

**ANÁLISIS DINÁMICO DE UN BANCO DE ENSAYOS ESTÁTICOS PARA
MOTORES DE PLASMA PULSANTE**

Héctor H. Brito¹, Julio C. Massa²,
Rodolfo Duelli³, L. Sebastián Maglione³
Sebastián Cravero⁴

Grupo de Mecánica Computacional, Departamento de Mecánica, Facultad de Ingeniería,
Universidad Nacional de Río Cuarto.
Ruta Nacional 36, Km. 601, (5800) Río Cuarto, Córdoba, Argentina.
Tel. - FAX.: 0358 - 4676246. - email: rduelli@ing.unrc.edu.ar

RESUMEN

A los efectos de lograr un pleno aprovechamiento de las ventajas comparativas de los microsátélites, es conveniente contar con medios autónomos de corrección de órbita, siendo el uso de motores de plasma pulsante una de las alternativas más viables. A los fines de calificación de estos motores resulta necesario ensayarlos en bancos de pruebas con la capacidad de medir los impulsos generados. En este trabajo se realiza un análisis dinámico por el método de los elementos finitos (MEF), de un banco de ensayos estáticos diseñado para el fin mencionado, a los efectos de comparar los resultados de dicho análisis con los obtenidos con un modelo simplificado, desarrollado anteriormente, de dos grados de libertad dinámicos (M2GLD). Esto permite validar el modelo simplificado para su utilización como herramienta de diseño en la etapa de definición del sistema. En particular, el modelo MEF permite investigar los límites de aplicación del modelo simplificado de dos grados de libertad. Además se comparan los resultados del modelo simplificado (dos grados de libertad dinámico) y del modelo detallado (MEF) con los resultados de las mediciones realizadas para la calibración del banco de ensayos estáticos, tendiendo a la validación y ajuste los modelos de cálculo y los procedimientos de ensayos de calibración.

INTRODUCCIÓN

El lanzamiento, puesta en órbita y operación exitosa del microsátélite μ Sat-1 "VÍCTOR" [1], abre posibilidades concretas de evolución del concepto hacia aplicaciones de interés tanto científico-tecnológico como comerciales. Si se pretende lograr un pleno aprovechamiento de las ventajas comparativas de los microsátélites se hace imprescindible disponer de medios autónomos de corrección de órbitas. Una solución a este problema es la utilización de propulsores de plasma pulsante con propulsante sólido inerte (P^S) [2], concepto que se encuentra en pleno proceso de estudio y desarrollo en el Instituto Universitario Aeronáutico (IUA) [3]. Uno de los parámetros básicos de comportamiento que requiere evaluación experimental es el *Bit de Impulso* (I_{bit}), ya que usualmente los P^S son operados en modo pulsante. El I_{bit} es la integral en el tiempo del empuje del P^S cada vez que el mismo es pulsado. Es un parámetro importante tanto para el diseño como para la evaluación del comportamiento de sistemas de control de actitud y/o órbita. El diseño del control de actitud y el comportamiento operacional en cuanto a la corrección de órbita dependen de las características del bit de impulso. Por ello es deseable disponer de algún medio (banco de ensayos) para realizar una medida de este parámetro en forma eficiente. Como una innovación de la forma de medición mencionada en [4], se propone un diseño de un banco de ensayos sobre la base de una lámina resonante como elemento generador de un efecto mecánico observable. Antecedentes de bancos de este tipo no se registran en las referencias consultadas y se propone este concepto como una alternativa de bajo costo [5].

MODELO SIMPLIFICADO DEL BANCO

Análisis teórico

Para el conjunto motor-banco de ensayos estáticos, se propone el siguiente modelo fisicomatemático: H1): Se utiliza, en primera instancia, un modelo discreto del sistema donde las propiedades elásticas e inerciales del mismo pueden describirse por un conjunto finito de parámetros. La estructura formada por la lámina flexible que sostiene al P^S se representa como una viga, de sección rectangular y momento de inercia de la sección transversal muy pequeño.

1_Prof. Titular Dept. de Mecánica Fac. Ing. UNRC. Director de Proyecto. Centro de Investigación Aplicada, Dept. Sistemas Espaciales. IUA.

2_Prof. Titular Dept. de Mecánica Fac. Ing. UNRC. Prof. Titular Dept. de Estructuras UNC.

3_Docente Investigador. Dept. de Mecánica Fac. Ing. UNRC.

4_Becario Alumno de Investigación. Dept. de Mecánica Fac. Ing. UNRC.

El motor se considera como un bloque cilíndrico de radio r , masa m y un momento de inercia de masa J (respecto a un eje normal al plano de movimiento), y se discretiza como un sistema de dos grados de libertad dinámicos, uno de traslación y otro de rotación. La masa inercial, compuesta por la masa del P⁴S y de las piezas que sirven de interfase entre el mismo y la lámina resonante, se modela como posicionada a una distancia "a" de la misma. H2): Se considera un sistema lineal invariante en el tiempo, para el cual las ecuaciones de movimiento asumen la forma de un conjunto de ecuaciones diferenciales ordinarias de segundo orden con coeficientes constantes. H3): Se supone que el sistema posee un amortiguamiento proporcional de Rayleigh. En la Figura 1 se representa esquemáticamente el modelo dinámico simplificado. Las ecuaciones de movimiento del sistema, se plantean a partir de la formulación de Lagrange [6], con las hipótesis mencionadas. Se utilizan como coordenadas generalizadas del sistema el desplazamiento transversal $y(t)$ y el giro $\theta(t)$, siendo $F_{(t)}$ y $T_{(t)}$ la fuerza y el momento asociados a las coordenadas generalizadas. Se desprecia la deformación longitudinal de la lámina resonante.

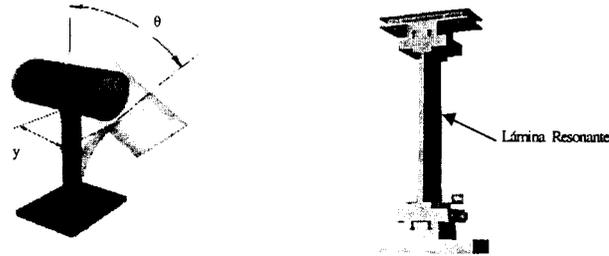


Figura 1: Esquema y representación 3D del banco de ensayos

Las ecuaciones de movimiento se escriben:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_j} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_j} + \frac{\partial V}{\partial q_j} + \frac{\partial D}{\partial \dot{q}_j} = Q_{ncj} \quad ; \quad j=1,2 \quad (1)$$

cuya forma matricial es:

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{u}}_{(t)} + \mathbf{C} \dot{\mathbf{u}}_{(t)} + \mathbf{K} \mathbf{u}_{(t)} = \mathbf{P}_{(t)} \quad (2)$$

donde:

T: energía cinética del sistema.	M: matriz de masa generalizada.
V: energía potencial elástica del sistema.	K: matriz de rigidez de la lámina resonante.
D: función disipación del sistema.	C: matriz de coeficientes de amortiguamiento.
Q_{nc} : fuerzas no conservativas.	$P_{(t)}$: vector de fuerzas generalizadas.
$\mathbf{u}_{(t)}$: vector de desplazamientos generalizados.	

Adoptando un amortiguamiento proporcional de Rayleigh, la matriz de coeficientes de amortiguamiento se define fácilmente en el caso de dos grados de libertad, como [7]:

$$\mathbf{C} = \alpha \mathbf{K} + \beta \mathbf{M} \quad (3)$$

La ecuación (2) se escribe en términos de las variables de estado del sistema [8], donde $\mathbf{x}^T = [\mathbf{u}^T \quad \dot{\mathbf{u}}^T]$, es el vector de estado, \mathbf{y} es la salida observable que es idéntica al vector de estado y $\mathbf{q}^T = [0^T \quad \mathbf{P}^T]$ es la función de entrada del sistema.

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A} \mathbf{x} + \mathbf{B} \mathbf{q} \quad (4a) \quad ; \quad \mathbf{y} = \mathbf{F} \mathbf{x} \quad (4b)$$

Las matrices \mathbf{A} y \mathbf{B} están dadas por:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & \mathbf{I} \\ -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K} & -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{C} \end{bmatrix} \quad (5a) \quad ; \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{M}^{-1} \end{bmatrix} \quad (5b)$$

siendo \mathbf{F} la matriz identidad.

Las ecuaciones del sistema (4) se implementaron con el software MATLAB™ con Simulink™, para realizar simulaciones del comportamiento dinámico del banco de ensayos estáticos. La finalidad de tales simulaciones es ajustar los parámetros de diseño a las especificaciones requeridas, para poder ensayar el propulsor de plasma pulsante desarrollado por el IUA. En consecuencia, este modelo fue utilizado como una herramienta de verificación del comportamiento dinámico del banco de ensayos estático, de rápida implementación y utilización para confirmar "en línea" las performances del diseño propuesto.

ANALISIS POR EL METODO DE ELEMENTOS FINITOS DEL BANCO

Modelo de elementos finitos utilizado

El Banco de Ensayos Estáticos [9], se analiza con el método de elementos finitos, utilizando el software MSC/NASTRAN for Windows Versión 2.0. con la finalidad de comparar este análisis detallado de la respuesta dinámica del banco con el producido utilizando el modelo dinámico simplificado (M2GLD). El modelo físico que se analizó utilizando el MEF [10], consistió en una viga empotrada en su base concentrando en su extremo libre la masa "sísmica" correspondiente al motor de plasma pulsante, la mordaza superior y las piezas de acoplamiento entre ambos elementos. La viga en voladizo se discretizó utilizando el elemento QUAD4 [11] (cuadrilátero lineal). En el extremo libre los nodos se unieron con elementos rígidos con la finalidad de igualar los desplazamientos. La masa dinámica del motor se considera concentrada a una distancia "a" igual al radio r del motor del extremo superior de la viga, utilizando un elemento de masa concentrada en el nodo central del mallado. En la Figura 2 se representa el mallado utilizado para el análisis dinámico del banco de ensayos.

Vibraciones libres

Se utilizó el método de Lanczos para calcular los 10 primeros modos de vibración, debido a que este combina las características positivas de los otros métodos (Givens, Strum, Householder) [12], no pierde raíces y además los valores y vectores propios se obtienen con precisión adecuada. Se muestra en la Figura 3 y 4 la representación gráfica de los cuatro primeros modos. Se observa en la Figura 3 que el primer modo ($f_{1\text{ modo}} = 4.0731$ Hz.) corresponde a un modo de traslación, el segundo modo ($f_{2\text{ modo}} = 16.738$ Hz.) corresponde a un modo de torsión. Se observa en la Figura 4 que el tercer modo ($f_{3\text{ modo}} = 44.797$ Hz.) corresponde a un modo de flexión lateral, y el cuarto modo ($f_{4\text{ modo}} = 53.417$ Hz.) a un modo de flexión por rotación. En la Tabla 1 se comparan los resultados del análisis modal efectuado con el modelo simplificado y con el modelo de elementos finitos. Se observa en la Tabla 1 que el modelo simplificado reproduce bien los modos de flexión.

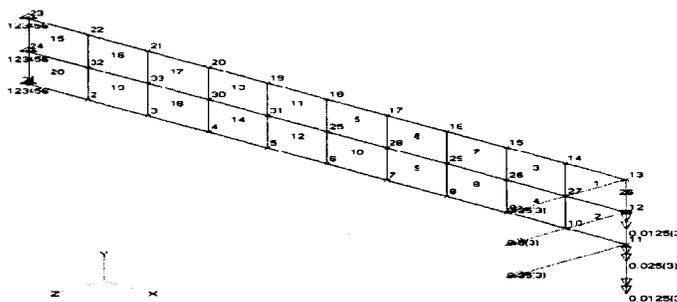


Figura 2: Malla utilizada para el análisis dinámico por el M.E.F.

Frecuencias Naturales Modelo Simplificado	Frecuencias Naturales Modelo Elementos Finitos
$f_1 = 4.04$ Hz.	$f_{1\text{ modo}} = 4.07$ Hz.
$f_2 = 53.75$ Hz.	$f_{4\text{ modo}} = 53.42$ Hz.

Tabla 1. Comparación entre las frecuencias naturales del modelo simplificado y del modelo de elementos finitos analizado

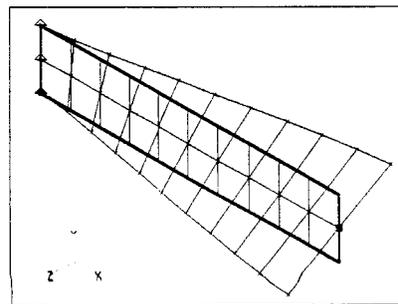
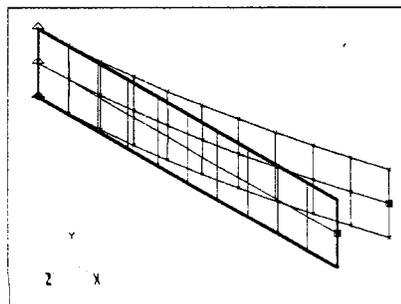


Figura 3: Modos naturales de vibración 1 y 2

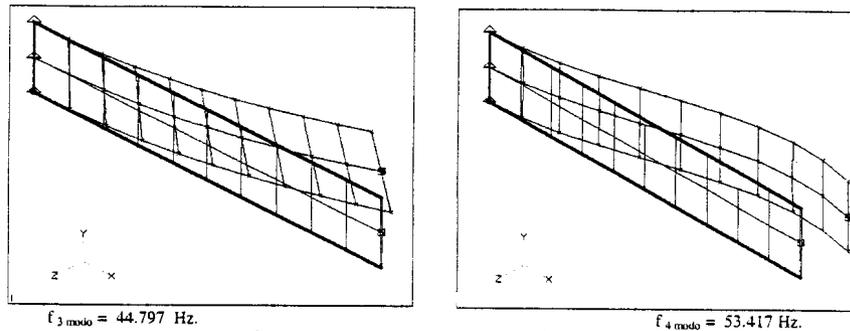


Figura 4: Modos naturales de vibración 3 y 4

Análisis de la respuesta transitoria

Para determinar la respuesta transitoria por descomposición modal, se fija el amortiguamiento en 1% en cada modo [13]. En la Figura 5 se muestra la traslación del nodo número 12 del extremo libre de la lámina resonante.

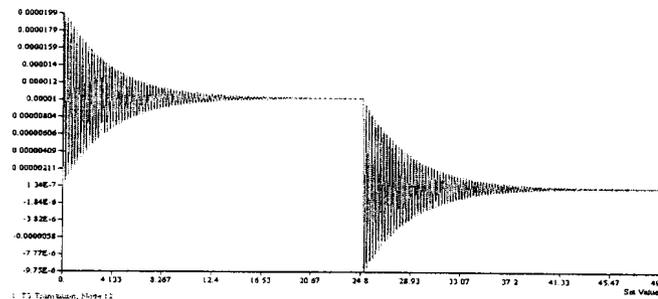


Figura 5: Traslación del extremo libre de la lámina resonante, [m] vs. tiempo[s]

MODELO DEL SENSOR DE DEFORMACIÓN

La medición del bit de impulso [5] se obtiene de la siguiente manera: La amplitud del desplazamiento del extremo libre de la lámina resonante (viga cantilever), se relaciona con las deformaciones que se miden con un transductor piezocerámico adherido al extremo empotrado de la lámina resonante. En el transductor las deformaciones mecánicas debidas a las fuerzas actuantes generan cargas eléctricas. El elemento sensor es bilaminar y es forzado a flexionarse por lo que la tensión opuesta en cada lado causa que éstos desarrollen polaridad opuesta. La deformación se relaciona con la diferencia de potencial entre el electrodo superior y el electrodo inferior del sensor cuando éste es deformado por la flexión de la lámina. Se supone que el transductor está perfectamente pegado a la lámina resonante y que la interfaz tiene un único valor de deformación. Adicionalmente se supone que el transductor es "pequeño" (la línea de la sección media de la lámina resonante coincide con la sección compuesta de la lámina resonante-transductor y no afectará materialmente las características de la respuesta dinámica de la estructura, ya que los transductores son elementos con altas frecuencias naturales). Teniendo en cuenta la proporcionalidad entre el campo eléctrico y el campo de tensiones mecánicas, en los materiales piezoelectricos, representado por la constante de acoplamiento g [14], y la relación entre tensiones y sollicitaciones, se obtiene [15]:

$$V = E_{\text{sensor}} \frac{b_{\text{sensor}}^2 g}{4(EI)_{\text{Lamina}}} M_{\text{base}} \quad (6)$$

Se supone un transductor lineal. En consecuencia, la tensión indicada depende de la capacidad del transductor y del circuito de medición asociado. Usualmente este circuito es de alta impedancia. Debido a que la resistencia de aislación es finita, la carga generada decrece gradualmente, no estableciéndose, por lo tanto, una respuesta estacionaria.

El momento en el extremo empotrado (M_{base}) se calcula en el modelo simplificado realizando el producto de la matriz de rigidez K de la expresión (2) por los desplazamientos $\underline{u}_{(t)}$, trasladando este producto a la base ($M_{\text{base}} = M + F t$). Dicho momento se utiliza para evaluar la expresión (6) y comparar con el voltaje medido en los ensayos de calibración [16]. En las

simulaciones utilizando el MEF el valor del momento en la base de la lámina se obtuvo directamente de la salida del programa leyendo las reacciones en los nodos empotrados de la lámina resonante.

Variación de parámetros y su influencia

Para analizar como inciden los errores en los valores utilizados para calcular las frecuencias naturales, se efectuaron simulaciones numéricas con los dos modelos variando el espesor y el módulo elástico. En la Tabla 2 se muestran estos resultados.

Lámina	Lámina	M Simp.	M Simp.	MEF	MEF	Error %	Error %	Dif.	Dif.
Espesor (b)	Mod. Elas (E)	f_1	f_2	$f_{1 \text{ modo}}$	$f_{2 \text{ modo}}$	f_1	f_2	$f_1 - f_{1 \text{ modo}}$	$f_2 - f_{2 \text{ modo}}$
0.003	6.90E+10	4.412	58.5	4.45	58.44	-11.41	-8.333	-0.038	0.06
0.003	7.10E+10	4.479	59.34	4.52	59.28	-13.106	-9.888	-0.041	0.06
0.0029	6.90E+10	4.19	55.6	4.23	55.59	-5.808	-2.962	-0.04	0.01
0.0029	7.10E+10	4.25	56.4	4.29	56.39	-7.323	-4.444	-0.04	0.01
0.00285	6.90E+10	4.09	54.17	4.12	54.19	-3.282	-0.314	-0.03	-0.02
0.00285	7.10E+10	4.14	54.95	4.18	54.96	-4.545	-1.759	-0.04	-0.01
0.0028	6.90E+10	4.036	53.75	4.01	52.79	-0.505	2.3148	-0.03	-0.04
0.0028	7.10E+10	4.04	53.51	4.07	53.55	-2.020	0.9074	-0.03	-0.04

Tabla 2. Influencia de la variación del espesor y del módulo de elasticidad sobre las frecuencias naturales.

La fila resaltada con negrita en la Tabla 2 corresponde al espesor y módulo elástico del material con el cual se construyó la lámina resonante. El error se calculó con respecto a las frecuencias determinadas experimentalmente ($f_{1 \text{ exp}} = 3.96 \text{ Hz.}$ y $f_{2 \text{ exp}} = 54 \text{ Hz.}$), en base a información experimental transmitida por IUA en el marco del protocolo de trabajo IUA-UNRC.

ENSAYOS DE CALIBRACIÓN

El procedimiento para obtener la curva de calibración del empuje (estático) vs. voltaje se implementó en IUA [16]. Corresponde al efecto de un escalón de carga. El efecto de fondo microsísmico se nota antes de liberar al cuerpo del motor de la carga y corresponde al primer tramo de la señal, alcanzando hasta 1 mV pico. En la Figura 6a se muestra la adquisición de la señal experimental y en la Figura 6b se muestra la misma señal experimental procesada con un filtro pasa bajo para eliminar el ruido inducido por acciones microsísmicas. El ensayo experimental que se muestra en la Figura 5 corresponde a la utilización de una pesa de 1.9605 gr. cuya acción se elimina a los 0.7 segundos de iniciada la adquisición de datos.

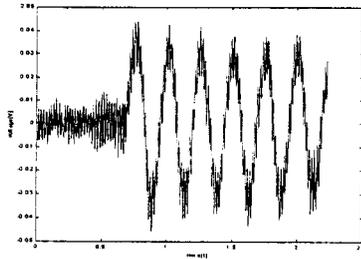


Figura 6a. Curva experimental de calibración

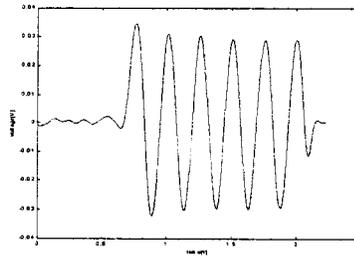


Figura 6b. Curva experimental de calibración filtrada

COMPARACIÓN DE RESULTADOS

Se comparan los voltajes en el sensor de deformación obtenidos con el modelo M2GLD, sin considerar el circuito de medición asociado al transductor [15], representado en la Figura 7, con los obtenidos en el modelo implementado con el MEF, bajo las mismas condiciones, representado en la Figura 8: se observa que la tensión en el sensor no parte de cero, sino del valor correspondiente al desplazamiento del equilibrio estático de la carga escalón aplicada. Como vector de carga, aplicada en la masa sísmica, se utiliza un escalón de altura 19.2×10^{-3} Newton aplicado 25 segundos hasta que se obtiene la respuesta estática. A continuación se interrumpe bruscamente la aplicación de la carga y la lámina comienza a vibrar libremente con un desplazamiento inicial impuesto. Esta forma de modelizar la carga aplicada corresponde a simular las condiciones del ensayo estático. En la Figura 5 se muestra la traslación del nodo número 12 del extremo libre de la lámina resonante, obtenida de la simulación del ensayo de calibración por el (MEF). El desplazamiento de este nodo coincide con los desplazamientos del modelo simplificado (M2GLD) de dos grados de libertad cuando se le aplica las mismas condiciones de carga.

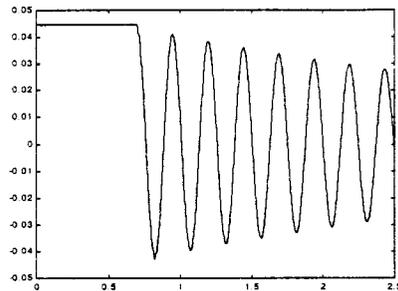


Figura 7: Voltaje en el sensor Modelo M2GLD

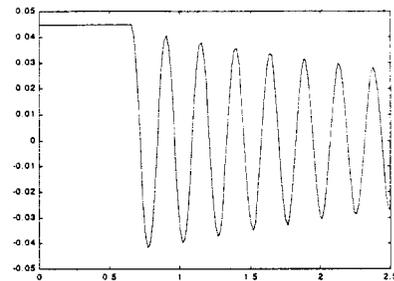


Figura 8: Voltaje en el sensor Modelo MEF

CONCLUSIONES

Existe buena concordancia entre los resultados obtenidos con el modelo simplificado M2GLD y el modelo más detallado MEF. Por ello podemos asegurar que el modelo simplificado es una herramienta ágil en la etapa de diseño del banco de ensayo y el instrumental de medición. La estimación correcta de las frecuencias naturales con el M2GLD permite estimar rápidamente los parámetros que definen el banco y el rango de los instrumentos de medición.

Se observa concordancia en los modos de vibrar correspondiente a la flexión en vigas que son los más representativos en este caso. En el análisis con carga dinámica se utilizó un modelo que reproduce las condiciones de carga de los ensayos estáticos. Se seleccionó para la comparación entre ambos modelos el mismo punto y las mismas componentes de desplazamientos; reproduciendo ambos satisfactoriamente el voltaje medido en el transductor.

Se muestra que el concepto de diseño implementado permite la medición del bit de impulso mediante el transductor de deformación, lográndose una buena aproximación teórica de los resultados experimentales.

AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen al Instituto Universitario Aeronáutico – Centro de Investigación Aplicada – Departamento de Microsatélites – haber suministrado los datos experimentales de los ensayos de calibración del banco de ensayos estático.

REFERENCIAS

- [1] Brito H. H., Murgio L. A., El proyecto Microsat: Primer satélite argentino en órbita, Ciencia Hoy, Vol. 8 N°43, 1997, págs. 46-49. Bs. As. Arg.
- [2] Myers, R.M., Electromagnetic Propulsion for Spacecraft, AIAA paper 93-1086, 1993.
- [3] Brito H. H., De Alesandro R. O., Dominguez C.A., Preliminary Development Status of the IUA's P4S-1 Ablative Pulsed Plasma Thruster, EPC-99-238, 26th International Electric Propulsion Conference, Kitakyushu, Japon. Octubre 1999.
- [4] Mekel, N.J., Hoskins W.A., Cassady R.J., Myers R.M., Oleson S.R., McGuire M., Improved Pulsed Plasma Thruster System for Satellite Propulsion, AIAA paper, 1996.
- [5] Dean R. A., Duelli R.M., Lifschitz L.A., Brito H.H., Revisión Sobre Bancos de Ensayos para la Medición de Pequeños Impulsos, Publicado en Memorias del IV Congreso Internacional de SOMIM, Sociedad Mexicana De Ingeniería Mecánica, Ciudad Juarez, Chihuahua, México. Octubre de 1998.
- [6] Meirovitch, L., Methods of Analytical Dynamical, Mc Graw-Hill Co., 1970.
- [7] Clough, R.W., Penzien, J., 1975. Dynamics of Structures, McGraw-Hill, Inc. 1975.
- [8] Meirovitch, L., Introduction To Dynamics And Control. John Wiley & Sons, Inc. New York, 1985.
- [9] Inscripto en el Registro Industrial de la Nación. Acta N° P000102284.
- [10] MacNeal, R. H., "Finite Elements Their Desing And Performance", Marcel Deker Inc. New York, 1994.
- [11] MacNeal R.H., "A Simple Quadrilateral Shell Element, MSR-52, The MacNeal-Schwendler Corporation, 7442 North Figueroa Street, Los Angeles, California 90041, USA, 1994.
- [12] MSC/NASTRAN for Windows[®] Reference Manual. Version 2.0. The MacNeal-Schwendler Corporation.
- [13] Informe interno. Beca de Ayudantía de Investigación del Alumno Sebastián Cravero. Secretaria de Ciencia y Técnica, Universidad Nacional de Río Cuarto. Período 01 de agosto de 1999 al 31 de julio del 2000.
- [14] Piezo Systems, Inc. USA. Produc Catalog, <http://piezo.com>. 1993.
- [15] Duelli, R.M., Brito, H.H., Lifschitz, L.A., Dean, R.A., Cappellari, F., Molisani, L., Maglione, S., Modelización y Simulación De Un Banco De Ensayos A Lámina Resonante. IV Congreso Iberoamericano de Ingeniería Mecánica. CIDIM99. Santiago-Chile. 23-26 de noviembre 1999.
- [16] Brito H.H., Garay R., Duelli R., Maglione S., A Compact, Low-Cost Test Stand For PPT Impulse Bit Measurement, AIAA paper 3435, 36th AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference, Huntsville, Alabama. July 2000.