

MODELO MULTIFASE PARA MATERIALES COMPUESTOS ANISOTROPOS

Bibiana M. Luccioni, Sergio H. Oller

Laboratorio de Estructuras, Universidad Nacional de Tucumán.
C.C. 134 - Correo Central - 4000 S.M. de Tucumán - Argentina

RESUMEN

En este trabajo se propone un modelo para la simulación numérica del comportamiento de materiales compuestos. El modelo está basado en la teoría de mezclas y tiene en cuenta la interdependencia entre las diferentes componentes. Cada componente puede ser isótropa o anisótropa, presentar deformaciones permanentes y daño. De esta manera se puede simular una gran cantidad de comportamientos. Seguidamente se presenta el algoritmo numérico para la inclusión del modelo en un programa de elementos finitos 2D para análisis de sólidos con no linealidad física. El trabajo se completa con una serie de ejemplos de aplicación.

ABSTRACT

A damage constitutive model for the simulation of anisotropic composite bulk materials is presented. The model is based on the theory of interacting component substances and takes into account the interdependence between different components. Each component can be isotropic or anisotropic, damaged or not, such that if the model is applied to a point of a solid it can simulate a wide range of coupled behaviours. The paper is completed with an algorithm for the numerical implementation of the model proposed in a non linear finite element program. Some application examples are also presented.

INTRODUCCION

El proceso de evolución del daño en compuestos laminados es generalmente muy complejo debido a la multiplicidad de modos de falla que ocurren en los mismos como fisuración transversal, despegue de fibras, rotura de fibras y delaminación [1]. Para describir el mismo se utilizan básicamente dos tipos de enfoques: modelos macromecánicos y modelos micromecánicos [2] [3]. En el primer caso, se trata al compuesto como un medio transversalmente isótropo con la dirección de la fibra coincidente con la dirección de anisotropía. Generalmente se utilizan teorías de continuo [4] al [9] [1] o de mecánica de fractura [10]. Este tipo de enfoque no puede tener en cuenta efectos locales porque no distingue el comportamiento de cada uno de los componentes.

En el segundo enfoque, cada uno de los componentes se modela por separado en un análisis local y luego todas las respuestas son unidas para obtener el comportamiento global del compuesto. Existen diferentes modelos micromecánicos que emplean métodos diferentes para obtener las ecuaciones locales del compuesto. Hill [11] [12] emplea promedios volumétricos de incrementos de tensión y deformación en cada uno de los componentes e introduce ciertos factores de concentración para relacionar estos promedios volumétricos del campo local con los incrementos globales. Dvorak et al [13] [14] utiliza la técnica de Hill para analizar el comportamiento elastoplástico de compuestos reforzados con fibras. Recientemente Dvorak [15] introduce un método para la resolución incremental de problemas de cargas termomecánicas y problemas de deformaciones propias y lo utiliza conjuntamente con un modelo micromecánico para la simulación de materiales compuestos. Propone

además una modificación al modelo de Hill. Voyiadjis et al [16] [2] [3] presenta un modelo de daño y plasticidad para el análisis de compuestos reforzados con fibras. Las relaciones constitutivas de la matriz y de las fibras se tratan separadamente y luego son unidas para obtener la respuesta global de compuesto.

Recientemente, Hansen et al [17] presentan una formulación de elementos finitos basada en una teoría de mezcla de fracciones volumétricas. Se supone que cada nodo de la malla tiene el doble de número de grados de libertad que en el caso de un continuo simple. Los grados de libertad representan los desplazamientos individuales de los materiales componentes. El comportamiento del conjunto se determina a través de las reglas que gobiernan la suma de las variables componentes.

En este trabajo se presenta un modelo constitutivo para materiales compuestos anisótropos. El modelo está basado en la *teoría de mezclas* y tiene en cuenta la interdependencia entre las diferentes componentes. Cada componente puede ser simulada como un material anisótropo dañado e incluso se puede tener en cuenta el acoplamiento entre el daño y las deformaciones permanentes. La comparación con resultados experimentales muestra que el modelo reproduce adecuadamente el comportamiento de compuestos reforzados con fibras, teniendo en cuenta los procesos plástico y de daño.

MODELO CONSTITUTIVO PARA CADA COMPONENTE

Justificación Termodinámica

Para simular el comportamiento de cada uno de los componentes se utiliza un modelo de daño para materiales anisótropos. Este modelo proviene de una generalización de la teoría de daño [18] [19] [20]. Un procedimiento más general que aquellos utilizados en las referencias [21] [22] [23] [24] [25] [26] se formula para tratar la anisotropía inicial del sólido [27].

La ley de daño para un material anisótropo supone la existencia de tres espacios: a) un espacio real anisótropo dañado; b) un espacio isotrópico ficticio dañado y c) un espacio isotrópico ficticio no dañado, ver Fig.1. El problema se resuelve en el espacio ficticio isotrópico dañado (b). Esto permite emplear modelos de daño desarrollados para materiales inicialmente anisótropos.

Los tensores de tensión en los espacios (a) y (b) están relacionados mediante la siguiente transformación lineal de cuarto orden:

$$\tau_{ij} = A_{ijkl} \sigma_{kl} \quad (1)$$

donde σ_{ij} y τ_{ij} son los tensores de tensión en los espacios (a) y (b) respectivamente y A_{ijkl} es un tensor material de cuarto orden que depende de los tensores de límite de resistencia correspondientes a ambos espacios:

$$A_{ijkl} = \tilde{f}_{ik}^d f_{jl}^{d-1} \quad (2)$$

\tilde{f}_{ik}^d y f_{jl}^d son los tensores de resistencia al daño correspondientes a los espacios (a) y (b) respectivamente y pueden obtenerse rotundo los tensores de resistencia locales al sistema de referencia global.

Debe notarse que el sólido isotrópico ficticio definido de esta forma, es isotrópico en lo que hace a su resistencia pero no necesariamente en lo que hace a sus propiedades elásticas. El tensor constitutivo elástico C_{klmn}^{sr} en el espacio (b) puede obtenerse a partir de la ecuación (1) suponiendo que las deformaciones elásticas en ambos espacios son idénticas

$$C_{ijkl}^{s\tau} = A_{ijmn} C_{mnkl}^s \quad (3)$$

donde C_{ijkl}^s es el tensor de rigidez elástica secante correspondiente al espacio (a) ε_{kl}^e es el tensor de deformaciones elásticas.

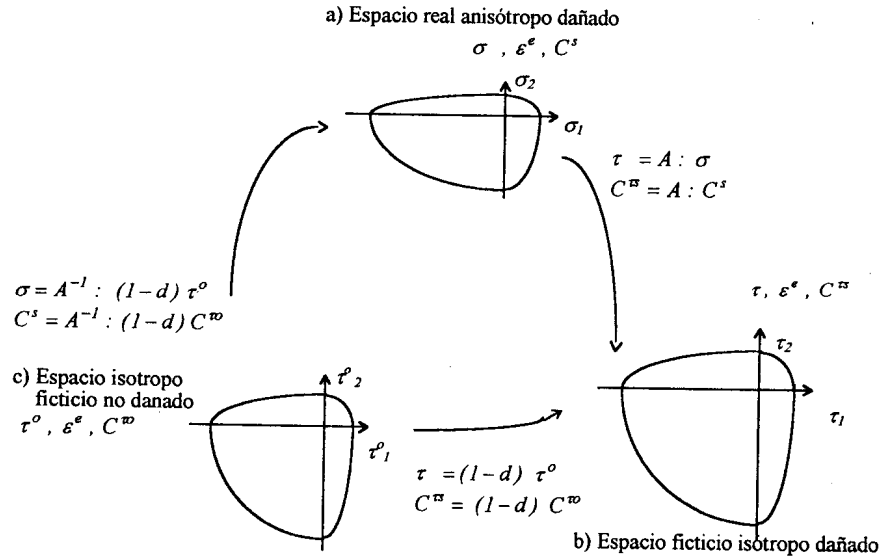


Fig.1 Relaciones entre los espacios anisótropo dañado, ficticio isotrópico dañado y ficticio isotrópico no dañado

El modelo de daño propuesto para un *material isotrópico* es termodinámicamente consistente y está basado en la hipótesis de *elasticidad desacoplada* [28]. De acuerdo a esta hipótesis la energía libre Ψ puede suponerse formada por dos partes independientes: una parte Ψ^e y una parte plástica Ψ^p , correspondientes a la parte elástica y a la parte plástica respectivamente. Para pequeñas deformaciones y problemas térmicamente estables, puede escribirse como una función cuadrática como sigue:

$$\Psi^e = \frac{1}{2m_o} \left[\varepsilon_{ij}^e C_{ijkl}^{s\tau} \varepsilon_{kl}^e \right] \quad (4)$$

donde m_o es la densidad del material.

El tensor constitutivo secante puede escribirse como sigue:

$$C_{ijkl}^{s\tau} = (1-d) C_{ijkl}^{o\tau} \quad (5)$$

La condición de disipación positiva de Clasius Duhem se cumple si se establece la siguiente ley constitutiva hiperelástica:

$$\tau_{ij} = m_0 \frac{\partial \Psi^e}{\partial \varepsilon_{ij}^e} = C_{ijkl}^{sr} \varepsilon_{kl}^e = (1-d) C_{mnl}^{or} \varepsilon_{kl}^e \quad (6)$$

$$\tau_{ij} = (1-d) \tau_{kl}^o \quad (7)$$

donde τ_{ij}^o es el tensor de tensiones en el espacio (c) o la tensión efectiva actuante en el material no dañado [19]. La ecuación (7) puede interpretarse como una transformación entre los espacios (b) y (c), ver Fig. 1.

La ley constitutiva secante en el espacio (a) se obtiene de las ecuaciones (6) y (1) y resulta:

$$\sigma_{ij} = A_{ijkl}^{-1} m_0 \frac{\partial \Psi^e}{\partial \varepsilon_{kl}^e} = A_{ijkl}^{-1} C_{klmn}^{sr} \varepsilon_{mn}^e = A_{ijkl}^{-1} (1-d) C_{uvmn}^{or} \varepsilon_{mn}^e \quad (8)$$

Definición del Modelo de Daño

El límite entre el comportamiento elástico y el comportamiento dañado se describe a través de una función de daño similar a la función de fluencia en plasticidad:

$$\hat{G}^D = \bar{\tau}(\tau_{ij}) - f_c \leq 0 \quad (9)$$

donde $\bar{\tau}(\tau_{ij})$ es una función escalar de argumento tensorial denominada tensión equivalente y f_c es el umbral de daño equivalente.

La función de daño en el sólido real G^D (espacio (a)), se puede obtener si la ecuación (1) se reemplaza en la expresión (9):

$$G^D(\sigma_{ij}, \beta_{pq}^r) = \hat{G}^D(\tau_{ij}, \hat{\beta}_{pq}^r) \quad (10)$$

En Fig. 2 se han representado las funciones de daño correspondientes al espacio (a) para el caso en que se usa el criterio de Von Mises en el espacio (b) y para distintas relaciones entre los umbrales de daño en las direcciones 1 y 3. Puede verse que se conserva la convexidad de las superficies.

Las ecuaciones de evolución de las variables internas pueden ser consultadas en referencias[29][30]. Las condiciones de carga/descarga se derivan de las relaciones de Khun-Tucker y resultan análogas a las correspondientes al proceso plástico.

$$\begin{cases} a) \dot{\mu} = 0 \\ b) \hat{G}^D \leq 0 \\ c) \mu \hat{G}^D = 0 \end{cases} \quad (11)$$

La evolución del daño se obtiene de la solución de la siguiente ecuación denominada *condición de consistencia de daño* del problema:

$$\dot{G}^D = 0 \quad (12)$$

Este modelo de daño puede ser extendido para tener en cuenta las deformaciones plásticas. En dicho caso es necesario resolver simultáneamente las condiciones de consistencia plástica y de daño [29] [30]:

$$\begin{cases} \dot{F} = 0 \\ \dot{G}^D = 0 \end{cases} \quad (13)$$

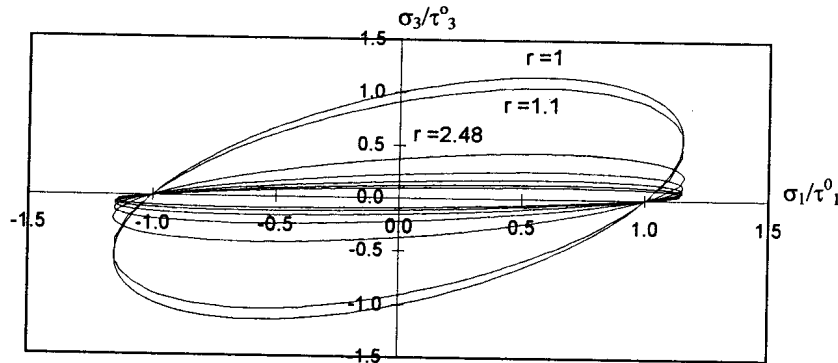


Fig.2 Cambio de Forma de función de daño para materiales ortótropos
($r = \tau_3^0 / \sigma_3^0$, $\tau_1^0 / \sigma_1^0 = 1.0$)

TEORIA DE MEZCLA DE MODELOS CONSTITUTIVOS PARA MATERIALES COMPUESTOS

Para simular el comportamiento del material compuesto se utiliza la *teoría de mezclas*, introducida por primera vez por Truesdell y Toupin [31] y utilizada, años más tarde, por otros autores [32],[23],[24]. Cada una de las sustancias componentes puede tener el modelo constitutivo descrito.

La teoría de mezclas se basa en las siguientes hipótesis:

- Cada volumen infinitesimal de mezcla está compuesto por un número finito de materiales componentes.
- Cada material componente está presente en cada punto del compuesto en la misma proporción del volumen total.
- En ausencia de difusión atómica, se satisface la compatibilidad de deformación entre las componentes:

$$(\varepsilon_{ij})_1 = \dots = (\varepsilon_{ij})_c = \dots = (\varepsilon_{ij})_n = \varepsilon_{ij} \quad (14)$$
- El volumen ocupado por cada uno de los materiales componentes es menor que el volumen total del compuesto.

La segunda hipótesis implica una distribución homogénea de todas las sustancias en una cierta región del compuesto y es estrictamente válida en compuestos volumétricos.

Como resultado de la interacción entre las distintas sustancias constituyentes se obtiene un comportamiento global que depende del volumen ocupado por cada una de las componentes y su distribución en el compuesto.

Además, la energía libre del compuesto puede escribirse como [31]:

$$m_0 \Psi(\varepsilon_{ij}, p) = \sum_{c=1}^n k_c m_{0c} \Psi_c(\varepsilon_{ij}, p_c) \quad (15)$$

donde $\Psi_c(\varepsilon_{ij}, p_c)$ es la energía libre por unidad de masa correspondiente a cada una de las n sustancias componentes, $k_c = \frac{dV_c}{dV}$ la fracción de volumen y p_c un conjunto de variables internas correspondiente a dicha componente.

Al igual que en el caso de materiales simples, la ecuación constitutiva secante del compuesto puede obtenerse como sigue:

$$\sigma_{ij} = m_0 \frac{\partial \Psi(\varepsilon_{kl}, p)}{\partial \varepsilon_{ij}} = \sum_{c=1}^n k_c m_{0c} \frac{\partial \Psi_c(\varepsilon_{kl}, p_c)}{\partial \varepsilon_{ij}} = \sum_{c=1}^n k_c (\sigma_{ij})_c \quad (16)$$

donde las tensiones en cada una de las componentes $(\sigma_{ij})_c$ se obtienen de las ecuaciones constitutivas correspondientes (Ecuación (8)).

ALGORITMO PARA LA IMPLEMENTACION NUMERICA DEL MODELO CONSTITUTIVO MULTIFASE

La integración del modelo constitutivo propuesto para materiales compuestos es muy simple. Las ecuaciones constitutivas de cada una de las componentes se integran en el espacio ficticio isótropo. Para obtener el comportamiento global del conjunto, sólo son necesarias una descomposición previa y una recomposición posterior adicionales del tensor de tensiones, Respecto del caso de un material simple. Se necesitan además algunas transformaciones adicionales para tener en cuenta la anisotropía inicial del material. El procedimiento se describe esquemáticamente en la Fig.3. Los subíndices $m-1$ y m corresponden a dos incrementos consecutivos de la carga y $n-1$ y n a dos iteraciones consecutivas dentro del incremento m .

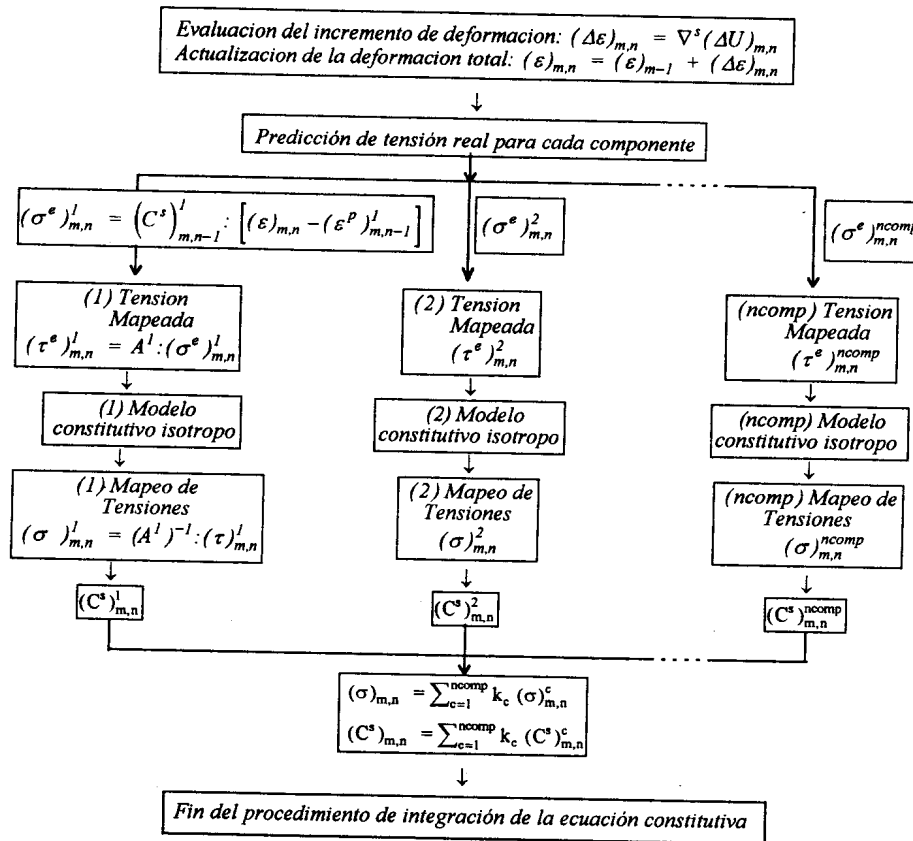


Fig.3 Algoritmo para la implementación numérica del modelo constitutivo para materiales compuestos

EJEMPLOS DE APLICACION

Compuesto formado por láminas con fibras unidireccionales

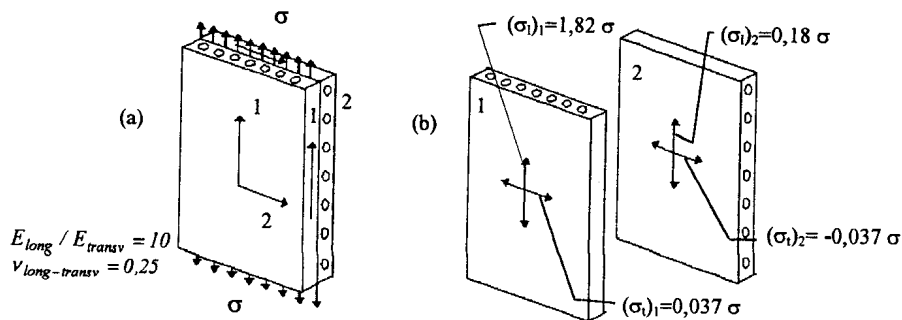


Fig.4 Compuesto formado por láminas a 90° [Hull]

En este ejemplo se resuelve el problema de una pieza de material compuesto formada por dos láminas adheridas entre sí. Cada una de las láminas está compuesta por una matriz con fibras unidireccionales. Las láminas se disponen de manera que las fibras forman un ángulo de 90° entre sí, ver Fig.4. Interesa conocer el estado tensional de cada una de las láminas cuando se somete el compuesto a una tensión en la dirección de las fibras 1. Se supone que los materiales trabajan en régimen elástico y que sus propiedades elásticas guardan entre sí las relaciones indicadas en la Fig.4a. En la fig.4b se ha representado el estado tensional obtenido para las láminas que coincide exactamente con el obtenido analíticamente por Hull [33] con hipótesis similares a las de la teoría de mezclas.

Compuesto formado por láminas de matriz cerámica reforzada con fibras

Este ejemplo consiste en el análisis de un compuesto formado por láminas de matriz cerámica reforzada con fibras [34]. Se estudia el comportamiento bajo tracción de compuestos formados por láminas con fibras unidireccionales y de compuestos formados por láminas con las direcciones de las fibras rotadas 90° entre sí.

En el caso de las láminas unidireccionales, las probetas de tracción son de 80×20 mm y 0.18mm de espesor. La fracción de volumen correspondiente a las fibras es de 34%. En el caso de las láminas cruzadas, $(0/90)$ y $(0_2,90_4)$, las probetas son de 100×15 mm y 0.18 mm de espesor y el porcentaje de volumen correspondiente a las fibras es de 35%.

La malla de elementos finitos utilizada se ha esquematizado en la Fig.5. Los propiedades de los materiales utilizados se resumen en las Tablas I y II. La matriz se modela como un material ortótropo elasto-plástico-dañado y las fibras como materiales ortótropos elástico-dañados. La anisotropía de la matriz se introduce para tener en cuenta algunos aspectos locales del comportamiento de compuestos reforzados con fibras.

Tabla I. Propiedades de la Matriz

$E_1 = E_2 = E_3 = 90000 \text{ MPa}$, $\nu = 0.36$ $\tau_{oc} = 720 \text{ MPa}$, $\tau_{pico} = 900 \text{ MPa}$, $\frac{\tau_{oc}}{\tau_{ot}} = 10$ $\kappa_{pico}^p = 0.15$, $G_f^p = 0.004 \text{ MN/m}$, $G_c^p = 0.3 \text{ MN/m}$ Criterio de Fluencia: Mohr Coulomb Modificado $\phi = 15^\circ$ Flujo Asociado $\psi = 15^\circ$ $\kappa_{peak}^d = 0.25$, $G_f^d = 0.0007 \text{ MN/m}$, $G_c^d = 0.0584 \text{ MN/m}$ Criterio de Dano: Mohr Coulomb Modificado $\phi = 15^\circ$ $\tau_{ot}/\sigma_{ot} = 1$; $\tau_{ot}/\sigma_{ot} = 5$; $\tau_{oz}/\sigma_{oz} = 5$; $\tau_{olt}/\sigma_{olt} = 2$

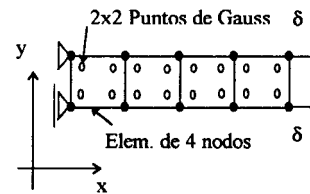


Fig.5 Ensayo de Tracción. Malla de Elementos Finitos

Tabla II. Propiedades de las Fibras

$E_1 = 190000 \text{ MPa}$, $E_2 = 75000 \text{ MPa}$, $\nu = 0$ $\tau_{oc} = \tau_{ot} = 530 \text{ MPa}$, $\tau_{pico} = 1300 \text{ MPa}$ $\kappa_{pico}^d = 0.2$, $G_f^d = G_c^d = 0.15 \text{ MN/m}$ Criterio de Dano de Von Mises $\tau_{ot}/\sigma_{ot} = 1$; $\tau_{ot}/\sigma_{ot} = 20$; $\tau_{oz}/\sigma_{oz} = 20$; $\tau_{olt}/\sigma_{olt} = 4.5$

En las figuras 6 y 7 se representan las curvas tensión deformación obtenidas para el caso de láminas unidireccionales y láminas cruzadas. Se logra un buen ajuste entre resultados numéricos y experimentales. En el caso de las láminas cruzadas $(0_2,90_4)$ el ajuste no es tan buen lo cual puede atribuirse a la presencia de algunos efectos locales del tipo delaminación que se incrementan con el número de láminas. Este tipo de fenómeno no puede ser tenido en cuenta por el modelo presentado.

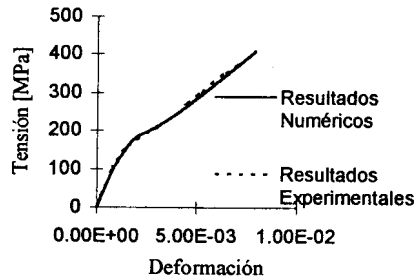


Fig. 6 Curvas Tensión-Deformación para Láminas Unidireccionales

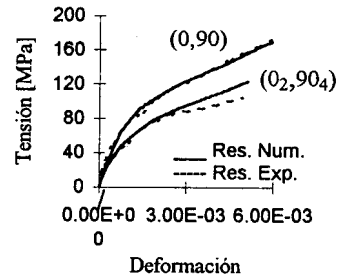


Fig. 7 Curvas Tensión-Deformación para Láminas Cruzadas

CONCLUSIONES

La formulación presentada, basada en la teoría de mezclas, provee una potente herramienta para el modelado del comportamiento no lineal de materiales compuestos anisótropos. Cada uno de los materiales componentes puede tener una amplia variedad de comportamientos, elástico, plástico o dañado o todos ellos simultáneamente. Combinando estos tipos de comportamiento se pueden tener en cuenta muchos de los efectos locales que caracterizan el comportamiento de los compuestos y laminados reforzados con fibras. Aunque el modelo propuesto supone una distribución uniforme de todas las componentes, los ejemplos de aplicación desarrollados muestran que puede reproducir el comportamiento promedio de compuestos laminados reforzados con fibras.

La implementación numérica de la formulación propuesta en un programa de elementos finitos no lineal es directa. Se requieren sólo unos pocos cálculos adicionales.

REFERENCIAS

- [1] Tay, T.E. and Lim, E.H., *Analysis of Stiffness Loss in Cross-Ply Composite Laminates*, Composite Structures (25), 1993, págs. 419-425.
- [2] Kattan, P.I. and Voyiadjis, G.Z., *Micromechanical Modeling of Damage in Uniaxially Loaded Unidirectional Fiber-Reinforce Composite Lamina*, Int. J. Solids Structures 30-1, 1993, págs. 19-36.
- [3] Kattan, P.I. and Voyiadjis, G.Z., *Overall Damage and Elastoplastic Deformation in Fibrous Metal Matrix Composites*, International Journal of Plasticity 9, 1993, págs.931-949
- [4] Talreja, R. A., *Continuum Mechanics Characterization of Damage in Composite Materials*, Proc. Roy. Soc. London. A399, 1985, págs.195-216.
- [5] Talreja, R., *Stiffness Properties of Composite Laminates with Matrix Cracking and Interior Delamination*, Engineering Fracture Mechanics 25, 1986, págs. 751-762.
- [6] Christensen, R.M., *Tensor Transformation and Failure Criteria for the Analysis of Fiber Composite Materials*, J. Compos. Mater. 22, 1988, págs. 874-897.
- [7] Christensen, R.M., *Tensor Transformation and Failure Criteria for the Analysis of Fiber Composite Materials. Part II: Necessary and Sufficient Conditions for Laminate Failure*. J. Compos. Mater. 24, 1990, págs.796-800.
- [8] Shen, W., Raio, B. and Lee, H. *A Crack-Damage Mechanics Model for Composite Laminate*, Engng Fract. Mech. 21(5), 1985, págs.1019-1029.
- [9] Lene, F., *Damage Constitutive Relations for Composite Materials*, Engng Fract. Mech. 25(5/6), 1986, págs.713-728.

- [10]Badaliance, R., Sih, G.C. and Chen, E.P., *Through Cracks in Multilayered Plates*, Mechanics of Fracture 3, 1977, págs.85-115.
- [11]Hill, R., *A Self-Consistent Mechanics of Composite Materials*, J. Mech. Phys. 13, 1965, págs.213-222.
- [12]Hill, R., *On Constitutive Macro-Variables for Heterogeneous Solids at Finite Strain*, Proc. Roy. Soc. London A326, 1972, págs.131-147.
- [13]Dvorak, G.J. and Bahei-El-Din, Y.A., *A Bimodal Plasticity Theory of Fibrous Composites*, Acta Mech. 69, 1987, págs.219-244.
- [14]Bahei-El-Din, Y.A. and Dvorak, G.J., *A Review of Plasticity Theory of Fibrous Composites.*, Metal Matrix Comp.: Testing, Analysis and Failure Modes ASTM STP 1032, 1989, págs.103-129.
- [15]Dvorak, G.J., *Transformation Field Analysis of Inelastic Composite Materials*, Proc. Roy. Soc. London A 437, 1991, págs.311-327.
- [16]Voyiadjis, G. Z. and Kattan, P. Y., *Damage of Fiber-Reinforced Composite Materials with Micromechanical characterization*, Int. J. Solids Structures 30-20, 1993, págs.2757-2778.
- [17]Hansen, A.C., Walker J.L. and Donovan, R.P., *A Finite Element Formulation for Composite Structures Based on A Volume Fraction Mixture Theory*, Int. J. Engng Science 32-1, 1994, págs.1-17.
- [18]Kachanov, L.M., *Time of the Rupture Process under Creep Conditions*, IVZ Akad Nauk - S.S.R. - Otd Tech Nauk 8, 1958.
- [19]Simo, J.C., Ju, J.W., *Strain and Stress-Based Continuum Damage Models - I Formulation*, Int. Jour. Solids and Structures 23-7, 1987, págs.821-840.
- [20]Ju, J.W., *On Energy-Based Coupled Elasto-Plastic Damage Theories: Constitutive Modeling and Computational Aspects*, Int. Jour. Solids and Structures 25-7, 1989, págs.803-833.
- [21]Oller, S., Oñate, E. and Miquel, J., *Simulation of anisotropic elastic-plastic behaviour of materials by means of an isotropic formulation*, U.S. National Congress on Computational Mechanics - Washington - USA, 1993.
- [22]Oller, S., Botello, S., Miquel, J. and Oñate, E., *An anisotropic elasto-plastic model based on an isotropic formulation*, Int. J. Eng. Comp., vol.12, 1995, págs.245-262.
- [23]Oller, S., Oñate, E., Miquel, J. and Botello, S., *A finite element model for analysis of multiphase composite materials*, Ninth International Conference on Composite Materials - Madrid, Spain, 1993.
- [24]Oller, S., Oñate, E., Miquel, J., Botello, S., *A Plastic Damage Constitutive Model for Composite Materials*, accepted for publication in Int. J. Sol. Struc., 1995.
- [25]Betten, J., *Creep Theory of Anisotropic Solids*, J. of Rheology 25(6), 1981, págs.565-581 (1981).
- [26]Betten, J., *Application of tensor functions to the formulation of yield criteria for anisotropic materials*, International Journal of Plasticity 4, 1988, págs.29-46.
- [27]Luccioni B., Oller S., Danesi R., *Plastic Damaged Model for Anisotropic Materials*, Applied Mechanics in the Americas, Vol.I, 1995, págs.124-129.
- [28]Lubliner, J., *On the Thermodynamic Foundations of Non-Linear Solids Mechanics*, Int. Jour. Solids and Structures 7, 1972, págs.237-254.
- [29]Luccioni B.M., *Formulación de un Modelo Constitutivo para Materiales Ortótropos*, Tesis de Doctor en Ingeniería, Universidad Nacional de Tucumán, 1993.
- [30]Luccioni B., Oller S., Danesi R., *Coupled Plastic-Damaged Model*, en prensa, aceptado para publicar en Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 1995.
- [31]Truesdell, C. and Toupin, R., *The classical field theories*. Ed. by S.Flugge - Handbuch der Physik II/1 - Springer Verlag - Berlin, 1960.
- [32]Ortiz, M., *A Constitutive Theory for the Inelastic Behaviour of Concrete*, Mechanics of Materials 4, 1985, págs.67-93.
- [33]Hull, D., *An Introduction to Composite Materials*, Cambridge Solid State Science Series, 1992
- [34]Pryce, A.W. and Smith, *Modelling the Stress-Strain Behaviour of Unidirectional Ceramic Matrix Composite Laminates*, British Ceramic Transactions 92-2, 1993, págs.49-54