

## MODELIZACION DEL EFECTO DE CONFINAMIENTO DE LOS ESTRIBOS EN ESTRUCTURAS DE HORMIGON ARMADO

Daniel Di Capua

Instituto de Mecánica Aplicada y Estructuras (I.M.A.E.)  
Universidad Nacional de Rosario – Riobamba y Berutti, 2000 Rosario – Argentina

### RESUMEN

Se presenta un modelo constitutivo del hormigón armado basado en la teoría de mezclas, capaz de modelar el efecto de confinamiento de estructuras en estado tensional de barras o en estado plano de tensiones. Se muestran ejemplos de dicho modelo para el caso en que los materiales componentes se comporten en el rango elástico-lineal.

### ABSTRACT

A constitutive model of the reinforced concrete based in the mixing theory is presented, this is able to model the confinement effect of the structures in stress state of bars and plane state of stress. Examples of this model for the case that the components materials behave in the linear-elastic range are presented.

### INTRODUCCIÓN

Existe una amplia gama de problemas en la ingeniería estructural de gran interés práctico, que admiten una notable simplificación en el planteo matemático de sus soluciones. Dicha simplificación consiste que en estos problemas no se considera uno de los ejes coordenados, por ejemplo el  $z$ , y se considera que el todo el fenómeno tiene lugar en el plano  $xy$ . Se los puede clasificar en dos grandes grupos conocidos como estado plano de deformaciones y estado plano de tensiones.

Las estructuras de hormigón armado de forma prismática y con una dimensión pequeña (espesor) comparada con las otras dos, pueden considerarse como un caso intermedio entre los estados de deformación plana y de tensión plana. Si las cargas que actúan sobre el cuerpo estuvieran aplicadas en el plano medio, y si además se supone que las armaduras están distribuidas uniformemente en la dirección  $z$ , se estaría ante un estado plano de tensiones al considerar al hormigón armado como un material simple. Sin embargo el hormigón armado es un material compuesto, formado como bien se sabe, por dos materiales (hormigón y acero) con características bien definidas. Al cargar el cuerpo, el hormigón tenderá a deformarse en la dirección  $z$  por el efecto Poisson. Esta deformación se encontrará restringida por la acción de la armadura en la dirección  $z$ , la cual no impedirá totalmente dicha deformación ya que su rigidez no es infinita. Aparecerán así tensiones  $\sigma_z$  en el hormigón las cuales serán contrarias a las tensiones en el acero, dando como resultado una tensión  $\sigma_z$  nula en el compuesto hormigón armado.

Para realizar un análisis exhaustivo del estado tensional de una estructura de hormigón armado es necesario realizar un análisis tridimensional. No obstante, considerando efectos promedios se pueden realizar grandes simplificaciones en estructuras con dimensiones particulares, tal como es el caso del estado plano de tensiones o del estado tensional de barras.

Al introducir una armadura lateral de confinamiento, el comportamiento del hormigón cambia y se producen aumentos en la rigidez, resistencia y ductilidad del mismo. La correcta simulación de cada uno de estos fenómenos a través de la ecuación constitutiva del hormigón armado resulta fundamental para el buen diseño de estructuras sometidas a acciones sísmicas.

## ANÁLISIS DE LA ECUACIÓN CONSTITUTIVA DEL HORMIGÓN ARMADO CON LA TEORÍA DE MEZCLAS.

En el análisis de estructuras de hormigón armado es necesario tener en cuenta que el comportamiento del conjunto está basado en la interacción de sus dos materiales componentes: Hormigón y Acero. Cada uno de estos materiales componentes tienen sus ecuaciones constitutivas propias, las cuales pueden cuantificarse por medio de modelos perfectamente establecidos.

En el intento por modelar el comportamiento de materiales compuestos tales como el Hormigón se ha utilizado la teoría de mezclas. Dicha teoría se basa en las siguientes hipótesis:

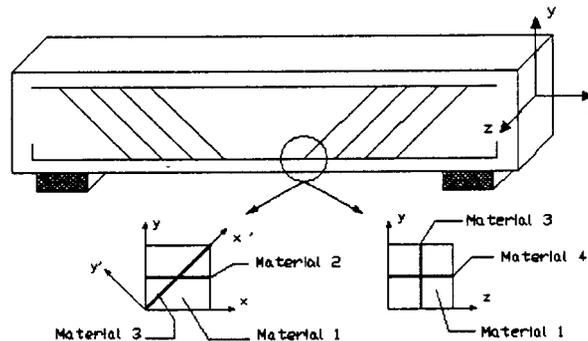
- 1-) En el comportamiento de cada volumen infinitesimal del compuesto participan todos los materiales componentes.
- 2-) Cada material componente participa en el comportamiento del conjunto en la misma proporción que su volumen participa en el volumen del compuesto.
- 3-) Todos los materiales componentes poseen la misma deformación.
- 4-) El volumen ocupado por cada material componente es mucho menor que el volumen del compuesto.

Conforme a la hipótesis 1 de la Teoría de Mezclas se supondrá que la armadura está uniformemente distribuida en cada elemento diferencial del compuesto.

Con el objeto de simplificar el análisis para luego aplicarlo a estructuras con estado plano de tensiones o con estado tensional de barras (elementos de barra de pórtico plano) supondremos los siguientes tipos de materiales componentes:

Material 1: Matriz de Hormigón, Material 2: Armadura en la dirección  $x$ , Material 3: Armadura paralela al plano  $xy$  y Material 4: Armadura en la dirección  $z$ .

En la Figura 1 se observa la disposición de los distintos materiales en un elemento diferencial de una estructura de hormigón armado. El ángulo que forma las barras de acero del Material 3 con el eje  $x$  se lo notará como  $\alpha$ .



**Figura 1:** Disposición de los distintos materiales en un elemento diferencial de hormigón armado.

Las ecuaciones constitutivas de cada uno de los materiales componentes se basan en las siguientes hipótesis:

- 1-) El Material 1 (Matriz de Hormigón) es considerado isótropo y posee un comportamiento elastoplástico. Para definir el comportamiento de dicho material se utiliza un modelo constitutivo de

daño plástico [3]. Asimismo se desprecian las deformaciones plásticas  $\gamma_{yz}^p$  y  $\gamma_{zx}^p$  en dicho material.

2-) La armadura de acero (Materiales 2 y 3) solo puede fluir en la dirección de las mismas.

3-) Para definir el comportamiento del Material 2 (Ardadura en la dirección x) se utiliza un modelo elastoplástico unidimensional con endurecimiento cinemático e isotrópico [1].

4-) El Material 3 (Ardadura en el plano xy) tiene un comportamiento elástico lineal para el estado tensional de barras y un comportamiento elastoplástico para el estado plano de tensiones. Para definir este último comportamiento se utiliza un modelo elastoplástico unidimensional con endurecimiento cinemático e isotrópico [1].

4-) El Material 4 (Ardadura en la dirección z) tiene un comportamiento elástico lineal tanto para el estado tensional de barras como para el estado plano de tensiones.

5-) Debido a que la ecuación constitutiva del compuesto se aplicará solo para los casos de estado plano de tensiones y estado tensional de barras, se considerarán nulas las deformaciones totales  $\gamma_{yz}$  y  $\gamma_{zx}$  como así también sus tensiones asociadas.

Conocidas las ecuaciones constitutivas de cada uno de los materiales componentes, se determina a partir de la teoría de mezclas [2] la ecuación constitutiva del compuesto hormigón armado:

$$\underline{\sigma} = \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} = \sum_{c=1}^4 k_c \underline{C}_c(\underline{\sigma}) = k_1 \underline{C}_1(\underline{\varepsilon} - \underline{\varepsilon}_1^p) + k_2 \underline{C}_2(\underline{\varepsilon} - \underline{\varepsilon}_2^p) + k_3 \underline{C}_3(\underline{\varepsilon} - \underline{\varepsilon}_3^p) + k_4 \underline{C}_4 \underline{\varepsilon} \quad (1)$$

donde  $k_1, k_2, k_3$  y  $k_4$  son los coeficientes de participación volumétrica de los materiales;  $\underline{C}_1, \underline{C}_2, \underline{C}_3$  y  $\underline{C}_4$  son las matrices constitutivas de los materiales componentes;  $\underline{\varepsilon}_1^p, \underline{\varepsilon}_2^p$  y  $\underline{\varepsilon}_3^p$  son los vector de deformaciones plásticas de los materiales 1,2 y 3 respectivamente y  $\underline{\varepsilon}$  el vector de deformaciones totales.

## ESTADO TENSIONAL DE BARRAS

Teniendo en cuenta que para un estado tensional de barras las tensiones  $\sigma_y$  y  $\sigma_z$  del compuesto son nulas, se obtiene a partir del desarrollo de dichas tensiones en la expresión 5, la siguiente expresión para las deformaciones  $\varepsilon_y$  y  $\varepsilon_z$  en función del resto de las deformaciones:

$$\varepsilon_y = c_1 \varepsilon_x + c_2 \gamma_{xy} + c_3 (\varepsilon_x^p)_H + c_4 (\varepsilon_y^p)_H + c_5 (\varepsilon_z^p)_H \quad (2)$$

$$\varepsilon_z = c_6 \varepsilon_x + c_7 \gamma_{xy} + c_8 (\varepsilon_x^p)_H + c_9 (\varepsilon_y^p)_H + c_{10} (\varepsilon_z^p)_H \quad (3)$$

donde  $c_1, c_2, \dots$  y  $c_{10}$  son constantes que dependen de las características mecánicas y de los coeficientes de participación volumétricas de los materiales componentes [1].

En la referencia [1] se presentan detalles de las ecuaciones constitutivas de cada uno de los materiales componentes y del compuesto para el estado tensional de barras, de la integración de las mismas y de la obtención de la matriz elastoplástica tangente continua del compuesto hormigón armado.

## ESTADO PLANO DE TENSIONES

Teniendo en cuenta que para un estado plano de tensiones la tensión  $\sigma_z$  del compuesto es nula, se obtiene a partir del desarrollo de dicha tensión en la expresión (1), la siguiente expresión para la

deformación  $\epsilon_z$  en función del resto de las deformaciones:

$$\epsilon_z = c_1 \epsilon_x + c_2 \epsilon_y + c_3 (\epsilon_x^p)_H + c_4 (\epsilon_y^p)_H + c_5 (\epsilon_z^p)_H \quad (4)$$

donde  $c_1, c_2, \dots, c_5$  son constantes que dependen de las características mecánicas y de los coeficientes de participación volumétricas de los materiales componentes [1].

En la referencia [1] se presentan detalles de las ecuaciones constitutivas de cada uno de los materiales componentes y del compuesto para el estado plano de tensiones, de la integración de las mismas y de la obtención de la matriz elastoplástica tangente continua del compuesto hormigón armado.

## EJEMPLOS NUMERICOS

Se presentado en este trabajo, una formulación para incluir el efecto de confinamiento de los estribos en la ecuación constitutiva elastoplástica del hormigón armado. Dicha formulación se ha implementado numéricamente solo para el análisis elástico lineal. Se deja planteada la formulación no lineal para posteriores investigaciones. Para dicha implementación numérica, se ha utilizado el programa PLCD2 desarrollado por el Dr. Ing. Sergio Oller entre otros. En dicho programa se han introducido las modificaciones necesarias para implementar numéricamente las formulaciones pertinentes a este trabajo.

### Análisis de una estructura confinada en estado tensional de barras

Con el objeto de analizar la respuesta estructural de una estructura fuertemente confinada en estado tensional de barras se propone como ejemplo el estudio de un pórtico. Dicha estructura ha sido modelizada a través de la siguiente discretización de elementos finitos de viga de Timoshenko cuadrático de tres nodos tal como lo muestra la Figura 2.

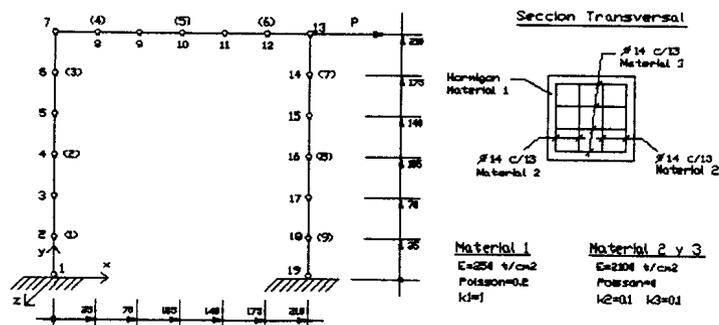


Figura 2: Discretización un pórtico de hormigón armado confinado en estado tensional de barras.

Con los datos anteriormente indicados se ha calculado la estructura con el programa PLCD2. Asimismo, se ha calculado la estructura para el caso de que el pórtico estuviera constituido exclusivamente por el Material 1 (Hormigón).

Dividiendo la carga exterior en incrementos se ha calculado el desplazamiento horizontal  $u$  del nudo 13 para la estructura confinada y sin confinar. Dichos cálculos se esquematizan en el diagrama de la Figura 3. En dicha figura se puede observar un aumento de rigidez del 4% de la estructura con respecto a la estructura sin confinar.

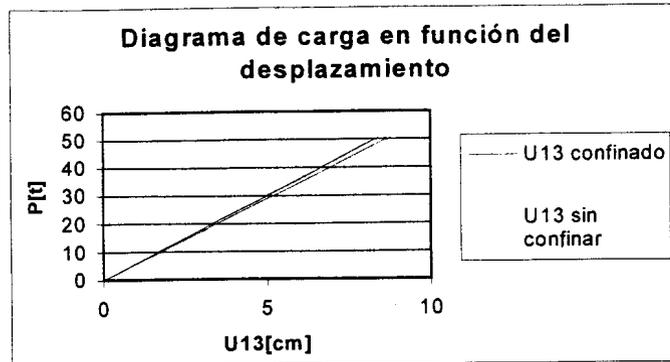


Figura 3: Diagrama de carga en función del desplazamiento del nodo 13 para la estructura confinada y sin confinar.

#### Análisis de una estructura confinada en estado plano de tensiones

Con el ánimo de evidenciar el efecto de confinamiento producido en una estructura con un estado plano de tensiones se propone como ejemplo la estructura mostrada en la Figura 4. Dicha estructura es modelada a través de elementos finitos cuadriláteros de 4 nodos..

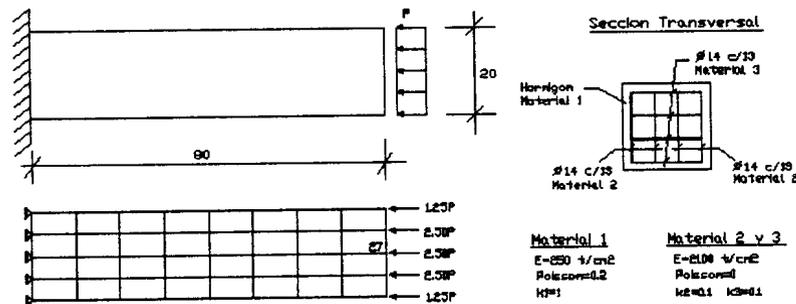


Figura 4: Esquema de una estructura sometida a un estado plano de tensiones y su respectiva modelización por medio de elementos finitos cuadriláteros de cuatro nodos

Con los datos anteriormente indicados se ha calculado la estructura con el programa PLCD2. Asimismo, se ha calculado la estructura para el caso de que el pórtico estuviera constituido exclusivamente por el Material 1 (Hormigón).

Dividiendo la carga exterior en incrementos se determina el desplazamiento horizontal  $u$  del nodo 27 para cada valor de dicha carga, tanto para la estructura confinada como para la estructura sin confinar. Los resultados obtenidos son volcados en el diagrama de la Figura 5. En dicha figura se observa un aumento de rigidez del 4% de la estructura con respecto a la estructura sin confinar.

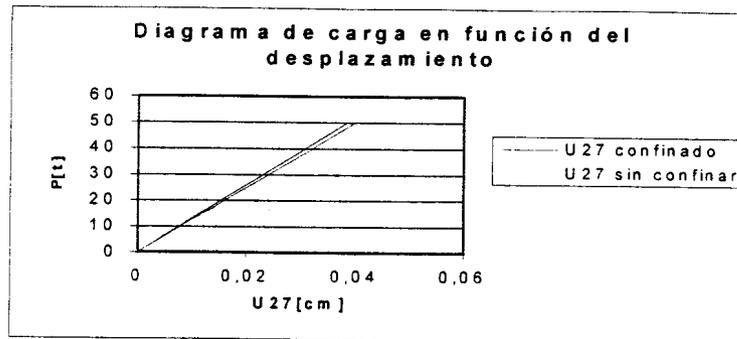


Figura 5: Diagrama de carga en función del desplazamiento  $u$  del nodo 27 de la estructura confinada y sin confinar.

## CONCLUSIONES

Un tratamiento exhaustivo del efecto de confinamiento en las estructuras de hormigón armado implicaría un análisis tridimensional de tensiones. Dicho análisis compromete un número muy grande de incógnitas y consecuentemente trae aparejado un costo muy elevado en su solución numérica. En estructuras que debido a sus características geométricas y de cargas, se encuentran en estado plano de tensiones o en un estado tensional de barras, puede realizarse una gran simplificación del problema. Dicha simplificación consiste en tratar el efecto de confinamiento debido a la interacción entre los materiales componentes, a través de las ecuaciones constitutivas de los mismos. La teoría de mezclas provee el marco teórico necesario para poder considerar la interacción entre cada uno de los componentes del compuesto.

Se realizó una formulación teórica de la ecuación constitutiva del compuesto hormigón armado considerando que sus materiales componentes tienen un comportamiento elastoplástico. Esta formulación permitirá modelar fenómenos que producen el efecto de confinamiento tales como el aumento de rigidez, el aumento de resistencia y de ductilidad en las estructuras de hormigón armado.

Se ha realizado una implementación numérica de la ecuación constitutiva del compuesto hormigón armado considerando que sus materiales componentes tienen un comportamiento elástico lineal. Se realizaron ejemplos numéricos de estructuras con estado plano de tensiones o estado tensional de barras, con la formulación antes mencionada. Dichos ejemplos mostraron que se produce un aumento de rigidez en las estructuras al confinarlas lateralmente con estribos. Este aumento de rigidez si bien es leve, es totalmente coherente con el máximo aumento posible que se da cuando la estructura está totalmente confinada. Futuras líneas de investigación mostrarán que al entrar la estructura en el rango no lineal los efectos de confinamiento son más marcados.

## REFERENCIAS

- [1] Di Capua, D. (2000) *Modelización del efecto de confinamiento de los estribos en estructuras de Hormigón Armado*. Tesis de Master, Univ. Polit. de Cataluña - Barcelona - España.
- [2] Car, E. (2000) *Modelo constitutivo continuo para el estudio del comportamiento mecánico de los materiales compuestos*. Tesis Doctoral, Univ. Polit. de Cataluña - Barcelona - España.
- [3] Oller, S. (1988). *Un modelo de daño continuo para materiales friccionales*. Ph. D. Thesis, Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Caminos Canales y Puertos de Barcelona, España.