



SOLUCION DEL PROBLEMA TERMOELASTOHIDRODINAMICO DE CONTACTO LINEAL

José Di Paolo

Grupo Biomecánica Computacional - Facultad de Ingeniería - UNER
Casilla de Correo 57 Suc. 3, 3100 Paraná, Argentina

Fernando A. Saita

Instituto de Desarrollo Tecnológico para la Industria Química (INTEC) - UNL - CONICET
Güemes 3450, 3000 Santa Fe, Argentina

RESUMEN

Un modelo unidimensional del problema termoelastohidrodinámico de contacto lineal se resuelve numéricamente usando el método de elementos finitos. El sistema de ecuaciones resultante es fuertemente no lineal y se resuelve en forma simultánea mediante el método de Newton. La solución incluye la determinación del dominio que a priori, es desconocido.

La técnica, que incluye el uso de discretización adaptiva, muestra ser efectiva para resolver los enormes gradientes de presión y temperatura que se presentan.

Las predicciones obtenidas no concuerdan con resultados publicados que fueron logrados con metodologías iterativas del tipo predictor-corrector aplicadas sobre el sistema de ecuaciones desacoplado.

ABSTRACT

A one dimensional model of the thermo-elastohydrodynamic line contact problem is numerically solved using the finite element method. The resulting highly nonlinear system of equations is simultaneously solved employing Newton's method. The solution involves the domain determination which is a priori unknown.

The technique, which includes the use of an adaptive discretization, proves to be effective to resolve the huge pressure and temperature gradients that are present.

The obtained prediction do not agree with previously published results which were got by iterative techniques of the predictor-corrector type applied on the uncoupled system of equations.

INTRODUCCION

Los sistemas elastohidrodinámicos (EHD) están caracterizados por una fuerte interacción entre la presión hidrodinámica originada en el seno de un fluido viscoso que fluye por un canal estrecho, convergente o convergente-divergente, y las deformaciones elásticas que experimentan las fronteras sólidas que delimitan dicho canal. Existen numerosos ejemplos de sistemas EHD entre los cuales se encuentran: los procesos de recubrimiento, la lectura y grabación de cintas magnéticas y el cojinete de fricción conocido académicamente como "contacto lineal".

Los sistemas termoelastohidrodinámicos (TEHD) son los sistemas EHD donde los efectos térmicos tienen relevancia. Un ejemplo de ellos es el referido cojinete de fricción trabajando en un rango de cargas moderadas a altas donde su temperatura se eleva considerablemente. En los fenómenos TEHD el calor generado en el seno del fluido, produce una distribución de temperaturas en todo el contacto que afecta las propiedades del mismo, especialmente la densidad y viscosidad del fluido.

Estas alteran el campo de presiones y deformaciones que nuevamente modifican las temperaturas hasta llegar al equilibrio.

Los modelos matemáticos de los sistemas TEHD contienen las ecuaciones que gobiernan el flujo viscoso del lubricante, el balance de masa, las ecuaciones de elasticidad que predicen las deformaciones de los sólidos que determinan el canal y el balance de energía térmica que gobierna el perfil de temperaturas dentro del fluido y los sólidos que conforman el contacto, todas definidas en un dominio no conocido puesto que el problema posee la frontera de salida del flujo indeterminada (libre). El sistema de ecuaciones resultante es altamente no lineal y su solución debe ser abordada indefectiblemente por métodos numéricos.

En el caso del contacto lineal, las soluciones existentes corresponden a estados de cargas elevadas, donde la distribución de presión dentro del fluido es lo suficientemente predecible como para estimar la posición de la frontera libre e inicializar algoritmos que actúan iterando entre las ecuaciones y produciendo correcciones hasta llegar a la convergencia.

En este trabajo, se presenta una nueva solución numérica del problema TEHD de contacto lineal obtenida mediante una técnica de resolución simultánea de las ecuaciones gobernantes, fundada en metodologías similares que han hecho posible la solución de problemas EHD como el del recubridor de hoja flexible y el problema de contacto lineal.

La metodología se presenta implementada sobre un modelo de ecuaciones simplificado cuya formulación está unidimensionalizada a través de la temperatura media del fluido en la dirección transversal al flujo. El fluido es newtoniano, su densidad varía con la presión y su viscosidad con la presión y la temperatura.

Los resultados obtenidos muestran la evolución de los perfiles de presión, deformación y temperaturas del fluido y los sólidos a medida que aumentan las cargas en función de los parámetros elegidos. Los picos de presión extremadamente agudos, característicos de estos sistemas, pudieron resolverse satisfactoriamente por el algoritmo a la vez que se desplazaban en el dominio al variar la carga.

MODELO DE ECUACIONES GOBERNANTES

La abstracción conocida como "contacto lineal" está representada por dos cilindros de longitud axial indeterminada, que giran con direcciones angulares opuestas estando en contacto longitudinal. El contacto se realiza a través de una delgada capa o película de fluido sobre la cual se transmite la carga que tiende a que los cilindros se toquen.

Mediante una conveniente transformación geométrica el contacto entre dos cilindros puede llevarse al contacto entre un plano y un rodillo "equivalente" [1] que se mueven con las mismas velocidades tangenciales de los rodillos originales como muestra la fig. 1.

Sobre el contacto equivalente se imponen las hipótesis simplificadoras que transforman las ecuaciones fundamentales en el modelo a resolver.

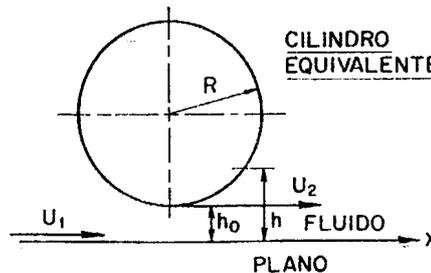


Fig. 1: Esquema del contacto equivalente

Las hipótesis sobre las que se trabaja, pueden resumirse en los siguientes puntos:

- 1) En la zona del contacto el rodillo equivalente puede aproximarse por la parábola más cercana.
- 2) Las dimensiones del contacto (extensión y alturas del canal) son mucho menores que las dimensiones de las piezas (radio de curvatura) separadas por la película fluida. Ello implica la validez de la aproximación de lubricación y la suposición de sólidos semiinfinitos.

- 3) La longitud axial del contacto es mucho mayor que la longitud del canal. Ello implica que los sólidos están en un estado de deformación plana.
- 4) El fluido lubricante es newtoniano, el flujo es compresible y unidireccional.
- 5) Hay generación de calor irreversible por efectos viscosos y reversible por compresión en el seno del fluido.
- 6) El transporte de calor en el fluido y los sólidos es por convección en la dirección del flujo y por conducción en la dirección transversal al mismo.
- 7) El contacto térmico es perfecto en las interfaces sólido-líquido.

El modelo de ecuaciones representativas fue el utilizado por Cheng y Sternlicht [2] en la primer solución exitosa del problema TEHD de contacto lineal, dichas ecuaciones son las siguientes (el significado de los parámetros físicos y operativos se encuentra en la discusión de los resultados):

Ecuación de Reynolds: Relaciona las fuerzas de presión dentro del fluido con las fuerzas viscosas expresadas en función de las alturas del canal deformado [3]:

$$\frac{dp}{dx} = 6\mu (U_2 + U_1) \frac{h-d}{h^3} \frac{\rho_0}{\rho} \quad (1)$$

donde p es la presión, h la altura del canal, d la altura del canal en la frontera de salida \bar{x} (ver ec. 8), ρ y μ la densidad y la viscosidad que están dadas por las siguientes expresiones:

$$\rho = \rho_0 \exp(p/p_s) \quad (2)$$

$$\mu = \mu_0 \exp\left(\alpha p + \frac{\beta}{t} - \frac{\beta}{t_0} + \gamma \frac{p}{t}\right) \quad (3)$$

siendo t la temperatura del fluido, variable en la dirección del flujo y en la dirección transversal al mismo.

Ecuación para las alturas del canal: Está constituida por la suma del canal indeformado y las deformaciones de los sólidos debido a la acción de la presión originada en el fluido [1]:

$$h(x) = y_d + \frac{x^2 - x^{*2}}{2R} - \frac{2}{\pi E'} \int_{-L}^{\bar{x}} p(r) \ln(x-r)^2 dr \quad (4)$$

siendo x^* la posición (conocida) a la cual corresponde la variable y_d que fija las deformaciones. El módulo elástico equivalente (E') está definido como: $(1/E') = (1/2)\{[(1-\nu_1^2)/E_1] + [(1-\nu_2^2)/E_2]\}$

Balance de energía térmica en el fluido: Representa un equilibrio entre el calor transportado por convección y la suma de los calores conducidos hacia las fronteras, el calor generado por efectos viscosos (fuente irreversible) y el calor generado por compresión del fluido (fuente reversible):

$$\rho c V_x \frac{\partial t}{\partial x} = k \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \mu \left(\frac{\partial V_x}{\partial y}\right)^2 + \frac{p}{p_s} V_x \frac{dp}{dx} \quad (5)$$

donde $V_x = f_{(x,y)}$ es el campo de velocidades en la dirección del flujo, suma de las componentes de los flujos Couette y Poiseuille.

Balances de energía térmica en los sólidos: Representan un equilibrio entre los calores transportados por convección y conducción:

$$\rho_i c_i U_i \frac{\partial t_i}{\partial x} = k_i \frac{\partial^2 t_i}{\partial y^2}, \quad (i = 1, 2) \quad (6)$$

donde 1 y 2 identifican a ambas fronteras sólidas.

Condiciones de contorno para el sistema: Están impuestas al comienzo y al final del canal para la presión y al comienzo del canal y sobre las interfaces sólido-líquido para las temperaturas del contacto. Accesoriamente, se agrega la condición de igualdad de flujos calóricos entre el fluido y los sólidos sobre las fronteras que definen; además, la temperatura de los sólidos debe tender a la ambiental lejos de las fronteras del canal, en la dirección transversal al movimiento.

$$x = -L, \quad p = 0; \quad x = \bar{x}, \quad p = \frac{dp}{dx} = 0 \quad (7)$$

$$x = -L, \quad t = t1 = t2 = t_0 \quad (8)$$

$$y = 0, \quad t = t1|_{y=0}; \quad y = h, \quad t = t2|_{y=h} \quad (9)$$

Transformaciones obradas sobre el sistema: La ecuación de Reynolds se ha utilizado en su forma integral, cuyo comportamiento numérico es mucho más adecuado que el de la forma diferencial como se ha mostrado en [4]:

$$p(x) - p(-L) = 6 (U_2 + U_1) \int_{-L}^x \mu \frac{h-d}{h^3} \frac{\rho_0}{\rho} dx \quad (10)$$

La satisfacción de las condiciones de contorno para la presión a la salida del canal, cuando se las impone en las ecuaciones (1) y (10), da lugar a dos nuevas ecuaciones:

$$d = h|_{x=\bar{x}} \quad (11), \quad 0 = \int_{-L}^{\bar{x}} \mu \frac{h-d}{h^3} \frac{\rho_0}{\rho} dx \quad (12)$$

Las ecuaciones (11) y (12) se utilizan para la determinación de las variables \bar{x} y d respectivamente. El espectro de presiones a lo largo del contacto varía desde y hasta la presión ambiental describiendo entre uno y tres extremos relativos (dependiendo de la carga y los parámetros físicos y operativos del contacto) además del mínimo absoluto a la salida del canal. Uno de los máximos relativos adquiere características singulares que dificultan su discretización (sumamente estrecho y agudo), sin embargo el algoritmo que aquí se utiliza ha logrado su perfecta resolución siguiéndolo a través del contacto con una distribución nodal adaptable, capaz de mantener siempre un nodo donde se ubica el pico (\hat{x}) y una alta densidad de nodos a su alrededor (fig. 2), a medida que la carga varía. Ello ha sido posible tomando la posición \hat{x} como parámetro de continuación y planteando la ecuación que surge de la condición de extremo de presión (gradiente nulo) en dicho punto (ver ec. 1):

$$d = h|_{x=\hat{x}} \quad (13)$$

Debido a las pequeñas dimensiones del sistema en la dirección transversal al flujo, puede introducirse la definición de temperatura media [2] t_m . Si se consideran iguales el gradiente de temperatura en la dirección del flujo y el gradiente de la temperatura media en dicha dirección, puede obtenerse de la ecuación (5) una ecuación para la temperatura media. Ello se logra integrando dos veces en la variable y la ecuación (5) y promediándola luego en la altura del canal:

$$t_m = -\frac{(U_2 + U_1) c}{24 k} \left(\frac{dt_m}{dx} \right) \rho h^2 + \left(\frac{dp}{dx} \right) \left[\frac{c}{120 k} \left(\frac{dt_m}{dx} \right) \frac{\rho h^4}{\mu} + \frac{(U_2 + U_1)}{24 p_s k} p h^2 \right] - \left(\frac{dp}{dx} \right)^2 \left[\frac{1}{120 p_s k} \frac{p h^4}{\mu} - \frac{1}{240 k} \frac{h^4}{\mu} \right] + \frac{(U_2 - U_1)^2}{12 k} \mu + \frac{(t_2 + t_1)}{2} \quad (14)$$

Por otro lado, las ecuaciones (6) admiten solución analítica, válidas cuando las velocidades U_i son suficientemente grandes ($> 0,5 m/seg$)[5]:

$$t1_{(x,0)} = \left(\frac{1}{\pi \rho_1 c_1 k_1 U_1} \right)^{1/2} \int_{-L}^x k \frac{\partial t}{\partial y} \Big|_{y=0} \frac{d\eta}{(x-\eta)^{1/2}} + t_0. \quad (15)$$

$$t2_{(x,h)} = \left(\frac{1}{\pi \rho_2 c_2 k_2 U_2} \right)^{1/2} \int_{-L}^x -k \frac{\partial t}{\partial y} \Big|_{y=h} \frac{d\eta}{(x-\eta)^{1/2}} + t_0. \quad (16)$$

Las expresiones correspondientes a los gradientes de la temperatura del fluido (t) en la dirección y se alcanzan en el proceso de obtención de la ecuación (14), luego pueden ser evaluadas sobre las fronteras del canal e incluidas en las ecuaciones (15) y (16).

La utilización de la temperatura media t_m , transforma el problema bidimensional en unidimensional lo que reduce notablemente el número de variables que surgen cuando se discretizan las ecuaciones. En concordancia con ello se redefine la viscosidad (ec. 3) reemplazando la temperatura t por la temperatura media t_m .

Finalmente, el modelo del problema TEHD de contacto lineal queda constituido por las ecuaciones (2), (3) redefinida, (4), (10), (11), (12), (13), (14), (15) y (16), con la condición de contorno (8) para t ya que las otras han sido utilizadas en el proceso de transformación de las ecuaciones.

TECNICAS DE SOLUCION EMPLEADAS EN OTROS TRABAJOS

Metodología clásica:

La metodología clásica de solución consiste básicamente en el desacoplamiento de las ecuaciones, en la solución del "problema elastohidrodinámico" (EHD) y luego del "problema térmico", produciendo correcciones externas al flujo del cálculo que actualizan el problema EHD para reiniciar el ciclo, tantas veces como sea necesario hasta llegar a la convergencia.

El problema EHD, en términos generales, está constituido por: la ecuación de Reynolds (ec. 1) y la ecuación del canal deformado (ec. 4), donde la densidad y viscosidad del fluido (ecs. 2 y 3) como la temperatura dentro de ellas son simplemente distribuciones que permanecen invariables. El problema térmico está constituido por el balance de energía dentro del fluido (ec. 5) de donde se obtiene la temperatura del lubricante manteniendo constantes el campo de presión, el canal deformado, las distribuciones de densidad, viscosidad y temperaturas de las fronteras sólidas, todas actualizadas con las variables obtenidas en la previa solución del problema EHD. El análisis de convergencia se realiza por separado sobre los perfiles de presión y temperatura del fluido.

Dependiendo de las particularidades del modelo de ecuaciones que se trate, el esquema referido presenta modificaciones tendientes a conseguir una rápida convergencia y la mejor calidad de los resultados. En todos los casos estos resultados corresponden al campo de cargas altas y muy altas [6] [7] [8] [9] [10] [11] [12] donde la inicialización, sobre todo del campo de presiones, resulta posible a partir de la distribución de presión hertziana del contacto seco equivalente [5].

Nuevos algoritmos:

Los nuevos esquemas de solución, se basan en el desacoplamiento del problema elástico de los problemas térmico e hidrodinámico, utilizando el método de Newton para la solución simultánea del problema "termohidrodinámico" compuesto por la ecuación de Reynolds y el balance de energía dentro del fluido del cual se obtienen los perfiles de presión y temperatura. Estos algoritmos también dependen de una buena estimación inicial de la distribución de presión y la temperatura del fluido [13] [14] [15].

METODOLOGIA IMPLEMENTADA EN ESTE TRABAJO

La metodología de solución simultánea que aquí se utiliza está basada en algoritmos previos que se mostraron exitosos en la solución de sistemas elastohidrodinámicos (EHD), específicamente el de contacto lineal [16]. Las características primordiales del método pueden reseñarse en los siguientes puntos:

- 1) Adimensionalización de las ecuaciones para dar generalidad a los resultados.
- 2) Discretización de las ecuaciones por medio del método de elementos finitos y los residuos ponderados de Galerkin para una mejor aproximación de las funciones incógnitas.

- 3) Solución simultánea de las ecuaciones por medio del método de Newton para lograr una rápida convergencia.
- 4) Discretización adaptiva. En este caso, en función de cada nueva posición de la frontera libre \bar{x} y de la posición del pico de presión \hat{x} .
- 5) Control del paso del parámetro y continuación paramétrica para recorrer óptimamente los caminos de soluciones.

El algoritmo ha sido preparado de manera que las únicas incógnitas sean la presión (p), las temperaturas del contacto (t_m), ($t1|_{(y=0)}$) y ($t2|_{(y=h)}$), la posición de la frontera libre (\bar{x}), la altura del canal a la salida del contacto (d) y la variable (y_d) que fija la posición del canal deformado; la posición del pico de presión \hat{x} es un parámetro más del sistema. De acuerdo con esta técnica de resolución, el control de convergencia se realiza sobre todas las variables de manera que el error en cada una de ellas esté por debajo de un cierto valor admisible al mismo tiempo. Las restantes variables (h, μ, ρ , etc.) se obtienen como función de las anteriores. Una descripción detallada de esta implementación puede verse en [5].

RESULTADOS

Los resultados que se presentan, fueron obtenidos utilizando los parámetros físicos y operativos propuestos por Cheng y Sternlicht (C. & S.) [2] en uno de sus resultados, ellos son:

Radio equivalente: $R = 0,01905$ m

Módulo de elasticidad de los sólidos: $E_{1-2} = 2,0664315 \cdot 10^{11}$ Pa

Coefficiente de Poisson de los sólidos: $\nu_{1-2} = 0,33$

Viscosidad en condiciones ambientales: $\mu_0 = 0,0665$ Pa seg

Exponente de viscosidad por presión: $\alpha = -2,5406115 \cdot 10^{-8}$ 1/Pa

Exponente de viscosidad por temperatura: $\beta = 4555,6$ K

Exponente de viscosidad por presión y temperatura: $\gamma = 1,5485632 \cdot 10^{-5}$ K/Pa

Módulo de compresibilidad del lubricante: $p_s = 3,0996 \cdot 10^9$ Pa

Temperatura ambiental: $t_0 = 310$ K

Conductividad del fluido: $k = 2,077$ J/m K seg

Densidad del fluido en condiciones ambientales: $\rho_0 = 898,4$ kg/m³

Capacidad calorífica del fluido: $c = 1677$ J/kg K

Conductividades de los sólidos: $k_{1-2} = 37,56$ J/m K seg

Densidades de los sólidos: $\rho_{1-2} = 7823$ kg/m³

Capacidades caloríficas de los sólidos: $c_{1-2} = 465$ J/kg K

Longitud característica del dominio: $L = 0,5 \cdot 10^{-3}$ m

Altura del canal característica: $h_0 = 10^{-6}$ m

Factor de deslizamiento: $(U_2 - U_1)/U_2 = 25\%$

Respecto de los parámetros físicos, debe notarse que corresponden a sólidos muy rígidos y a un lubricante muy piezoviscoso y de alta conductividad calorífica; en otras publicaciones [9] dichos parámetros son más moderados, probablemente para facilitar la convergencia de los algoritmos empleados.

Para la metodología propuesta en este trabajo, la obtención de resultados comienza en el estado de cargas muy bajas, donde la separación entre los sólidos es grande, el campo de presiones exiguo y las deformaciones despreciables. En dichos estados de cargas muy bajas, la curva de presión finaliza muy cerca del centro del contacto describiendo un máximo relativo en la zona convergente del canal (donde $x < 0$). Ello permite inicializar la distribución de presión y la posición del extremo derecho del dominio con valores nulos y las temperaturas del contacto con los valores ambientales. Una vez obtenida una solución con un pico de presión claramente definido, se adecúa la distribución nodal de tal forma que un nodo se ubique justamente donde se halla el extremo de dicho pico y a la vez que exista un número considerable de nodos a ambos lados de él para poder resolverlo

perfectamente. Todo ello, en virtud de que el pico de presión se irá aguzando al incrementarse la carga. El procedimiento de continuación paramétrica, esto es de aumento de la carga, se realiza usando como parámetro de continuación la posición (\hat{x}) del nodo que se encuentra justamente en el pico de presión. La posición \hat{x} se va desplazando continuamente hacia el extremo derecho del dominio y esto permite ir obteniendo sucesivas soluciones para cargas cada vez mayores.

El procedimiento descrito se dificulta cuando, como en este caso, el fluido es muy piezoviscoso ya que en las zonas de cargas bajas el pico comienza a crecer enormemente y se torna extremadamente agudo con lo cual se requiere una discretización muy refinada en su entorno. Una vez superada la zona de crecimiento abrupto de la presión, la temperatura del lubricante crece lo suficiente para moderar la piezoviscosidad del fluido haciendo que el extremo de presión se engrose y como consecuencia queda ahora una distribución nodal innecesariamente refinada. En estos casos es conveniente seguir otro camino de continuación paramétrica.

El usado en este trabajo fue diseñado para poder alcanzar cargas elevadas moderando el crecimiento del pico de presión a través de la reducción de la piezoviscosidad del fluido. Con un coeficiente de presión $\alpha = -3,065 \cdot 10^{-8} Pa^{-1}$ se partió de la zona de cargas muy bajas desplazando la posición del pico de presión (\hat{x}) hasta superar el centro del contacto. Luego, con \hat{x} fija, se realizó continuación paramétrica en el coeficiente α hasta alcanzar el valor prefijado. Por último, moviendo \hat{x} hacia el centro del contacto (en el sentido de disminución de x), se ajustó el valor de la carga (125 KN/m).

Los resultados que se presentan se obtuvieron para una velocidad media entre las fronteras móviles $\bar{U} = 0,9012$ m/seg y se muestran en variables adimensionales. La fig. 2 contiene las curvas de presión y canal deformado obtenidas con el algoritmo actual y, superpuestas en la misma escala, la distribución de presión hertziana del contacto seco equivalente [5] y las curvas de presión y canal obtenidas por C. & S.. Todas las distribuciones de presión corresponden a la misma carga (área debajo de la curva).

Existen muchas diferencias entre los resultados mencionados, siendo las más importantes las siguientes: la curva de C. & S. muestra características de un contacto cargado por su tendencia a la distribución hertziana y la aquí obtenida corresponde más bien a un contacto poco cargado, la presión máxima de nuestra solución es un 25 % mayor que la de C. & S., la posición del pico de presión se halla sesgada hacia el centro del contacto y respecto a él, se encuentra un 60 % más cerca que el predicho por C. & S., por último, los gradientes de presión en la zona de descarga (los menores que cero) son mucho más moderados en la solución actual que en la de C. & S.. Esta última parece ser la diferencia más significativa por las connotaciones que ello tiene sobre las temperaturas del contacto como se verá seguidamente.

La fig. 3 muestra las tres temperaturas analizadas en el contacto, es decir, la temperatura media del fluido y las temperaturas de las fronteras de los sólidos 1 y 2 correspondientes a nuestra solución y a las de C. & S., todas en la misma escala. Nuevamente las diferencias que aparecen son destacables, empezando por las disímiles magnitudes entre las temperaturas en cada caso y viéndose como mientras la solución de C. & S. sigue casi proporcionalmente la curva de presión antes y después de la posición del pico, nuestra solución lo hace sólo hasta el pico para luego descender levemente, comenzar su recuperación y seguir creciendo hasta el final del contacto, precisamente en la zona de descompresión donde los gradientes de presión son más modestos que los de C. & S..

También puede observarse que t_m , t_1 y t_2 están bien destacadas en la solución de C. & S. mientras que en la solución actual, éstas prácticamente coinciden siendo, t_m levemente superior a t_1 y t_2 excepto después del pico donde se verifica que t_m tiende a $(t_1 + t_2)/2$

Los resultados encontrados haciendo coincidir el pico de presión con el de la solución de C. & S. muestran una curva de presión cualitativamente más parecida a la que ellos han obtenido (ver fig. 2) pero con una carga un 72 % superior y con gradientes de descompresión otra vez más moderados. Las características de las temperaturas se mantienen pero con los niveles máximos algo superiores.

En la fig. 4 se muestra el perfil de viscosidad en todo el contacto cuyas variaciones son determinantes en la evolución térmica del sistema como se verá luego. Puede observarse un enorme crecimiento de la viscosidad entre los puntos $x/L \cong -0,3$ y $x/L \cong -0,22$, justamente donde la presión crece rápidamente, por ejemplo: entre $-0,3$ y $-0,2$ de x/L la presión casi se duplica ($\sim 1,97$) mientras que la viscosidad aumenta casi 22 veces ($\sim 21,75$). En toda esta zona, los efectos térmicos aún no son importantes de manera de influir sobre la piezoviscosidad del lubricante (ver ec.(3)).

Entre $-0,22$ y $x/L \cong 0$ el crecimiento de la presión se hace mucho más moderado y la temperatura crece rápidamente, induciendo la disminución sostenida de la viscosidad.

El recorrido del perfil viscoso muestra entre 0 y aproximadamente 0,08 un fuerte aumento. En dicho

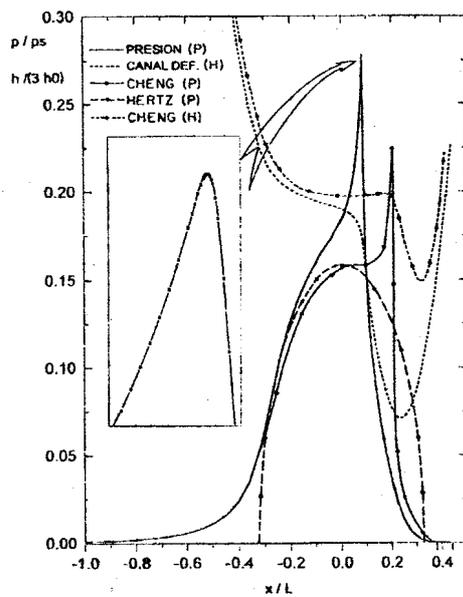


Fig. 2: Presiones y canales de flujo.

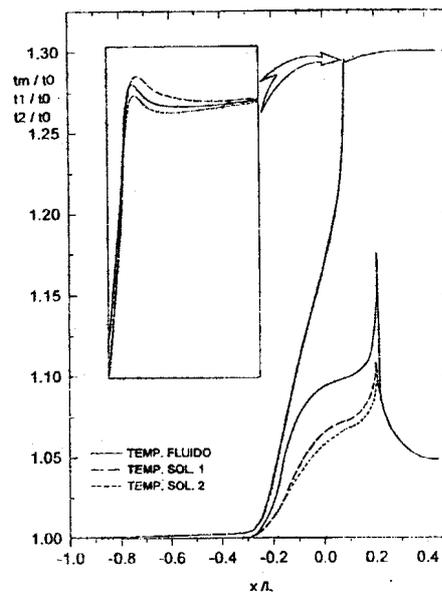


Fig. 3: Temperaturas del contacto.

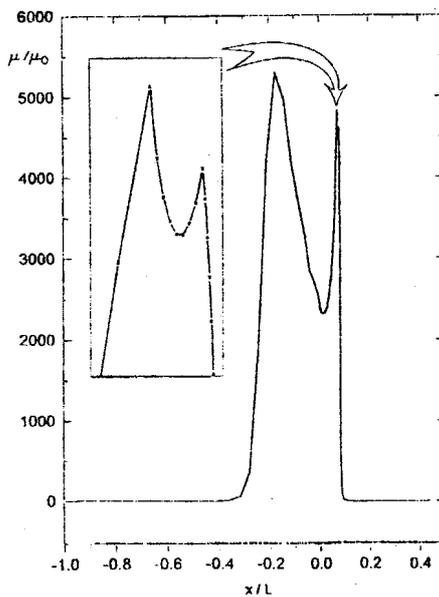


Fig. 4: Viscosidad en el contacto.

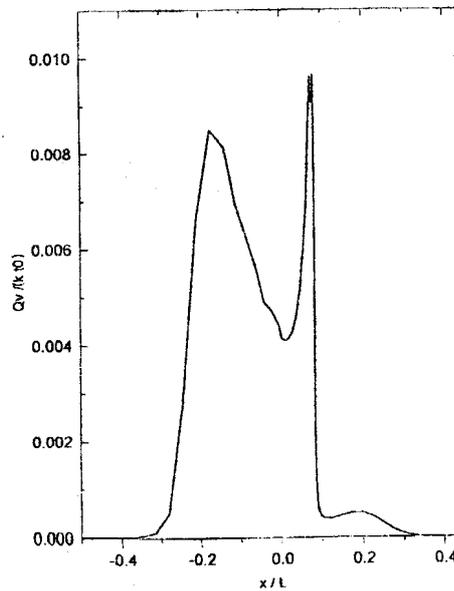


Fig. 5: Calor de origen viscoso.

entorno crecen tanto la presión como la temperatura pero aparentemente predomina la presión que produce la recuperación de la viscosidad. Sin embargo, a pesar de que el valor de la presión en $x/L = 0,08$ se ha duplicado respecto al que poseía en $x/L = 0,22$, la viscosidad no llega a alcanzar el valor que tenía en este último punto debido al gran aumento de temperatura que se evidencia en las inmediaciones del pico de presión.

Al alcanzar la viscosidad su segundo pico, en un intervalo muy pequeño ésta disminuye y se recupera nuevamente (ver sector ampliado en la fig. 4). La explicación de este inusual comportamiento parece ser el pequeño descenso de temperatura cuando arranca el proceso de descompresión del flujo, produciendo un aumento de viscosidad casi puntual. Luego de ello, la viscosidad cae abruptamente y al llegar a $x/L = 0,1$, ha disminuido a valores cercanos a la viscosidad ambiental (μ_0).

En el último tramo del canal de flujo, es decir entre $x/L \cong 0,23$ y $x/L \cong 0,44$, la viscosidad es de uno a dos órdenes menor que μ_0 . Ello concuerda con las características de dicha zona que se muestra caliente y levemente presurizada.

El aspecto térmico del contacto está gobernado por la ecuación (5) que se compone por cuatro términos: transporte convectivo, transporte por conducción, generación viscosa y el término reversible de conversión de energía térmica que libera calor por compresión del fluido y lo absorbe por expansión del mismo.

Al resolver las ecuaciones se pueden computar las evoluciones de cada uno de los términos a lo largo del contacto. El resultado es que el balance de energía térmica prácticamente se cierra entre el transporte por conducción y la generación viscosa que son aproximadamente un orden de magnitud mayores que el transporte convectivo y la conversión reversible de energía por presión.

La fig. 5 muestra la evolución del término de generación viscosa cuyas características son similares a la evolución de la viscosidad del fluido dentro del canal, sólo que el tamaño de los picos está invertido. El segundo pico con menor viscosidad que el primero produce mayor generación térmica debido al incremento de la velocidad de deformación del fluido (ver fig. 2, donde el canal se estrecha considerablemente en $x/L = 0,08$).

Debe notarse que en las cercanías de $x/L = 0,1$ donde la viscosidad ha caído a valores ambientales, el término de generación viscosa aún tiene significación, incrementándose levemente con un máximo en $x/L = 0,02$, justamente en las cercanías de la máxima constricción del canal (fig. 2). Es esta generación viscosa la responsable de la recuperación de la temperatura en el último tramo del canal, a partir de $x/L = 0,1$ en adelante.

Por último, puede especularse que el descenso pronunciado de las temperaturas en los resultados de C. & S. está influido por el enorme gradiente de descarga que muestra la curva de presión por ellos obtenida, que propiciaría una enorme absorción de la energía almacenada hasta allí en el contacto. En nuestros resultados, el pico de presión se ve bastante simétrico con valores similares del gradiente de presión a ambos lados de él; ello significa que toda la energía liberada en la compresión es reabsorbida en la descompresión justificando nuevamente el dominio de la generación viscosa en el último tramo del canal.

CONCLUSIONES

Se ha desarrollado una metodología de solución simultánea de las ecuaciones del problema TEHD de contacto lineal, implementada sobre un modelo de ecuaciones unidimensionalizado en función de la temperatura media del fluido. El algoritmo resultante ha manejado el fuerte acoplamiento y no-linealidad de las ecuaciones, hallando la extensión del dominio del problema y soportando los elevados y estrechos picos de presión con total prescindencia de complejas estimaciones e intervenciones externas al flujo del cálculo; en virtud de ello, el algoritmo ha explorado todo el espectro de cargas, desde las bajas a las altas.

Son notables las diferencias entre ésta solución y la de Cheng y Sternlicht [2] y en principio es difícil decir cual es la solución más correcta de las ecuaciones que conforman el modelo estudiado. En este trabajo, el código computacional implementado fue condicionado por las facilidades computacionales que se disponían, de manera que se redujo el número de variables al mínimo a cambio de la complicación de las ecuaciones; en el intrincado proceso de cálculo resultante de la discretización es posible que se introduzcan errores numéricos que escapen a las previsiones terminando en una solución del sistema que, a pesar de su lógica física, no sea la real. Hoy, con mejores herramientas computacionales a disposición, es posible comprobar que esto no ocurre implementando un nuevo código de solución simultánea donde variables como las alturas del canal (h), la densidad (ρ), la viscosidad (μ) y otras se calculen explícitamente y así comparar ambas soluciones.

Por otro lado, si la solución aquí presentada es correcta, quedaría por explicar cual puede ser la fuente de error en los resultados de C. & S.. Presumiblemente el procedimiento de tipo predicción-corrección utilizado no sea el adecuado para este tipo de problemas; donde pequeñas variaciones de una variable pueden producir variaciones extremadamente grandes de otras. Un ejemplo de ello se puede ver en las figuras 2 y 4 donde al variar el dominio entre $-0,3$ y $-0,2$ la presión casi se duplica, mientras que en el mismo intervalo la viscosidad incrementa su valor aproximadamente 22 veces.

Finalmente, debe destacarse que la metodología de solución simultánea de ecuaciones requiere un gran trabajo analítico para la definición de la matriz jacobiana del sistema si se emplea el método de Newton y un enorme trabajo de realización y puesta a punto del código computacional [5]. Asimismo, los tiempos de computación se elevan considerablemente al recorrer todos los estados de cargas. Dicho trabajo sin embargo, garantiza, que los resultados obtenidos sean la solución de las ecuaciones discretizadas del modelo.

REFERENCIAS

- [1]-Dowson, D. and Higginson, G.R., *Elasto-Hydrodynamic Lubrication*, Pergamon Press, 2nd edition, London, 1977.
- [2]-Cheng, H.S. and Sternlicht B., *A numerical solution for the pressure, temperature, and film thickness between two infinitely long lubricated cylinders, under heavy loads*, J. of Basic Eng., september 1965, pág. 695.
- [3]-Dowson, D., *A generalized Reynolds equation for fluid-film lubrication*, Int. J. Mech. Sci. Pergamon Press Ltd., vol 4, 1962, págs. 159 - 170.
- [4]-Di Paolo, J., Corvalán, C.M. y Saita, F.A., *Solución numérica de la ecuación de Reynolds. Formulación diferencial vs. formulación integral*, Rev. Int. Cál. Dis. Ing., vol 11, núm 3, 1995, págs. 303-322.
- [5]-Di Paolo, J., *Análisis Computacional del Problema Termoelastohidrodinámico de Contacto Lineal a Través de la Solución Simultánea de sus Ecuaciones Gobernantes*, Tesis Doctoral, Universidad Nacional de Córdoba, Argentina, 1995.
- [6]-Sternlicht, B., Lewis, P. and Flynn, P., *Theory of lubrication and failure of rolling contacts*, J. of Basic Engn, june 1960, 1961, págs. 213 - 226.
- [7]-Ghosh, M.K. and Hamrock, B.J., *Thermal elastohydrodynamic lubrication of line contact*, ASLE Trans., vol 28, num 2, 1984, pág. 159.
- [8]-Hsing-Sen S. Hsiao and Hamrock, B.J., *A complete solution for thermal-elastohydrodynamic lubrication of line contacts using circular non-newtonian fluid model*, J. of Trib., 91-Trib-24, 1991, págs. 1-12.
- [9]-Sadeghi, F. and Sui, P.C., *Thermal elastohydrodynamic lubrication of rolling/sliding contacts*, J. of Trib., vol 112, 1990, pág. 189.
- [10]-Salehizadeh, H. and Saka, N., *Thermal non-newtonian elasto-hydrodynamic lubrication of rolling line contacts*, J. of Trib., vol 113, 1991, pág. 481.
- [11]-Sui, P.C. and Sadheghi, F., *Non-newtonian thermal elastohydrodynamic lubrication*, J. of Trib., vol 113, 1991, pág. 391.
- [12]-Zhu Dong and Wen Shi-zhu, *A full numerical solution for the thermoelastohydrodynamic problem in elliptical contacts*, J. of Trib., vol 106, 1984, pág. 246.
- [13]-Wolff, R. and Kubo, A., *The application of Newton method to thermal elastohydrodynamic lubrication of line contacts*, J. of Trib., vol 116, 1994, págs. 733 - 740.
- [14]-Lee, R.T. and Hsu, C.H., *A fast method for the analysis of thermal elastohydrodynamic lubrication of rolling/sliding line contacts*, Wear, vol 166, 1993, págs. 107-117.
- [15]-Lee, R.T. and Hsu, C.H., *Advanced multilevel solution for thermal elastohydrodynamic lubrication of simple sliding line contacts*, Wear, vol 171, 1994, págs. 227-237.
- [16]-Di Paolo, J., *Resolución Simultánea de las Ecuaciones que Gobernán los Sistemas Elasto-hidrodinámicos- Aplicación al Problema de Contacto Lineal*. Tesis de Magister, Universidad Nacional del Litoral, Santa Fe, Argentina, 1992.