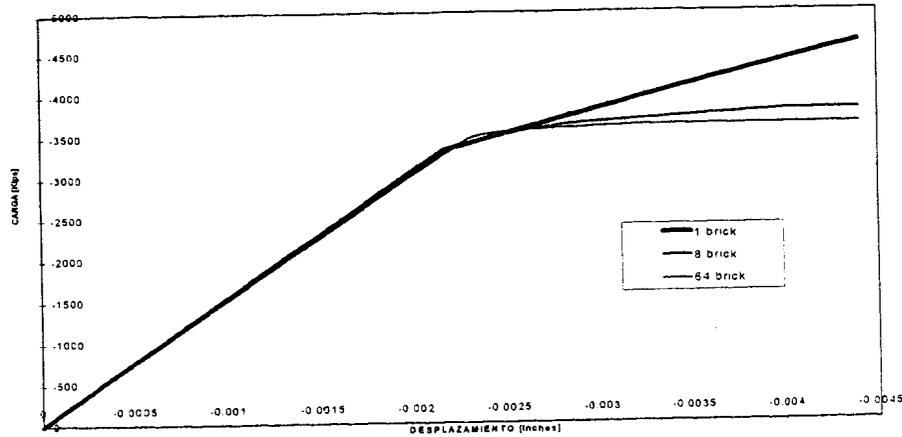


Figure 2: Ensayos Inhomogéneos de Compresión-Leon 3D-Lc=(vol)1/3

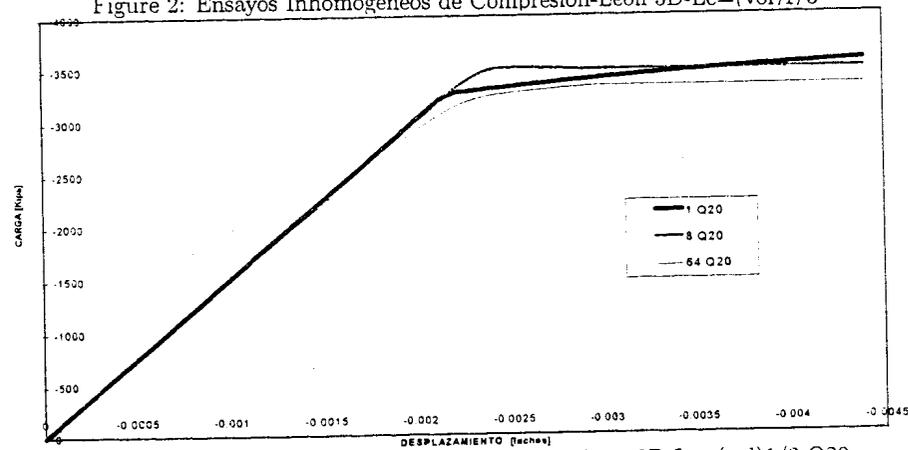


Figure 3: Ensayos Inhomogéneos de Compresión-Leon 3D-Lc=(vol)1/3-Q20

mismas figuras se incluyen los diagramas correspondientes a mallas de 1, 4 y 16 elementos Q4 y Q8 respectivamente. En el caso de ambos elementos observamos que a partir de la malla de 4 elementos se obtienen predicciones completamente objetivas lo que indica que en el estado de tensiones planas la formulación de ablandamiento basada en energía de fracturas es altamente eficiente para regularizar el comportamiento de postpico, cualquiera sea el tipo de elemento considerado. Además observamos que, aún con mallas de 1 elemento es posible reproducir la carga pico y que el comportamiento de ablandamiento es marcadamente más pronunciado que los obtenidos en el caso 3D y en el caso de deformaciones planas. Más aún, el elemento Q8 en estado plano de tensiones conduce a la mayor caída de resistencia en el régimen de postpico, indicando que este es el caso en que se desarrolla la localización de falla más pronunciada. A esto se debe la objetividad total que se obtiene en el caso de las mallas de 4 y 16 elementos Q8. El hecho más destacable es que las predicciones de carga pico del estado plano de tensiones coinciden con las obtenidas en el caso 3D, aunque el comportamiento de postpico en este último estado es marcadamente menos pronunciado y similar al obtenido en el estado plano de deformaciones.

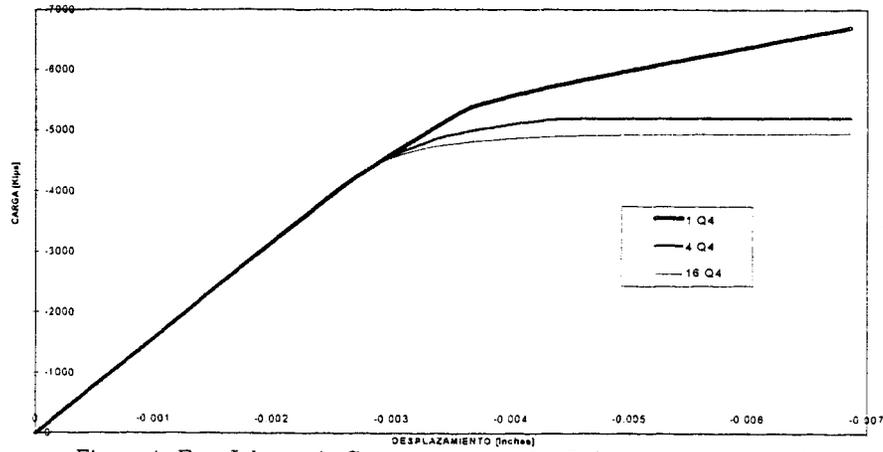


Figure 4: Ens. Inhom. de Compresión-Leon 2D-Def. Plana-Lc=(area)1/2

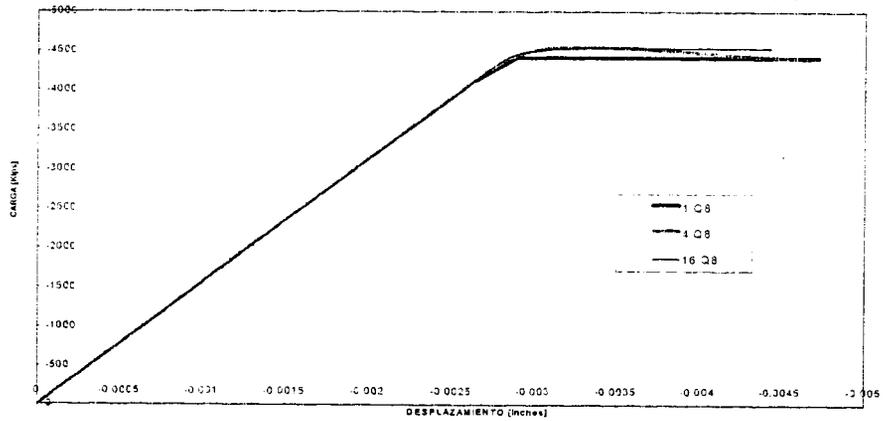


Figure 5: Ens. Inhom. de Compresión-Leon 2D- Def. Plana-Lc=(area)1/2

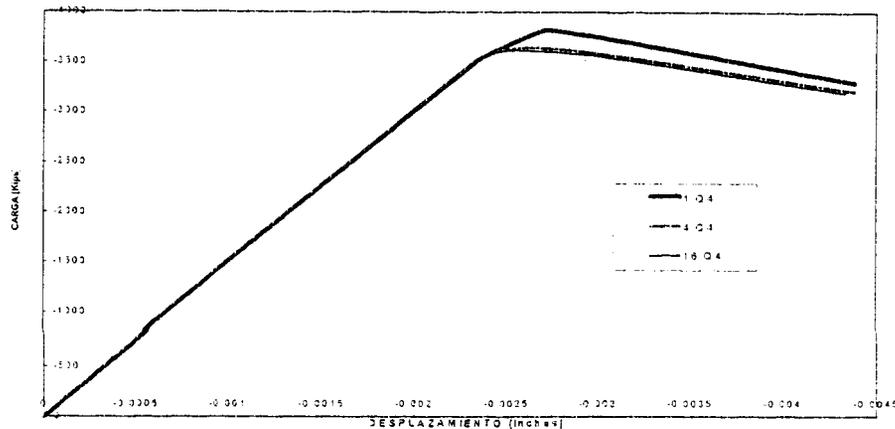


Figure 6: Ens. Inhom. de Compresión-Leon 2D-T.Plana-Lc=(area)1/2

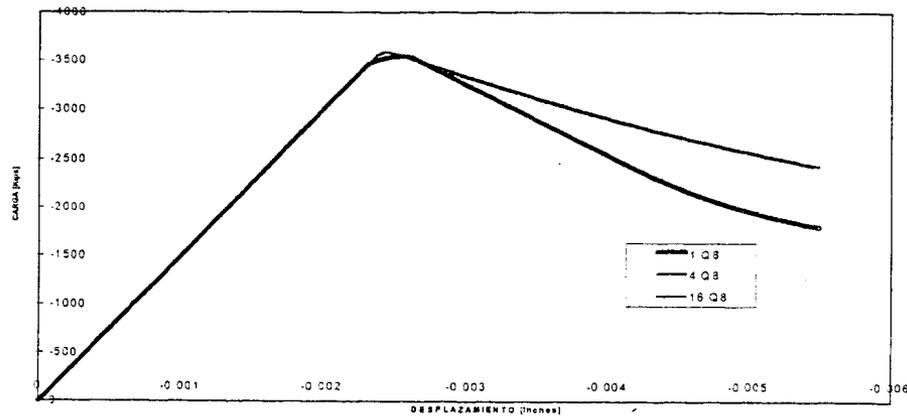


Figure 7: Ens. Inhom. de Compresión-Leon 2D-T. Plana- $L_c=(area)1/2$

5. CONCLUSIONES.

De los resultados obtenidos se obtienen las siguientes conclusiones:

- * el modelo 3D desarrollado es capaz de reproducir las características fundamentales del comportamiento de falla de elementos de hormigón en compresión simple.
- * las predicciones 3D muestran un comportamiento global similar a las obtenidas en el caso bidimensional bajo condiciones de deformaciones planas, si bien la carga máxima obtenida en el estado 3D es marcadamente inferior y similar a la obtenida en el estado plano de tensiones.
- * la formulación de ablandamiento basada en energía de fractura conjuntamente con mallas de elementos serendípicos parabólicos conduce en todos los estados tensionales, a predicciones objetivas del comportamiento de ablandamiento.

6. REFERENCIAS.

- 1- Etse G. and Willam K. "Integration Algorithms For Concrete Plasticity", submitted to Engineering Computations, 1995.
- 2- Jeremic B., "Implicit Integration Rules In Plasticity: Theory and Implementation", Ms. Thesis, University of Colorado, 1994.
- 3- Willam K, Sture S., Pramono E., Gerstle K., Stankowski T., H. Y. Ko, Smith S., Klisinski M., "Constitutive Driver For Triaxial response Behavior In Plain Concrete", University of Colorado, 1987.
- 4- Etse G. - Willam K. "Fracture Energy Formulation For Inelastic Behavior Of Plain Concrete", Journal of Engineering Mechanics, vol. 120, N° 9, 1994.
- 5- Etse G., "Theoretische Und Numerische Untersuchung Zum Diffusen Und Lokalisiertem Versagen In Beton", Ph. D. Thesis, University of Karlsruhe, Germany, 1992.
- 6- Zienkiewicz O.C. - Taylor R. L., "El Método de los Elementos Finitos", cuarta edición, vol. I y II, edit. McGraw Hill, 1994.

