



SIMULACION DE FLUJOS A SUPERFICIE LIBRE CON VIENTO Y MAREA

Fabián A. Bombardelli, Angel N. Menéndez

Laboratorio de Hidráulica Aplicada. INCYTH. Secretaría de Recursos Naturales y
Ambiente Humano. Casilla de Correo 21, 1802 Aeropuerto Ezeiza, Argentina

RESUMEN

Se presenta un modelo hidrodinámico cuasi-tridimensional para simular flujos en los que la fuerza motriz del escurrimiento está determinada por efectos combinados de marea y viento. Se parte de las ecuaciones de Navier-Stokes y, a partir de la propuesta de perfil vertical de velocidades horizontales de de Almeida Rosso-Rosman, se las integra en profundidad. Se obtienen así expresiones con un número más elevado de términos que las conocidas ecuaciones para aguas poco profundas. El método de resolución de dichas ecuaciones se basa en el de diferencias finitas. Se utilizaron la técnica ADI (implícita de direcciones alternadas) y la estructura del sistema computacional HIDROBID II, desarrollado en el INCYTH, para construir el modelo.

En este artículo se presenta una justificación para el uso de una formulación cuasi-tridimensional, se detallan la obtención y discretización de las ecuaciones y se muestran los primeros resultados de una serie de ensayos numéricos de validación.

ABSTRACT

A quasi-three-dimensional hydrodynamic model for the simulation of flows in which the driving force is determined by combined effects of tide and wind is presented. It is started from the Navier-Stokes equations and, using the horizontal-velocities vertical-profile proposed by de Almeida Rosso-Rosman, the equations are depth-integrated. Expressions with a bigger number of terms than the known shallow water equations arise. The resolution method of those equations is based in the finite difference one. In order to build the model, the ADI (alternate direction implicit) technique and the structure of HIDROBID II computational system, developed at INCYTH, were used.

In this article a justification for the use of a quasi-three-dimensional formulation is presented, the obtention and discretization of the equations are detailed and first results of a validation numerical essays serie are shown.

INTRODUCCION

La acción del viento sobre la superficie libre de cuerpos de agua ha concitado la atención de numerosos investigadores a lo largo de este siglo. Muchos de ellos se han especializado en el estudio de la generación de olas, mientras que otros lo han hecho en las corrientes que el viento origina, denominadas "corrientes de deriva". Se han encarado así investigaciones de laboratorio y en campaña, las cuales proveen un valioso conocimiento de la dinámica tanto de la capa límite que se desarrolla en el aire como de la que tiene lugar en la parte superior de la columna de agua. La aplicación, en los últimos treinta años, de modelos numéricos para resolver escurrimientos naturales, en dos y tres dimensiones, exigió a los mismos poseer la capacidad de simular la acción del viento. El disponer de modelos que contemplen la acción del viento se ha mostrado especialmente trascendente en los estudios de dispersión de contaminantes en aguas costeras [1], ya que tiene a su cargo un porcentaje elevado del transporte de dichas sustancias. Más aún: en los estudios de dispersión de manchas de petróleo, se vuelve imperioso conocer la distribución vertical de velocidades horizontales (en particular, la superficial).

La representación correcta del flujo generado por el viento es una tarea compleja, dada la característica aleatoria del fenómeno y la dificultad de determinar tiempos de respuesta en cuencos [2]. Al mismo tiempo, la experiencia internacional acumulada en la materia refleja claramente la importancia de la tercera dimensión en su estudio [3].

Los comienzos de la simulación en dos dimensiones en planta consistían en utilizar las ecuaciones para aguas poco profundas (ecuaciones de Navier-Stokes integradas en vertical) para obtener las velocidades medias verticales y niveles, sin considerar el viento en un primer paso, para luego adicionar, en forma vectorial, una velocidad del agua producida por el viento, determinada a partir de relaciones empíricas que dependen de la velocidad del aire a una determinada altura. Esta operatoria, que da como resultado la velocidad superficial total, resulta eficiente si la distribución vertical de velocidades horizontales del cuerpo analizado no presenta un apartamiento significativo respecto de la velocidad media vertical, lo cual se da habitualmente, por caso, en estuarios poco profundos con corrientes importantes y vientos moderados, comparativamente lejos de las costas. No obstante, si lo anterior no ocurre, el cálculo puede diferir en mucho de la realidad [4].

Algunos autores propusieron, diez años atrás, modificar el término de "fricción" contra el fondo (presente en las ecuaciones de cantidad de movimiento) para tener en cuenta la influencia de la tridimensionalidad del fenómeno sobre las velocidades horizontales medias verticales, lo que podría catalogarse como una simulación "2D modificada" [2]. Hoy en día, existen en el mundo algunos modelos tridimensionales, que han probado ser precisos para modelar ciertos escurrimientos generados por el viento exclusivamente [3, 5, 6] y resoluciones tridimensionales con técnicas de desdoblamiento ("splitting") [7].

Respecto de los enfoques anteriores, pueden señalarse limitaciones, a saber:

* Los modelos 3D exigen grandes costos computacionales para realizar cálculos en régimen impermanente, en virtud de la importancia de las mallas que es preciso resolver. Lo anterior tiene dos aristas: por un lado, exige poseer equipos con memorias de acceso aleatorio (RAM) muy amplias y velocidad de procesamiento elevada; por otro, aún disponiendo del equipo, los tiempos de cálculo son de todos modos trascendentes. En el caso de simular una contingencia (por ejemplo, dar respuestas acerca de la evolución temporal de un penacho de contaminación acarreado por un derrame de petróleo), el tiempo de procesamiento haría impracticable la posibilidad de efectuar un pronóstico de forma rápida. Además, la tercera dimensión adiciona problemas de estabilidad del

esquema numérico, que obligan a desarrollar una discretización muy densa en la vertical, a efectos de simular con precisión el perfil vertical de velocidades horizontales [3].

* Los modelos 3D requieren una cantidad apreciable de datos para una adecuada calibración.

* Los modelos 2D con suma vectorial para considerar el viento poseen el ya comentado inconveniente de la inaplicabilidad a casos donde el perfil vertical de velocidades horizontales se aparta de la uniformidad.

* Ni los modelos 2D ni los 2D modificados permiten la posibilidad de reconstruir el perfil vertical de velocidades horizontales.

Un aspecto importante reside en que el perfil vertical de velocidades horizontales debe contemplar la coexistencia de corrientes debidas a las ondas de marea y las originadas por el viento (combinación no incluida en la mayoría de los modelos 3D consultados) y ser capaz de predecir el "reflujo" a profundidad que acarrea el viento en concomitancia con las costas. Por lo tanto, frente a este panorama y a la necesidad de contar con herramientas que permitan cuantificar, de forma segura y relativamente rápida, la acción del viento en aguas poco profundas, surgen las simulaciones cuasi-tridimensionales en las que se supone una distribución vertical para las velocidades horizontales. Esta distribución se monta sobre el esquema de resolución de los modelos 2D tradicionales, de modo que es posible aprovechar las estructuras de dichos modelos.

HIPOTESIS DEL MODELO Y OBTENCION DE LAS ECUACIONES

Hipótesis

Las hipótesis de partida del presente modelo, la mayoría de las cuales los son también del modelo HIDROBID II [8] (cuya estructura se utilizó), son las siguientes:

* Fuerzas actuantes:

a) Las fuerzas motrices provienen de: la gravedad, la rotación de la Tierra (fuerza de Coriolis) y del viento.

b) La resistencia al movimiento producida por la generación de turbulencia en el fondo puede ser expresada usando una ley similar a la del escurrimiento permanente unidimensional (ley de Chézy).

* Geometría del cuenco:

a) La forma del fondo es arbitraria, pero no cambia con el tiempo y no presenta variaciones bruscas.

b) La pendiente del fondo es pequeña.

* Condiciones del flujo:

a) El flujo es esencialmente bidireccional en virtud de que la escala de los movimientos horizontales es ampliamente mayor que la de los verticales.

b) La componente de la aceleración normal al escurrimiento es despreciable frente a la aceleración de la gravedad. Esto significa que la curvatura y divergencia de las líneas de corriente en planos normales a la superficie del escurrimiento son pequeñas. Como consecuencia, la distribución de presiones es esencialmente hidrostática.

c) El flujo es incompresible y homogéneo.

De la aplicación del teorema de transporte de Reynolds a la propiedad cantidad de movimiento, surge que:

$$\rho \frac{Dv}{Dt} = \rho b + \nabla \cdot \underline{\underline{\sigma}} \quad (1)$$

donde:

ρ : masa específica del fluido

v : vector velocidad instantánea

\underline{b} : vector de fuerzas volumétricas

$\underline{\sigma}$: tensor de Cauchy o tensor de tensiones internas del fluido (de segundo orden)

Si se aplica la descomposición de Reynolds a las variables hidrodinámicas, se desprecian las tensiones moleculares frente a las turbulentas y se hace valer la hipótesis de incompresibilidad, es posible arribar a [9]:

$$\rho \frac{\partial \bar{v}}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \bar{v} \bar{v}) = \rho \underline{g} \bar{t} - \nabla (\bar{p} + \frac{2}{3} \rho k) + \nabla \cdot \underline{\sigma}^t \quad (2)$$

donde:

\bar{v} : velocidad media temporal

\bar{p} : presión termodinámica media temporal

$\underline{g} \bar{t}$: vector de fuerzas volumétricas, que comprende las contribuciones de la gravedad y de la rotación de la Tierra

k : energía cinética turbulenta

$\underline{\sigma}^t$: tensor de tensiones turbulentas (de segundo orden), fruto de la no linealidad de las ecuaciones de Navier-Stokes.

Para este tensor turbulento se asume como válida la aproximación de Boussinesq, que supone una relación lineal entre este tensor y el tensor velocidad de deformación, ligados por el tensor viscosidad de remolino, de cuarto orden. Respecto a este último, se adopta anisotropía sólo en las tres direcciones principales, de modo que de los 81 coeficientes se mantienen 3.

Si ahora se aplica el teorema de transporte de Reynolds a la propiedad masa y se hace valer la hipótesis de incompresibilidad, se obtiene:

$$\nabla \cdot \bar{v} = 0 \quad (3)$$

En las ecuaciones 2 y 3 aparecen velocidades medias temporales según las tres direcciones del escurrimiento. Dadas las diferencias de escala entre los movimientos horizontales y verticales (hipótesis a) de la condición del flujo), las velocidades horizontales son ampliamente mayores que la vertical. En consecuencia, desaparecen los términos de inercia y las tensiones turbulentas en la ecuación de balance según el eje vertical "z" (los horizontales se llamarán "x" e "y"), quedando el balance entre la componente del peso y el gradiente de presiones. En consecuencia, operando con esta expresión, se tiene [10]:

$$\nabla \bar{p} = \rho g \nabla \eta \quad (4)$$

donde η indica la elevación de la superficie libre respecto a algún plano de comparación y el operador ∇ pasa a ser bidimensional. Las ecuaciones (4) pueden introducirse en las (2) para evaluar los términos del gradiente de presiones. Del mismo modo que se integró la ecuación según "z", se debe integrar a continuación las ecuaciones restantes, para lo cual se escoge un perfil vertical de velocidades horizontales.

Perfil vertical de velocidades

Se utilizó la propuesta de perfil vertical de velocidades horizontales realizada por de Almeida Rosso-Rosman [4] que, con arreglo a la Figura 1, se expresa en componentes del siguiente modo:

$$v_i(z) = \alpha_i (d+z)^{1/7} + \beta_i (d+z) + \gamma_i (d+z)^2 \quad (5)$$

donde:

$v_i(z)$: componente del vector velocidad medio temporal según i ("x" o "y")

$z = -d(x, y)$: superficie del fondo

$\alpha_i, \beta_i, \gamma_i$: coeficientes, que se determinan a partir de las siguientes condiciones de borde:

a) en la superficie libre:

$$\left(\nu \frac{\partial v_i}{\partial z} \right)_{z=\eta} = \frac{\tau_i^S}{\rho} \quad (6)$$

b) en el fondo:

$$\left(\nu \frac{\partial v_i}{\partial z} \right)_{z=-d} = \frac{\tau_i^F}{\rho} \quad (7)$$

c) para la velocidad media:

$$U_i(x, y, t) = \frac{1}{h} \int_{-d}^{\eta} v_i(x, y, z, t) dz \quad (8)$$

en las que:

ν : componente vertical de la viscosidad de remolino dividido por la masa específica

τ_i^S : tensión turbulenta de corte en la superficie libre en la dirección i

τ_i^F : tensión turbulenta de corte en el fondo en la dirección i

U_i : componente del vector velocidad media en la vertical (media temporal) en la dirección i

h : profundidad

Para la tensión superficial ejercida por el viento se emplea la conocida expresión:

$$\tau_i^S = \rho_{\text{aire}} C_D |w| w_i \quad (9)$$

donde:

ρ_{aire} : masa específica del aire

w_i : componente de la velocidad del viento en la dirección i , medida a cierta altura

C_D : coeficiente de arrastre debido al viento

La aplicación de las condiciones de borde anteriores conduce a los siguientes coeficientes:

$$\alpha_i = \frac{28}{143} h^{-1/7} \left[6U_i - 2 \frac{\tau_i^F h}{\rho \nu} - \frac{\tau_i^S h}{\rho \nu} \right] \quad (10)$$

$$\beta_i = \frac{\tau_i^F}{\rho \nu} \quad (11)$$

$$\gamma_i = \frac{3}{286} h^{-2} \left[-8U_i - 45 \frac{\tau_i^F h}{\rho v} + 49 \frac{\tau_i^S h}{\rho v} \right] \quad (12)$$

Cabe mencionar que esta distribución de velocidades es consistente con un perfil de la componente vertical de la viscosidad de remolino de tipo polinómico comúnmente usado [4]. El primer término, que lleva la potencia $1/7$, es el que domina para los escurrimientos sin viento (ya que constituye una aproximación aceptable del aspecto logarítmico del perfil para los flujos en canales).

Integración de las ecuaciones en la vertical

Introduciendo las Ecuaciones (4) a (12) en las (2), se arriba a expresiones como la siguiente, que representa la conservación de la cantidad de movimiento según "x" (en componentes):

$$\begin{aligned} & \frac{\partial U_x}{\partial t} + AA \frac{\partial U_x}{\partial x} + AB \frac{\partial h}{\partial x} + AC \frac{\partial \tau_x^F}{\partial x} + AD \frac{\partial U_x}{\partial y} + AE \frac{\partial h}{\partial y} + AF \frac{\partial U_y}{\partial y} + AG \frac{\partial \tau_y^F}{\partial y} + AH \frac{\partial \tau_x^F}{\partial y} = \\ & = -g \frac{\partial(h+d)}{\partial x} + \frac{1}{\rho h} \left[\frac{\partial(h \tau_{xx})}{\partial x} + \frac{\partial(h \tau_{xy})}{\partial y} \right] + \frac{1}{\rho h} \tau_x^S - \frac{1}{\rho h} \tau_x^F + f U_y \end{aligned} \quad (13)$$

donde AA, AB, AC, AD, AE, AF, AG y AH son funciones de $U_x, U_y, \tau_x^F, \tau_y^F, \tau_x^S, \tau_y^S, h, \rho, \nu$. A título ilustrativo, se presenta la expresión de una de ellas:

$$AA = 1.024 U_x + 0.024 \frac{h}{\rho \nu} \tau_x^F + 0.020 \frac{h}{\rho \nu} \tau_x^S \quad (14)$$

El resto de las variables tiene los siguientes significados:

g : aceleración de la gravedad

f : parámetro geotrófico

τ_{kl} : tensiones turbulentas medias verticales.

Vale aclarar que en la ecuación (13) no se incluyeron, por sencillez, los términos que contienen derivadas espaciales de la tensión turbulenta de corte superficial inducida por el viento.

Comparando las ecuaciones resultantes con las ecuaciones de aguas poco profundas, se nota la introducción de términos, producto de la integración en la vertical de los términos de inercia. Así, en la ecuación de cantidad de movimiento según "x" aparecen contribuciones en:

$$\frac{\partial h}{\partial x}, \frac{\partial h}{\partial y}, \frac{\partial U_y}{\partial y}, \frac{\partial \tau_x^F}{\partial x}, \frac{\partial \tau_x^F}{\partial y} \text{ y } \frac{\partial \tau_y^F}{\partial y}$$

mientras que en la ecuación de cantidad de movimiento según "y", se introducen:

$$\frac{\partial h}{\partial x}, \frac{\partial h}{\partial y}, \frac{\partial U_x}{\partial x}, \frac{\partial \tau_x^F}{\partial x}, \frac{\partial \tau_y^F}{\partial x} \text{ y } \frac{\partial \tau_y^F}{\partial y}$$

Algunos de estos nuevos términos generan variantes en la discretización de las ecuaciones, una de las cuales será comentada más adelante.

Para la ecuación de continuidad, la integración en la vertical deviene en:

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial(h U_x)}{\partial x} + \frac{\partial(h U_y)}{\partial y} = 0 \quad (15)$$

ESQUEMA NUMERICO

Esta nueva formulación se montó sobre la estructura del sistema computacional HIDROBID II [8]. En consecuencia, se respetó su esquema de resolución, que se basa en el método de las diferencias finitas. Usa una malla de discretización espacial alternada, esto es, las variables h , U_x y U_y están centradas en puntos diferentes, lo cual resulta conveniente para aplicar algunas condiciones de contorno. Así, la ecuación de continuidad se centra en los nodos h , mientras que las de cantidad de movimiento según "x" e "y" se centran en U_x y U_y , respectivamente (Figura 2).

Se utiliza un método implícito de direcciones alternadas. Los términos convectivos se descentran mediante un esquema de aguas arriba (upwinding) para lograr mayor estabilidad [8]. Este esquema se extendió también a los términos que incluyen la fuerza del viento. En efecto, términos como el que contiene la derivada de la velocidad media vertical según "x" respecto a "x" pueden descomponerse como:

$$AA \frac{\partial U_x}{\partial x} = \left[AA_1 U_x + AA_2 \tau_x^s \right] \frac{\partial U_x}{\partial x} \quad (16)$$

por lo cual, así como se descentra respecto a U_x , se descentra del mismo modo con relación a la tensión de corte del viento. Este mecanismo se aplica igualmente a términos similares. La no linealidad de los términos convectivos se resuelve además mediante una técnica iterativa [8].

En el primer paso fraccionario, la ecuación de cantidad de movimiento según "x" se acopla con la de continuidad, determinando un sistema de ecuaciones algebraicas lineales de tipo tridiagonal en bloque. La ecuación de cantidad de movimiento según "y", por su parte, constituye un sistema tridiagonal. Ambos sistemas pueden ser resueltos eficientemente por algoritmos de eliminación. La situación es totalmente similar en el segundo paso fraccionario.

El tratamiento de los bordes externos e internos es formalmente análogo al realizado en el HIDROBID II [8].

ENSAYOS NUMERICOS

En esta primera etapa, se realizaron ensayos numéricos con condiciones de escurrimiento generadas por gravedad o por viento, en forma aislada en ambos casos. Se realizaron tres ensayos básicos, a saber:

- * E1: apilamiento generado por un viento que sopla en forma perpendicular a la costa, hacia ella;
- * E2: apilamiento y escurrimiento generado por un viento que sopla hacia la costa orientado con un ángulo dado respecto a la misma y
- * E3: simulación de una onda de marea en la ría de Bahía Blanca.

Ensayo E1

Se tomó un recinto rectangular cuyo borde norte es una costa. La longitud de esta última es de 6 km, mientras que la dirección norte-sur del recinto presenta 8.5 km. La batimetría de la playa consiste en una pendiente según el eje "y" de $3.294e-4$, comenzando con 3 m en el borde sur (Figura 3a). En los bordes laterales y en el norte se especificó impenetrabilidad, mientras que en el sur se utilizó un

borde saliente. Un viento de 10 m/s sopla en forma perpendicular a la costa, produciendo un apilamiento contra ella. Las velocidades medias verticales en ambas direcciones resultan nulas. El coeficiente de arrastre es de 0.0012. No se tuvo en cuenta la fuerza de Coriolis, pensando que el ensayo se realiza en el Ecuador.

Este caso permite arribar a una solución directa del problema diferencial. En efecto, de las ecuaciones (13), se extrae para la dirección "y":

$$\frac{\partial(h+d)}{\partial y} = \frac{1}{\rho g h} \tau_y s - 0.057 \frac{h}{(\rho v)^2 g} (\tau_y s)^2 \frac{\partial h}{\partial y} \quad (17)$$

En virtud de que se trata de una ecuación implícita en la profundidad, se realizó un cálculo iterativo en una planilla, obteniéndose un perfil de la superficie libre de tipo parabólico. Se efectuó una corrida con el modelo hasta obtener condiciones estacionarias. Se obtuvo el perfil de la Figura 3b, que acuerda satisfactoriamente con la solución del problema diferencial.

Ensayo E2

Esta prueba usa el mismo recinto del E1 y se asemeja a un ensayo publicado en [2]. Esta vez, el viento sopla formando 45° con la costa, orientándose desde el sudoeste hacia el noreste (Figura 4a). Se tomó, de la misma manera que para E1, un coeficiente de arrastre de 0.0012 y no se tuvo en cuenta la fuerza de Coriolis. En virtud de la simetría, no existe variación de las magnitudes hidrodinámicas según la dirección "x" (nivel o velocidad). A diferencia de E1, se generan velocidades según "x", que van variando en dirección perpendicular a la costa. En virtud de estas características la ecuación de cantidad de movimiento según "y" queda reducida a la ecuación (17), por lo cual pudo emplearse el mismo esquema iterativo usado con anterioridad para resolver directamente la ecuación diferencial. Naturalmente, la fuerza del viento resulta menor en este caso respecto del anterior, ya que el viento, de igual intensidad, actúa inclinado en relación a la costa. La comparación entre el resultado del modelo y la solución del problema diferencial se muestra en la Figura 4b, observándose un buen acuerdo.

Ensayo E3

Esta prueba fue realizada de modo de mostrar la utilidad de las simulaciones como la presente. Se tomó el caso de la ría de Bahía Blanca, región respecto de la cual se efectuaron estudios de dispersión de contaminantes mediante modelación matemática en 1994 [11]. En aquella oportunidad se empleó el sistema computacional HIDROBID II, reproduciéndose escenarios sin viento. En esta ocasión se llevó a cabo una corrida impermanente con las mismas condiciones de aquel estudio. En particular, se tomó el escenario de calibración. El campo de velocidades y niveles hallado ajustó satisfactoriamente con los obtenidos en 1994, mostrándose en la Figura 5a las corrientes correspondientes a la hora 15. A partir de la velocidad media del punto A, se reconstruyó en la Figura 5b el perfil vertical de velocidad, mediante el uso de la ecuación (5).

CONCLUSIONES

Se ha presentado un modelo cuasi-tridimensional para simular escurrimientos generados por efectos combinados de viento y marea. La ventaja que presentan formulaciones como ésta reside en que, a través de un incremento en los tiempos de cálculo relativamente inferior al que tiene lugar para los modelos 3D, respecto a los 2D, se obtiene información sobre la dimensión parametrizada. Esto lo habilita para correr en computadoras personales. Estos cálculos pueden determinarse no sólo para situaciones con viento aislado como ocurre con muchos modelos 3D, sino que contempla la simultaneidad de viento y marea.

Además de estos hechos, este enfoque mejora la simulación del transporte de derrames de petróleo en situaciones con viento en cercanía de costas, ya que permite obtener en forma directa la velocidad superficial, que juega un papel preponderante en dicho transporte.

REFERENCIAS

- [1] Carreras, P. E., Menéndez, A. N., *Mathematical Simulation of Pollutant Dispersion*, Ecological Modelling, Elsevier Science Publishers B. V., Amsterdam, 52 (1990), pp. 29-40.
- [2] Hamm, L., Quetin, B., Usseglio-Polatera, J. M., *Two-Dimensional Modelling of Wind-Induced Currents in Coastal and Harbour Areas*, Proceedings of the International Conference on Numerical and Hydraulic Modelling of Ports and Harbours, Birmingham, England, 23-25 April, 1985, pp. 13-22.
- [3] Wu, J., Tsanis, Y. K., *Numerical Study of Wind-Induced Water Currents*, Journal of Hydraulic Engineering, Vol. 121, N° 5, May, 1995, pp. 388-395.
- [4] de Almeida Rosso, T. C., Rosman, P. C. C., *Modelo Bidimensional Modificado para Simulação do Transporte de Manchas de Oleo em Aguas Costeiras*, Anais do X Simpósio Brasileiro de Recursos Hídricos, I Simpósio de Recursos Hídricos do Cone Sul, Gramado, Brasil, 7-11 Noviembre, 1993, pp. 465-474.
- [5] Pearce, B. R., Cooper, C. K., *Numerical Circulation Model for Wind Induced Flow*, Journal of the Hydraulic Division, ASCE, Vol. 107, N° HY3, March, 1981, pp. 285-302.
- [6] Koutitas, C., O'Connor, B., *Modeling Three-Dimensional Wind-Induced Flows*, Journal of the Hydraulic Division, ASCE, Vol. 106, N° HY11, November, 1980.
- [7] Cekirge, H. M., Al-Rabeh, A. H., Gunay, N., *Determining the Wind-Induced Surface Currents for Prediction of Movements of Oil Slicks in the Arabian Gulf*, Computers Maths. Applic., Vol. 17, N° 11, 1989, pp. 1449-1453.
- [8] Menéndez, A. N., *Sistema HIDROBID II para Simular Corrientes en Cuencos*, Revista Internacional de Métodos Numéricos para Cálculo y Diseño en Ingeniería, Vol. 6, 1, 1990, 25-36.
- [9] Bombardelli, F. A., Ponta, F. L., *Descripción Matemática de Flujos Turbulentos*, trabajo final del Curso de Doctorado "Mecánica Computacional I" de la Facultad de Ingeniería de la Universidad de Buenos Aires, 1996.
- [10] Forbes, M. C., *Simulación Numérica de Flujos Marítimos Costeros*, Informe LHA-INCYTH S5-018-86, Ezeiza, Julio de 1986.
- [11] Bombardelli, F. A., Menéndez, A. N., Montalvo, J. L., *Cuantificación del Impacto de los Vertidos en la Ría de Bahía Blanca*, Informe LHA-INCYTH 124-03-94, Ezeiza, Diciembre de 1994.

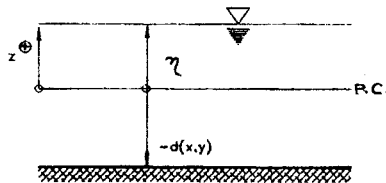


Figura 1. Definición de variables

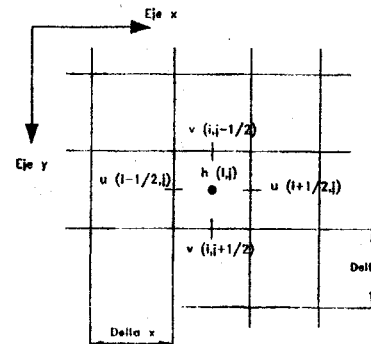


Figura 2. Centrado de las variables

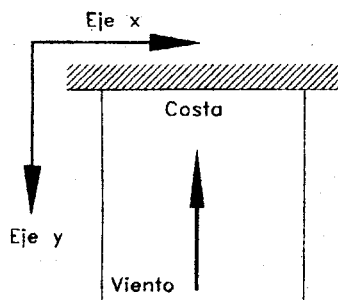


Figura 3a. Esquema de definición del ensayo E1

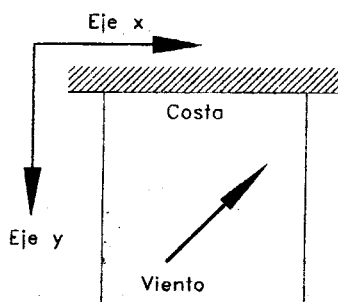
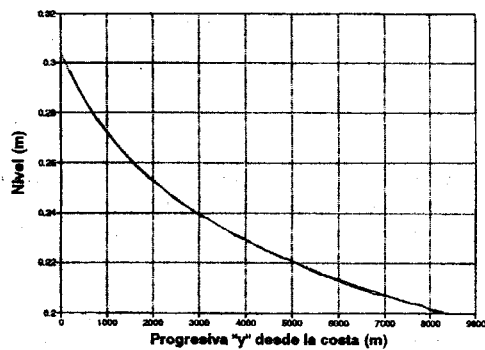
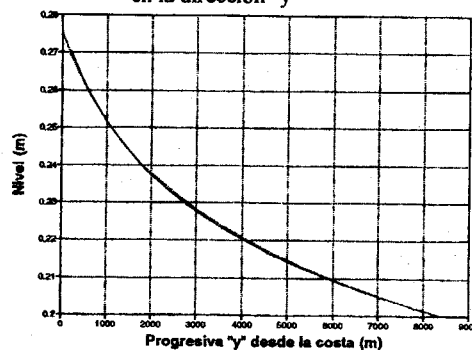


Figura 4a. Esquema de definición del ensayo E2



— Solución numérica — Solución directa
Figura 3b. Ensayo E1. Nivel vs. progresiva en la dirección "y"



— Solución numérica — Solución directa
Figura 4b. Ensayo E2. Nivel vs. progresiva en la dirección "y"

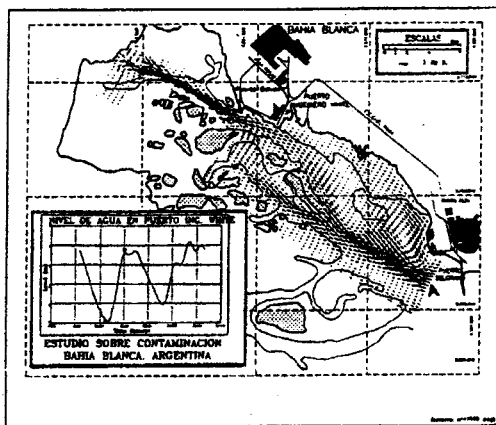


Figura 5a. Campo de velocidades para la hora

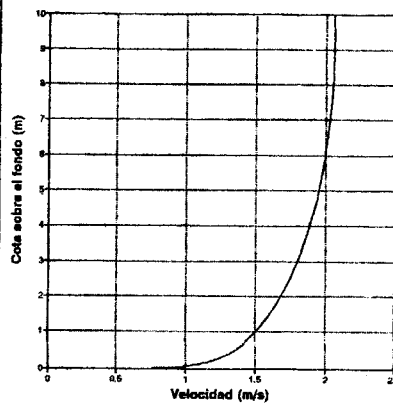


Figura 5b. Reconstrucción del perfil vertical de velocidades