



## ANÁLISIS DINÁMICO DE SISTEMAS PRESA-EMBALSE-SEDIMENTOS CON ELEMENTOS FINITOS PARA UN MEDIO DE DOS FASES

Oscar A. Jarsun y Carlos A. Prato  
Departamento de Estructuras, F.C.E.F. y N.  
Universidad Nacional de Córdoba  
Casilla de Correos 916, 5000 Córdoba-Argentina

### RESUMEN

Se analiza la respuesta dinámica en el dominio de la frecuencia, de un sistema Presa-Embalse-Sedimentos, considerando los últimos como un medio de dos fases, un sólido poroelástico saturado por un fluido. Se utiliza una formulación con desplazamientos como variables nodales en todo el sistema, con lo que las condiciones en las interfases, son de continuidad de desplazamientos, manteniéndose la simetría del sistema global de ecuaciones. Los resultados muestran la influencia del sedimento en la respuesta dinámica del sistema.

### ABSTRACT

The dynamic response of a Dam-Reservoir-Sediment system is analysed in the frequency domain. The sediments are considered as a two phase media, a poroelastic solid saturated by a fluid. A displacement formulation is utilized with displacement nodal variables in all the system and a continuity displacement condition at the interfases, to obtain a symmetric equation system. The results shows the influence of sediments in the dynamic response of the system.

## Introducción

Los problemas dinámicos con interacción entre diversas estructuras, tales como sistemas Presa-Embalse-Fundación sometidos a acciones sísmicas, fueron objeto de intensa investigación debido a los cambios en la respuesta de los mismos, comparados con los análisis sin dichas interacciones, tal como sería analizar la presa sola.

La consideración de los sedimentos acumulados en el fondo del embalse fué realizada en forma aproximada por Fenves y Chopra [6],[7],[8], con una condición de contorno de absorción de energía en el fondo del embalse. Lofti, Roesset y Tassoulas (1986)[14], aproximan el comportamiento del sedimento como el de un sólido viscoelástico de baja velocidad de onda de corte, encontrando que los sedimentos producen una variación importante en la respuesta del sistema, pero no de la magnitud considerada en el trabajo de Fenves y Chopra.

En el trabajo de Cheng (1986)[5], se considera el modelo unidimensional de una columna del embalse con sedimentos en el fondo, sometido a una excitación armónica vertical en la base, que analiza al sedimento como un medio de dos fases, encontrándose que la respuesta del sistema no varía sustancialmente si el sedimento se encuentra totalmente saturado, pero es considerable si lo está parcialmente, aún con un grado de saturación del 99.55 %.

Bougacha y Tassoulas (1991)[3],[4], analizaron la respuesta de un sistema Presa-Embalse-Sedimentos-Fundación, sometido a aceleraciones en la base, en el cual embalse y sedimentos se discretizan en capas horizontales, donde las variables nodales de cada capa son presiones en el embalse y desplazamientos verticales en el sólido y fluido junto a presiones del fluido en el sedimento, adoptando una

solución analítica en la dirección horizontal. Los resultados muestran que la presencia de sedimentos totalmente saturados introducen un pequeño amortiguamiento al sistema con decrecimientos en los valores máximos de la respuesta y más notorios cuando el sistema es sometido a excitaciones verticales. Los sedimentos parcialmente saturados producen una apreciable reducción en la frecuencia natural del sistema además de un amortiguamiento más pronunciado.

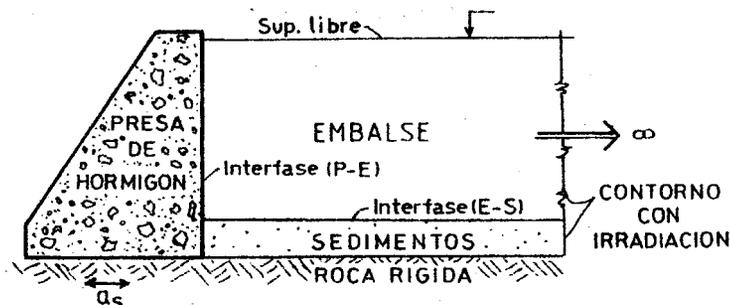


Figura 1: Sistema Presa-Embalse-Sedimentos

En el presente trabajo, se propone la resolución de un sistema como el de la **Figura 1**, compuesto de una Presa de hormigón, el embalse y los sedimentos en el fondo sobre una roca rígida, modelando cada componente en forma bidimensional como estado plano de deformación, con elementos finitos con desplazamientos como variables nodales, considerando el sedimento como un medio de dos fases (sólido saturado por un fluido) de acuerdo a la formulación de Biot [1],[2], considerando todos los términos de inercia, tanto en el sólido como en el fluido.

## Formulación

### Dominio : Sedimentos

Se utiliza la formulación para el medio de dos fases de Biot [1], [2], que ha sido tratada por varios autores en la literatura [12], [15], [16], [18], [20].

Planteando la ecuación de equilibrio de la mezcla constituida por el esqueleto sólido saturado por el fluido :

$$\sigma_{ij,j} = \rho \ddot{u}_s + \rho_f \ddot{w}_f \quad (1)$$

Donde :

$\sigma_{ij}$  = Tensor de tensiones totales.

$\rho$  = Densidad de la mezcla ( $\rho_f \eta + \rho_s(1 - \eta)$ ).

$\eta$  = Porosidad (relación entre el volumen o superficie ocupada por el fluido, y el volumen o superficie total).

$\rho_f$  = Densidad del fluido.

$\rho_s$  = Densidad de las partículas del sólido.

$u_s$  = Desplazamiento de las partículas del sólido.

$w_f$  = Desplazamientos relativos del fluido respecto al sólido.

promediados en la superficie total de la mezcla ( $w_f = \frac{1}{\eta}(u_f - u_s)$ ).

$u_f$  = Desplazamiento de las partículas del fluido.

Los puntos sobre las variables indican derivada respecto del tiempo (velocidad y aceleración). De acuerdo al criterio de tensiones efectivas, las tensiones totales en la mezcla se descomponen en tensiones efectivas en el sólido ( $\sigma$ ) y presiones ( $p$ ) en el fluido, quedando la (1):

$$\sigma_{ij,j} + p_{,i} = \rho \ddot{u}_s + \rho_f \ddot{w}_f \quad (2)$$

Por otra parte la ecuación de equilibrio en el fluido dentro del sedimento es:

$$p_{,i} + \frac{\rho_f g}{k} \dot{w}_f = \rho_f \ddot{u}_s + \frac{\rho_f}{\eta} \dot{w}_f \quad (3)$$

Donde:

$k$  = Coeficiente de permeabilidad de Darcy.

$g$  = Aceleración de la gravedad.

Las expresiones (2) y (3), forman un sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias acopladas, que gobiernan el comportamiento dinámico en un medio de dos fases y consideran la interacción entre las mismas (sólido y fluido).

Las presiones del fluido dentro del sedimento pueden expresarse si se desprecia la compresibilidad de las partículas del sólido, como:

$$p = \frac{k_f}{\eta} (\nabla u_s + \nabla w_f) \quad (4)$$

Donde:

$k_f$  = Módulo de elasticidad volumétrico del fluido.

$\nabla u_s$  = Deformación volumétrica del esqueleto sólido.

$\nabla w_f$  = Deformación volumétrica del fluido promediada a la totalidad del volumen de la mezcla.

$\nabla$  = Operador divergencia.

La expresión (4), es la ecuación constitutiva del fluido, y para el sólido se adopta un material elástico, lineal, isótropo y homogéneo cuya relación constitutiva es:

$$\sigma_{ij} = D_{ijkl} \xi_{kl} \quad (5)$$

Donde:

$D_{ijkl}$  = Tensor de coeficientes elásticos para el sólido en condiciones drenadas.

$\xi_{kl}$  = Tensor de deformaciones en el esqueleto sólido.

### Dominio : Embalse

En el embalse se resuelve la ecuación de equilibrio dinámico:

$$p_{,i} = \rho_f \ddot{u}_i^e \quad (6)$$

Donde:

$\ddot{u}_i^e$  = Aceleración de la partícula del embalse en la dirección  $x_i$ .

La presión puede expresarse en función de las deformaciones volumétricas del fluido como :

$$p = k_f \nabla u^e \quad (7)$$

De la discretización en elementos finitos utilizando estas expresiones, se obtiene desplazamientos en el fluido como variables nodales. Para evitar los problemas de singularidad conocidos en este tipo de formulación[9],[19], se utiliza integración reducida y una condición de contorno de olas en la superficie libre.

### Dominio : Presa de Hormigón

En el dominio de la presa se debe satisfacer la ecuación de equilibrio dinámico, que sin considerar las fuerzas gravitatorias queda :

$$\sigma_{i,j}^p = \rho_p \ddot{u}^p \quad (8)$$

Donde :

$\sigma_{ij}^p$  = Tensor de tensiones en la presa.  
 $\rho_p$  = Densidad del material en la presa (hormigón).  
 $\ddot{u}^p$  = Aceleración en la presa.

Se adopta un comportamiento elástico lineal en el hormigón, con lo que la ecuación constitutiva en el mismo es :

$$\sigma_{ij}^p = D_{ijkl}^p \xi_{kl} \quad (9)$$

Donde :

$D_{ijkl}^p$  = Tensor de coeficientes elásticos para el hormigón.  
 $\xi_{kl}^p$  = Tensor de deformaciones en la presa.

### Condiciones de Contorno del Modelo

En la Figura 1, se pueden apreciar los distintos tipos de contorno que presenta el modelo :

#### Contorno con Irradiación de Energía

En el borde que separa la parte discretizada del embalse con la zona semi-infinita del mismo se introducen absorbedores de energía (amortiguadores), para modelar el fenómeno de irradiación que se produce en dicho contorno al ser atravesado por ondas de presión sin retorno, provenientes del paramento. Dicha condición proviene de la solución analítica de la ecuación de la onda en columnas unidimensionales normales al contorno, de longitud semi-infinita y ancho diferencial [10] [13] :

$$p = -\rho_f c_f \dot{u}_n^e \quad (10)$$

Donde :

$c_f$  = Velocidad de propagación de ondas P en el fluido (1438 m/s).  
 $\dot{u}_n^e$  = Velocidad de las partículas del embalse en dirección normal entrante al dominio del embalse.

Una condición de irradiación aproximada para el borde semiinfinito en el sedimento, similar a la utilizada en el embalse [11], queda :

$$\sigma = v_s \rho_s (1 - \eta) \dot{u}_s + c_f \rho_f \eta (\dot{u}_s + \dot{w}_f / \eta) \quad (11)$$

$$p = c_f \rho_f (\dot{u}_s + \dot{w}_f / \eta) \quad (12)$$

### Superficie Libre del Embalse

Se introduce en este contorno la condición de olas de superficie :

$$p = -\rho_f g u_n^e \quad (13)$$

### Condición de Interfase

En la interfase sedimento-embalse se impone la continuidad de los desplazamientos del fluido. De acuerdo a la definición de la variable  $w_f$ , los desplazamientos de las partículas del fluido dentro del sedimento son :

$$u_f = u_s + \frac{w_f}{\eta} \quad (14)$$

Pero la relación entre las variables utilizadas en el embalse y las del sedimento es :

$$u^e = u_s + w_f \quad (15)$$

Donde  $u^e$  se descompone en una parte igual al desplazamiento del sólido  $u_s$ , y otra a  $\frac{w_f}{\eta}$ , en la que el producto por la porosidad se debe a que al pasar el flujo por esta interfase, se produce un aumento en la sección transversal del mismo y su consiguiente disminución de velocidad proporcional a  $\eta$ .

En la superficie de separación entre la presa y el embalse se debe cumplir la condición de continuidad de los desplazamientos en ambos dominios :

$$u_n^e = u_n^p \quad (16)$$

Donde :

$u_n^e$  = Desplazamientos en el embalse, normales a la interfase.

$u_n^p$  = Desplazamientos en la presa, normales a la interfase.

De aplicar las condiciones esenciales de borde para la base con aceleraciones conocidas, el sistema de ecuaciones se puede escribir en forma condensada como :

$$[K] [u^r] + [C] [\dot{u}^r] + [M] [\ddot{u}^r] = - [M] [\ddot{u}_g] \quad (17)$$

Donde :

$u^r$  = Desplazamientos en el sistema, relativos a la base de la presa.

$a_g$  = Aceleraciones conocidas en la base de la presa.

$K, M, C$  = Matrices de rigidez, masa y amortiguamiento del sistema presa-embalse-sedimentos.

Pasando el sistema al dominio de la frecuencia, introduciendo una aceleración unitaria compleja en la base de la presa  $a_g = 1 e^{i\omega t}$ , y proponiendo una solución armónica :

$$u^r = U^r e^{i\omega t} \quad (18)$$

El sistema queda :

$$[K + i\omega C - \omega^2 M] [U^r] = -[M] \quad (19)$$

Donde :

$U^r$  = Módulo del desplazamiento relativo.

$\omega$  = Frecuencia angular del movimiento .

## Resultados

Se presentan los resultados obtenidos de implementar la formulación anterior, en un modelo de elementos finitos para el sistema *presa-embalse-sedimentos*, considerando el fondo rígido, como el de la Figura 2.

En la Figura 2, se muestran las dimensiones geométricas del modelo, como así también las de su discretización en elementos finitos.

En el embalse se utilizaron 60 elementos isoparamétricos cuadriláteros de cuatro nudos, con dos grados de libertad por nudo ( las dos componentes de los desplazamientos en el plano), en el sedimento se utilizaron 12 elementos finitos similares pero con cuatro grados de libertad por nudo (las dos componentes de desplazamientos del sólido, y las dos del fluido en el plano), mientras la presa se discretizó en 36 elementos finitos similares a los utilizados para el embalse.

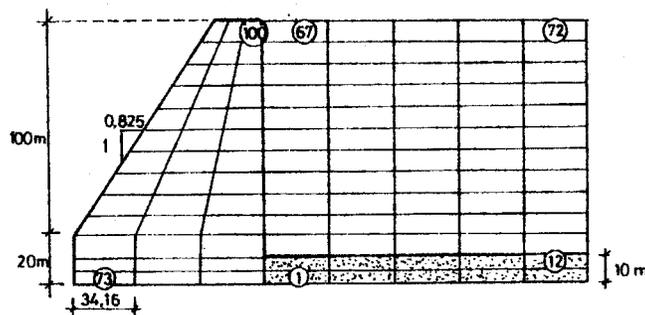


Figura 2: Modelo de Elementos Finitos del Sistema

Las características adoptadas para los materiales constitutivos del modelo son :

Porosidad ( $\eta$ )=0,6.

Permeabilidad ( $k$ )= $1 \times 10^{-3}$ m/s.

Módulo elástico del sólido en el sedimento ( $E_s$ )= $2,08 \times 10^3$ tn/m<sup>2</sup>.

Módulo elástico del Hormigón de la presa ( $E_p$ )= $3,75 \times 10^6$ tn/m<sup>2</sup>.

Módulo de elasticidad volumétrica del agua ( $k_f$ )= $2,045 \times 10^5$ tn/m<sup>2</sup>.

Coefficiente de Poisson del esqueleto sólido ( $\nu_s$ )=0,35.

Coefficiente de Poisson del hormigón ( $\nu_p$ )=0,17.

Densidad total del sedimento ( $\rho$ )=0,1377 tn.s<sup>2</sup>/m<sup>4</sup>.

Densidad del hormigón ( $\rho_p$ )=0,25 tn.s<sup>2</sup>/m<sup>4</sup>.

Densidad del fluido ( $\rho_f$ )=0,10 tn.s<sup>2</sup>/m<sup>4</sup>.

El sedimento parcialmente saturado se tiene en cuenta, por medio de un módulo de elasticidad volumétrico en el fluido modificado  $k'_f$ , de acuerdo a la siguiente expresión propuesta por Verruijt [17] :

$$\frac{1}{k'_f} = \frac{1}{k_f} + \frac{1-S}{p_0} \quad (20)$$

Donde :

$p_0$  = Presión absoluta del fluido en los poros.

$S$  = Grado de saturación.

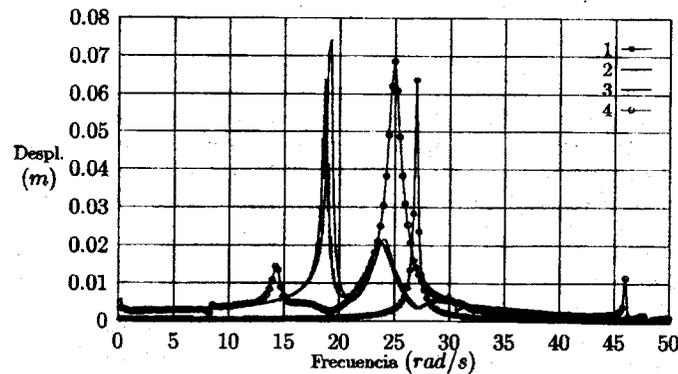
A partir de la (20) se puede definir  $\beta$  como:

$$\beta = \frac{k'_f}{k_f}$$

En la Figura 3, se presenta la función de transferencia de los desplazamientos relativos del coronamiento de la presa respecto a su base rígida, cuando la misma es excitada con una aceleración horizontal  $a_g = e^{i\omega t}$ .

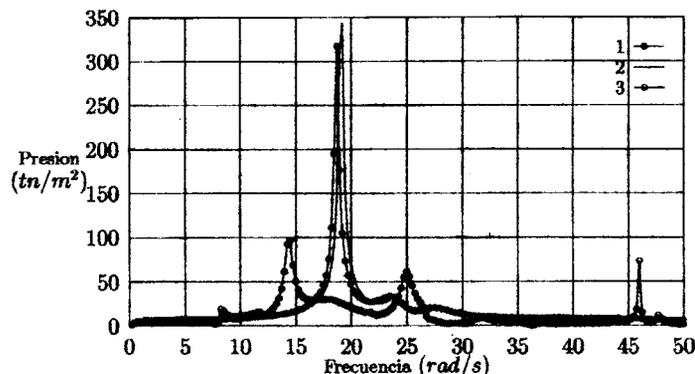
La Figura 4 muestra la función de transferencia de las presiones en el embalse obtenidas en el elemento 1 del modelo de la Figura 2.

En las Figuras 5 y 6, se muestran los mismos resultados que en las Figuras 3 y 4, cuando el sistema es excitado verticalmente con  $a_g = e^{i\omega t}$ .



- 1- Presa-embalse. 2- Presa-embalse-sedimentos ( $\beta = 1$ ).  
3- Presa-embalse-sedimentos ( $\beta = 0.1$ ).

Figura 3: DESPLAZAMIENTO CORONAMIENTO. Excitación Horizontal



1- Presa-embalse. 2- Presa-embalse-sedimentos ( $\beta = 1$ ).  
3- Presa-embalse-sedimentos ( $\beta = 0.1$ ).

Figura 4: PRESION ELEMENTO 1. Excitación Horizontal

## Conclusiones

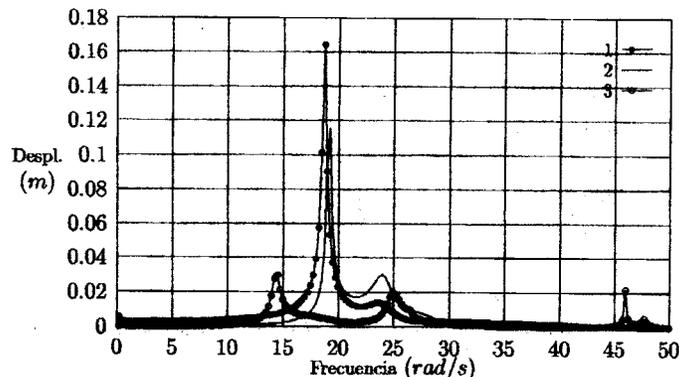
Como se puede apreciar en las figuras, se analizaron los casos del modelo con sedimentos, sin sedimentos, y el de la presa sola para comparar los resultados.

Frente a excitaciones horizontales, el sistema muestra una disminución en su frecuencia natural si se la compara con la de la presa seca  $w_{ps}$ , debido fundamentalmente a la interacción de la presa con el embalse, cuya primer frecuencia natural es  $w_{emb} = 18,82$  rad/s. La presencia de sedimentos totalmente saturados no tiene influencia significativa en la respuesta, comparada con la del embalse sin sedimentos. El desplazamiento horizontal del coronamiento muestra dos picos en la respuesta, uno cercano a  $w_{emb}$ , y otro algo menor que  $w_{ps}$ . La presencia de sedimentos parcialmente saturados, hace que disminuya la frecuencia en la que se produce el primer pico así como su amplitud. Esta tendencia aumenta cuando lo hace también el grado de saturación del sedimento, o lo que es lo mismo disminuye la relación  $\beta$ . El segundo pico tiene un importante incremento para  $\beta = 0.1$ , lo que posiblemente se deba a un acercamiento entre la segunda frecuencia natural en el embalse para dicho valor de  $\beta$ , con  $w_{ps}$ . Las presiones en el elemento 1 (Figura 4), muestran características similares a los desplazamientos, pero con el segundo pico menos manifiesto.

Las características mencionadas sobre la respuesta bajo excitación horizontal, son aplicables para una excitación vertical, en la que las amplitudes son mayores que las del caso anterior, debido a que el mecanismo de amortiguamiento por irradiación en el embalse semi-infinito es menos excitado. Esto también explica la disminución en la amplitud de la respuesta del sistema con sedimentos totalmente saturados, respecto a no considerar los sedimentos, ya que adquiere importancia el amortiguamiento de Darcy en el sedimento (Figuras 5 y 6), mecanismo de poca influencia en la respuesta bajo excitación horizontal.

## Referencias

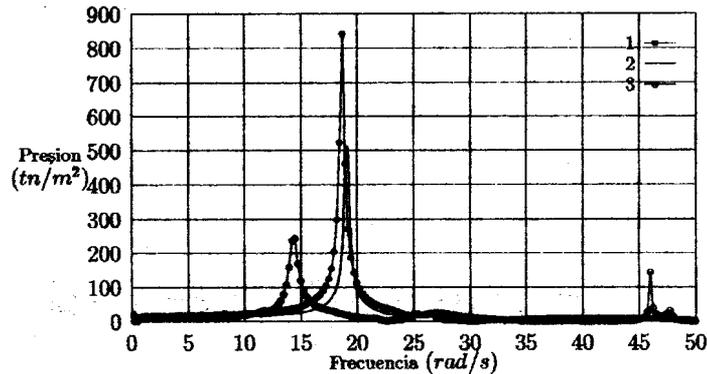
- [1] Biot M. A. (1956). " Theory of Propagation of Elastic Waves in a Fluid Saturated Media. Part I. Low Frequency Range ". *J. of the Acoustical Society of America*, 28(2), 168-178.



1- Presa-embalse. 2- Presa-embalse-sedimentos ( $\beta = 1$ ).  
3- Presa-embalse-sedimentos ( $\beta = 0.1$ ).

Figura 5: DESPLAZAMIENTO CORONAMIENTO. Excitación Vertical

- [2] Biot M. A. (1961). " Mechanics of Deformation and Acoustic Propagation in Porous Media ". *J. of Applied Physics*, **33**(4), 1483-1498.
- [3] Bougacha S. and Tassoulas J. L. (1991). " Seismic Analysis of Gravity Dams. I : Modeling of Sediments ". *J. Engrg. Mech.*, ASCE, **117**(8), 1826-1837.
- [4] Bougacha S. and Tassoulas J. L. (1991). " Seismic Analysis of Gravity Dams. II : Effects of Sediments ". *J. Engrg. Mech.*, ASCE, **117**(8), 1839-1850.
- [5] Cheng A. H. D. (1986). " Effect of Sediment on Earthquake-Induced Reservoir Hydrodynamic Response ". *J. Engrg. Mech.*, ASCE, **112**(7), 654-663.
- [6] Fenves G. and Chopra A. K. (1983). " Effects of Reservoir Bottom Absorption on Earthquake Response of Concrete Gravity Dams". *Earth. Eng. Estruc. Dyn.*, **11**, 809-829.
- [7] Fenves G. and Chopra A. K. (1984). " Earthquake Analysis of Concrete Gravity Dams Including Reservoir Bottom Absorption and Dam-Water-Foundation Rock Interaction ". *Earth. Eng. Struc. Dyn.*, **12**, 663-680.
- [8] Fenves G. and Chopra A. K. (1985). " Reservoir Bottom Absorption Effect in Earthquake Response on Concrete Gravity Dams ". *J. Struct. Engrg.* ASCE . **113**(3), 545-562.
- [9] Greeves E. J. and Taylor C. A. (1992). " The use of displacement type fluid finite elements for the analysis of dam-reservoir interaction ". *Dam Engineering*, **3**, 169-200.
- [10] Hall J. F. and Chopra A. K. (1982). " Two dimensional dynamic analysis of concrete gravity and embankment dams ". *Earth. Eng. Estruc. Dyn.*, **10**, 305-332.
- [11] Jarsun O. A. y Prato C. A. (1995). " Análisis dinámico de sistemas Presa-Embalse-Sedimentos con elementos finitos para un medio de dos fases". Depto. de Estructuras (UNC). Informe presentado ante SecyT (UNC).



- 1- Presa-embalse. 2- Presa-embalse-sedimentos ( $\beta = 1$ ).  
3- Presa-embalse-sedimentos ( $\beta = 0.1$ ).

Figura 6: PRESION ELEMENTO 1. Excitación Vertical

- [12] Lacy S. J. and Prevost J. H. (1987). " Nonlinear seismic response analysis of earth dams ". *Soil Dyn. Earth. Eng.*, 6 (1), 48-62.
- [13] Lysmer J. and Kuhlemeyer R. (1969). " Finite Dynamic Model for Infinite Media". *J. Engrg. Mech.*, ASCE, 95(4), 859-878.
- [14] Lofti V., Roesset J. M. and Tassoulas J. L. (1986). " A technique for the analysis of response of dams to earthquakes ". *Earth. Eng. Estruc. Dyn.*, 15, 463-490.
- [15] Prevost J. H. (1993). " Nonlinear dynamics response analysis of soil and soil structure interacting systems ". *Soil Dynamics and Geotechnical Earthquake Engineering, Balkema, Rotterdam*.
- [16] Sandhu R. S. and Wilson E. L. (1969). " Finite element analysis of seepage in elastic media ". *J. Engrg. Mech.*, ASCE, 95(3), 641-652.
- [17] Verruijt, A. (1969). " Elastic Storage of Aquifers ". *Flow through porous media*. R. J. De Weist, ed., Academic Press, London, U.K.
- [18] Ghaboussi J. and Wilson E. L. (1972). " Variational Formulation of Dynamics of Fluid-Saturated Porous Elastic Solids ". *J. Engrg. Mech.*, ASCE, 98(4), 947-963.
- [19] Wilson E. L. and Khalvati M (1983). " Finite elements for the dynamic analysis of fluid-solid systems ". *Int. J. Num. . Meth. Engrg.*, 19, 1657-1668.
- [20] Zienkiewicz O. C. and Shiomi T. (1984). " Dynamic Behaviour of Saturated Porous Media; The Generalized Biot Formulation and its Numerical Solution ". *Int. J. Numer. Anal. Methods Geomech.*, 8, 71-96.