

ESTRATIFICACION POR FASES PARTICULADAS  
EN FLUJOS EMBALSADOS

Pablo A. Tarela † - Angel N. Menéndez

Laboratorio de Hidráulica Aplicada  
Instituto Nacional de Ciencia y Técnica Hídricas (INCyTH)  
Castilla de Correo 21 (1802) Aeropuerto de Ezeiza - Buenos Aires - Argentina  
† Becario del CONICET

RESUMEN

Se desarrolla un modelo matemático-numérico para la resolución de las ecuaciones de Navier-Stokes 2D verticales y las de transporte de sólidos en suspensión, en el caso de un flujo turbulento con una dirección preferencial de movimiento. Este modelo se emplea para el estudio de escurrimientos que se encuentran embalsados aguas abajo. Se estudia cómo las características hidrodinámicas del embalse influyen sobre el transporte de sólidos. Se muestra que este tipo de escurrimiento es capaz de generar estratificación y dar lugar a la formación de estructuras de fondo a través del proceso de sedimentación.

ABSTRACT

A mathematical-numerical model to solve 2D vertical Navier-Stokes and transport of suspended material equations, in the case of turbulent flow with a principal direction of motion, is developed. This model is used to study backwater flows. The influence of the hydrodynamic conditions over the solid transport is studied. It is shown that this type of flow generates stratification and gives rise to the formation of bottom structures by deposition of the particulate phase.

I - INTRODUCCION

En la mecánica clásica de fluidos, y dentro del entorno de la hidráulica, una familia de problemas de gran interés está constituida por los denominados flujos embalsados. Estos consisten, esencialmente, en cursos de agua a superficie libre interrumpidos por la presencia de obstáculos, ya sean éstos de origen natural o debidos a obras de ingeniería.

Como ejemplos se pueden citar la formación de lagos y lagunas debido al embalsamiento de ríos y canales. El obstáculo que da lugar a estas formaciones puede ser un conjunto de montañas, una depresión local del terreno o la construcción de una presa, entre otros.

La figura 1 esquematiza la geometría que presentan algunos de los miembros de la familia de problemas mencionada más arriba. Se trata de un flujo por gravedad al que se le interpone aguas abajo una barrera. El efecto del obstáculo es elevar la altura de agua, dando lugar a la creación del embalse.

El objetivo del presente trabajo es estudiar el transporte de sólidos en suspensión a través de la hidrodinámica que gobierna a este tipo de flujos. Se desea determinar bajo qué

condiciones, si existen, tienen lugar los procesos de estratificación del medio. Adicionalmente, se pueden caracterizar estos escurrimientos mediante su capacidad de transporte de material en suspensión y calcular las variaciones del lecho ocasionadas por los procesos de sedimentación.

## II - MODELACION DEL AMBIENTE HIDRODINAMICO

Se considerará que el régimen es estacionario. Así, se trabajará con formas de cauces invariables y, en los casos de fondo suelto, en que el transporte de sedimentos pueda ocasionar erosión o deposición, se estudiarán los fenómenos en intervalos de tiempo menores que aquellos en los que se producen cambios significativos en la forma de los cauces [1]. Se supondrá que el cauce es rectangular, prismático, de pendiente constante y que no tiene variaciones bruscas en su alineación, es decir, que existe una dirección preferencial de movimiento (ver figura 1). Si, adicionalmente, se supone que no hay variación lateral del cauce y se desprecian los efectos de la rotación de la Tierra, entonces es posible determinar la forma de la superficie libre integrando una ecuación de primer orden para la altura de agua (ecuación de Saint-Venant [2]). Luego, la superficie libre es impuesta como *tapa rígida* al cálculo de la evolución espacial de las velocidades y la presión.

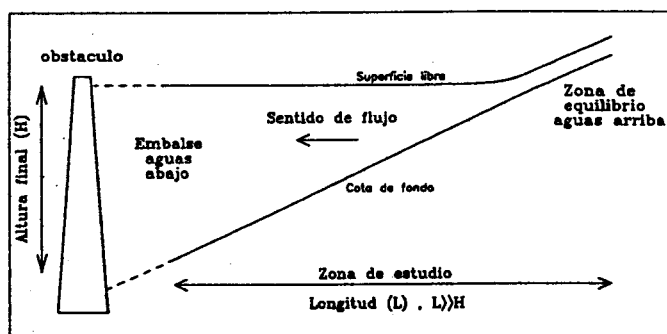


Figura 1 - Esquema de la geometría para un problema tipo de flujo embalsado. La entrada aguas arriba ocurre a altura uniforme, y ésta aumenta a medida que se interna en la zona embalsada. Las escalas están distorsionadas, ya que las alturas son mucho menores que las distancias sobre las cuales se desarrolla el flujo.

El régimen del flujo es netamente turbulento y por ello se ha realizado una descomposición de los campos en valores medios (en sentido estadístico) y fluctuaciones turbulentas alrededor de los valores medios. Esto implica que, al requerir que las ecuaciones de movimiento se cumplan en valor medio, surjan correlaciones entre fluctuaciones de velocidad, dando lugar a la aparición de un nuevo tensor "de tensiones turbulentas". Este se ha modelado mediante el uso de una viscosidad de torbellino. De esta forma queda representado el efecto neto de transferencia energética del flujo medio hacia las escalas no resueltas. Además, como la viscosidad molecular tiene un efecto poco significativo sobre el flujo medio, las tensiones viscosas son despreciables frente a las turbulentas.

Ahora, según se especifica en la figura 1, la escala horizontal del problema es mucho mayor que la profundidad, excepto en la zona adyacente al obstáculo que da lugar al embalse y que no será tratada directamente aquí. Como consecuencia, los gradientes verticales de velocidad son mucho más importantes que los horizontales y puede despreciarse la difusión en esta última dirección (aproximación de capa límite).

Por otro lado, dado que el interés fundamental es estudiar la evolución de la estructura vertical del flujo, las ecuaciones que lo describen se pueden integrar sobre la dimensión transversal. Durante el proceso de integración se desprecian las contribuciones de los esfuerzos generados en las paredes laterales, por lo que el problema se reduce a uno estrictamente bidimensional en el plano vertical.

Además, para los escenarios hidrodinámicos que se presentarán se puede probar que el fluido

se comporta como incompresible [1]. Luego, el campo de velocidades resulta solenoidal. Finalmente, considerando que las fases transportadas son pasivas, los términos de empuje que podrían aparecer en las ecuaciones de cantidad de movimiento resultan despreciables, con lo cual la hidrodinámica se puede describir mediante las siguientes ecuaciones:

$$\alpha \left( u \frac{\partial u}{\partial x} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right) = Re_*^{-1} \frac{\partial}{\partial z} \left( \nu_* \frac{\partial u}{\partial z} \right) + Fr_*^{-2} \left( \sin \theta - \alpha \frac{\partial p}{\partial x} \right) \quad (1)$$

$$\alpha \left( u \frac{\partial w}{\partial x} + w \frac{\partial w}{\partial z} \right) = Re_*^{-1} \frac{\partial}{\partial z} \left( \nu_* \frac{\partial w}{\partial z} \right) - \alpha^{-1} Fr_*^{-2} \left( \cos \theta + \frac{\partial p}{\partial z} \right) \quad (2)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (3)$$

donde  $u$  y  $w$  son las componentes horizontal y vertical de la velocidad, respectivamente, y  $p$  la presión. Estas cantidades representan valores medios turbulentos y valores promedio en la dirección transversal. En las ecs. (1) a (3)  $x$  y  $z$  son las coordenadas longitudinal y vertical, respectivamente,  $\theta$  es la pendiente de fondo,  $\alpha$  la relación de aspectos (cociente entre las escalas vertical y horizontal),  $Re_*$  el número de Reynolds construido con la viscosidad de torbellino y  $Fr_*$  el número de Froude. La mencionada viscosidad (adimensional) de torbellino,  $\nu_*$ , ha sido modelada según el criterio de van Rijn [3].

Para obtener las ecs. (1)-(3) se ha supuesto que la densidad del fluido es constante (aproximación de Boussinesq). Nótese que, debido a la ausencia de difusión horizontal, las ecuaciones de transporte son parabólicas en las velocidades. Es decir, su evolución depende primariamente de la información que se propaga hacia aguas abajo.

Suponiendo equilibrio local del perfil de velocidades en la capa interna, las condiciones de borde para el sistema (1)-(3) en el fondo son:

$$u(z^*) = \frac{u_*}{k} \ln(z^*) \quad , \quad w(z^*) = 0 \quad (4)$$

con  $u_*$  la velocidad de corte,  $z^*=30$  [4] y  $k$  la constante de von Karman. En la superficie libre se pide:

$$\frac{\partial u}{\partial n} = 0 \quad , \quad u \frac{\partial h}{\partial x} - w = 0 \quad , \quad p = 0 \quad (5)$$

donde  $n$  es la normal a la superficie libre y  $h$  la altura local de la misma. Finalmente, como condiciones iniciales se imponen las distribuciones de las variables en la sección vertical que forma el borde de aguas arriba.

### III - MODELO PARA EL TRANSPORTE DE SÓLIDOS EN SUSPENSIÓN

La suposición de fase particulada pasiva se halla justificada, en los casos prácticos, por el hecho de que la concentración de partículas en suspensión es lo suficientemente baja como para que su influencia sobre la fase fluida sea poco significativa. Debido a la baja concentración, la interacción entre partículas se puede despreciar en la determinación del transporte global, o sea, se puede considerar que las partículas están aisladas.

Se considerará que las partículas son rígidas, de tamaño aproximadamente uniforme y pesadas, esto último en el sentido de que las fuerzas gravitacionales sobre ellas no son despreciables. Debido a ello, las partículas están caracterizadas por una velocidad de caída, que es la velocidad terminal de descenso en la fase fluida.

Sólo se tendrá en cuenta el transporte *en suspensión*, esto es, no se considerará el transporte *de fondo*, resultante de la rodadura, deslizamiento y/o salto de las partículas sobre el cauce. Así, los mecanismos principales del transporte de la fase particulada se deben a la acción del flujo turbulento de la fase fluida: la advección longitudinal, la advección efectiva vertical (resultado del efecto combinado de la velocidad del fluido y la velocidad de caída de las partículas) y la difusión turbulenta según la vertical.

En la referencia [1] se detallan las consecuencias que la presencia de fases sólidas tiene

sobre la ecuación de conservación de la masa. En particular, se destaca el hecho de que la inercia propia de la fase particulada hace que resulte conveniente la identificación de la velocidad del fluido separadamente de la del material sólido. Se puede ver que la ecuación de continuidad para la concentración de alguna fase particulada,  $s$ , es [1]

$$\nabla \cdot (s \vec{v}^{(p)}) = 0 \quad (6)$$

si la tasa de creación de partículas es nula, siendo  $\vec{v}^{(p)}$  la velocidad de la fase particulada y donde la densidad de dicha fase se ha reemplazado por su concentración ya que ésta se ha supuesto baja.

Ahora, según lo expresado recientemente, la velocidad efectiva de la fase particulada es

$$\vec{v}^{(p)} = \vec{v}^{(f)} + \vec{v}_c \quad (7)$$

donde  $\vec{v}^{(f)}$  es la velocidad de la fase fluida y  $\vec{v}_c$  la velocidad de caída para la especie en cuestión. Para concentraciones bajas resulta una buena aproximación suponer que la velocidad de caída es constante. Entonces, si la concentración y la velocidad del fluido se descomponen en valores medios y fluctuaciones turbulentas, el cumplimiento en valor medio de la ec. (6) implica

$$\bar{s} \left( \nabla \cdot \vec{v}^{(f)} \right) + \left\{ \left( \vec{v}^{(f)} + \vec{v}_c \right) \cdot \nabla \right\} \bar{s} = - \nabla \cdot \left( \overline{s' \vec{v}^{(f)'}} \right) \quad (8)$$

donde las barras indican valor medio y los apóstrofes fluctuaciones turbulentas. El primer sumando del miembro izquierdo de la ec. (8) da cuenta del cambio de volumen de fluido por un cambio en la densidad de la fase particulada, resultando despreciable en las condiciones en que tienen lugar los flujos de interés [1], mientras que el segundo sumando pone de manifiesto lo mencionado anteriormente respecto de la advección efectiva. Por su parte, y de acuerdo a lo hecho con las tensiones turbulentas, la correlación de fluctuaciones que aparece en el miembro derecho de la ec. (8) se puede modelar según

$$- \overline{s' \vec{v}^{(f)'}} = \gamma_t (\nabla \bar{s}) \quad (9)$$

donde  $\gamma_t$  es un coeficiente de difusividad turbulenta para la especie particulada. Usando la ec. (9), la integración en la dimensión transversal de la ec. (8) para el problema de flujo embalsado a pendiente constante da lugar a la siguiente ecuación de transporte [1]:

$$\alpha \left( u \frac{\partial s}{\partial x} + (w-\Lambda) \frac{\partial s}{\partial z} \right) = Ps^{-1} \frac{\partial}{\partial z} \left( \gamma_0 \frac{\partial s}{\partial z} \right) \quad (10)$$

donde, por simplicidad, se han quitado las barras que indican valor medio, siendo  $Ps$  un número de Péclet asociado a la fase particulada, con  $\gamma_0 = \gamma_t / \gamma_0$ , donde  $\gamma_0$  es la difusividad turbulenta de partículas de referencia, y con  $\Lambda = w_c / \alpha U$ , siendo  $w_c$  la velocidad de caída (en la vertical) y  $U$  la escala horizontal de la velocidad. Como la interacción entre partículas es despreciable, se ha elegido  $\gamma_0 = \nu_0$ .

En la superficie libre se debe requerir flujo de partículas nulo, esto es

$$\gamma_0 \frac{\partial s}{\partial z} + (\Lambda \alpha Ps) s = 0 \quad (11)$$

Por su parte, el lecho constituye la separación entre las zonas de transporte de fondo y en suspensión. La física en esta región de separación resulta compleja y, habitualmente, se imponen allí condiciones de borde tipo Neumann. Estas especifican como se balancean los flujos de sedimentación y resuspensión, en función de las condiciones hidrodinámicas locales y el tipo y concentración de sedimentos.

Si se elige el mismo lugar que en el caso de las velocidades para imponer la condición de borde ( $z^*=30$ ), entonces, de acuerdo a (4), la velocidad efectiva de caída es  $w_c$ . Además, se puede considerar que el flujo de sedimentación allí,  $\mathcal{F}_s$ , se anula cuando la concentración toma el valor de equilibrio local. Luego debe ser  $\mathcal{F}_s \propto w_c s^*$ , donde  $s^*$  es el mencionado valor de equilibrio local. Así, la condición de borde en el fondo ficticio es

$$\gamma_s \frac{\partial s}{\partial z} + \left( \Lambda \alpha P s_s \right) s^* = 0 \quad (12)$$

Si el material es no cohesivo la concentración de equilibrio se puede calcular según [3]

$$s^* = \alpha_s \frac{\delta_{50}}{z^*} D_s^{-3/10} T^{-3/2} \quad (13)$$

donde  $\alpha_s \approx 3 \cdot 10^{-2}$  y  $\delta_{50}$  es el diámetro característico de la distribución de tamaños de partículas: se lo define como el diámetro de partícula para el cual el 50% del material de fondo es, en peso, más fino. En la ec. (13),  $D_s$  es el parámetro de partícula, que tiene en cuenta la densidad del sedimento, mientras que  $T$  es el parámetro de estado de transporte, el cual especifica cuándo comienza la resuspensión [1]. El modelo queda formalmente cerrado especificando la distribución inicial de concentraciones en el borde aguas arriba.

#### IV - RESOLUCION NUMERICA

La resolución del sistema de ecuaciones presentado en II y III se lleva a cabo mediante el método de los elementos finitos. Para ello, las ecs. (1)-(3) y (10) son previamente llevadas a su forma débil. Los detalles técnicos relacionados con el método numérico han sido presentados en ENIEF'92 [5], por lo que aquí sólo se realiza una breve reseña.

La ec. (10) se encuentra desacoplada del sistema formado por las ecs. (1)-(3), por lo que es posible resolverla una vez conocidos los campos de velocidad. Se puede destacar el hecho de que el carácter parabólico del sistema (1)-(3) permite su resolución mediante un proceso de avance. Esto es, dadas las condiciones iniciales resulta posible hallar los campos de velocidades y presión en una sección vertical aguas abajo. Una vez conocida ésta se la usa como "condición inicial" para el cálculo de la siguiente sección aguas abajo, y así siguiendo hasta recorrer todo el embalse. Ocurre lo propio con la ecuación (10).

Para optimizar este procedimiento es que se ha desarrollado un elemento cuadrilátero de seis nodos, ubicados de a tres sobre las caras aguas arriba y aguas abajo de cada elemento [5]. Como no hay difusión horizontal, las velocidades se han interpolado linealmente en la dirección longitudinal y cuadráticamente en la vertical. La presión está representada linealmente en ambas direcciones. Por supuesto, el paso espacial con el que se va cubriendo el trayecto tiene restricciones [4] y, a su vez, la distribución de elementos en la vertical se debe adaptar para resolver las zonas de fuertes gradientes cerca del fondo.

En cuanto al carácter altamente convectivo del flujo, esto no ha ocasionado problemas de estabilidad, ya que la existencia de una dirección preferencial de movimiento se traduce en un "upwinding" implícito. Por su parte, la no linealidad es tratada mediante un proceso iterativo de punto fijo, con una tolerancia máxima de  $10^{-6}$  para la diferencia relativa entre los valores de las variables en dos pasos iterativos consecutivos.

La estabilidad del esquema numérico ha sido probada "empíricamente", mediante ensayos que cubrieron un amplio rango de escenarios de interés para la hidráulica. Finalmente, la convergencia se produce casi linealmente con el paso de avance (es algo más "veloz"). De todos modos, la simplificación que introduce el proceso de marcha hace que el método sea una poderosa herramienta de cálculo, más allá de su pobre velocidad de convergencia.

#### V - ESTRATIFICACION POR TRANSPORTE DE PARTICULAS

En la región del embalse propiamente dicho las velocidades medias disminuyen respecto de los valores que tienen aguas arriba. Debido principalmente a este hecho es que las corrientes cargadas de partículas que llegan a la zona embalsada no son capaces de mantener el estado

de suspensión de la fase sólida, produciéndose la deposición de la misma. Esto genera alteraciones en la geometría del embalse y da lugar a la formación de corrientes de fondo con carga de partículas, entre otros fenómenos.

Para tener una primera descripción de esos efectos es que se hicieron una serie de simulaciones en distintos escenarios hidrodinámicos. Se consideró que el material transportado era arena de río (compuesta esencialmente de cuarzo, con densidad  $2.65 \text{ gr/cm}^3$ ), cubriéndose un rango de distribuciones de tamaños correspondientes a  $30 \mu\text{m} \leq \delta_{50} \leq 310 \mu\text{m}$ .

Respecto de esto, cabe mencionar que el modelo de resuspensión-deposición descrito anteriormente es válido para  $\delta_{50} \geq 60 \mu\text{m}$ , dado que debajo de este límite los efectos de las fuerzas físico-químicas entre las partículas depositadas tienen un peso creciente y deben ser tenidas en cuenta. Por ello, los resultados que se presentan para diámetros inferiores a éste son de interés puramente académico y sirven sólo para estudiar tendencias y alcances del modelo mencionado. Para el intervalo indicado más arriba, las velocidades de caída han sido computadas en función del diámetro característico de la distribución de tamaños ( $\delta_{50}$ ), a partir de los datos de Rouse [6].

La figura 2 muestra la evolución de los perfiles de concentración de partículas a partir de la distribución de equilibrio, aguas arriba, hasta la distribución resultante al final de la zona de estudio, aguas abajo. En esta figura se presenta un escenario hidrodinámico particular y un caso correspondiente a arenas de tamaño intermedio (para las cuales  $100 \mu\text{m} \leq \delta_{50} \leq 300 \mu\text{m}$ ; si  $\delta_{50} < 100 \mu\text{m}$  se denominan finas y para  $\delta_{50} > 300 \mu\text{m}$ , gruesas).

Todos los perfiles presentan valores máximo en el fondo y mínimo en la superficie libre. Las causas para este comportamiento son las tensiones de corte turbulentas, que decrecen hacia la superficie, y la fuente de partículas, que se sitúa en el fondo. Ambas actúan en conjunto, promoviendo la decantación cerca de la superficie libre y, si las condiciones hidrodinámicas lo permiten, la resuspensión en el lecho. Estos argumentos tienen en cuenta el tipo de perfil de velocidades que presenta el flujo y que la velocidad de caída es uniforme en la vertical.

A su vez, siempre se registra una disminución en la amplitud de la concentración a medida que se avanza en el embalse. Esto se debe a que la velocidad también disminuye su intensidad, con lo cual el flujo pierde capacidad de resuspensión y las partículas, en promedio, se depositan más de lo que se resuspenden.

Siempre mediante la figura 2, se puede observar que la forma del perfil de concentración evoluciona. Se percibe un aumento entre los valores relativos de concentración en puntos cercanos al lecho respecto de aquellos alejados de ese lugar. Esta tendencia se acentúa con el aumento del diámetro característico de la distribución de partículas.

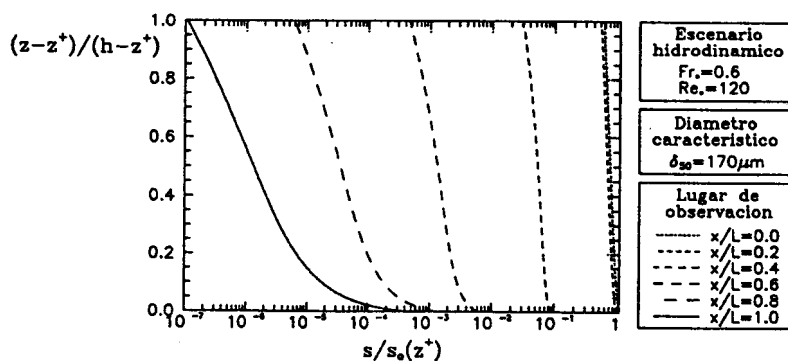


figura 2 - Evolución de los perfiles de concentración para un escenario hidrodinámico particular. Las cantidades  $h$  y  $z^*$  indican las alturas de la superficie libre y el fondo ficticio, respectivamente, mientras que  $s_0(z^*)$  es la concentración inicial en el fondo.

Se puede ver, entonces, que el flujo de partículas se concentra en las proximidades del lecho, dando lugar a un proceso de *estratificación gradual*. Para arenas intermedias y gruesas, las distribuciones en la zona del embalse se concentran en una *capa de densidad*, fuera de la cual la concentración relativa (respecto del valor en la capa) es pequeña. El espesor de dicha capa va disminuyendo a medida que avanza en el embalse.

La extensión de la capa se puede definir como la altura a partir de la cual la concentración relativa a su valor en el fondo (donde alcanza su valor máximo) es menor que un cierto porcentaje. La figura 3 muestra la evolución de algunas capas de densidad. Se observa que si las arenas transportadas son gruesas puede existir, dependiendo del ambiente hidrodinámico, una estratificación inicial, la cual se diluye aguas abajo. Si inicialmente la distribución de partículas es más uniforme, entonces en la zona del embalse persiste un flujo cargado de material sólido cerca del fondo, formando una capa delgada de altura aproximadamente uniforme.

Si las arenas tienen tamaño intermedio, en general no se observa una estratificación inicial. Sin embargo, aguas abajo el flujo está netamente estratificado, apareciendo capas de densidad de altura no despreciable.

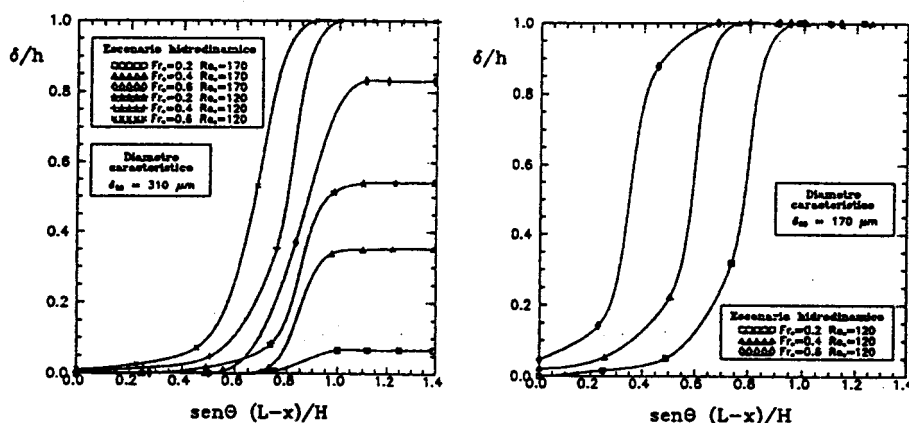


Figura 3 - Formación y evolución de las capas de densidad.

$\delta$  es la altura de la capa, definida como la altura a la cual la concentración cae al 10% de su valor en el fondo, mientras que  $h$  es la altura local del embalse.

Por otro lado, una de las maneras de determinar la capacidad de transporte de partículas en suspensión que tiene un flujo es a través del *caudal sólido volumétrico* (CSV). Esta es una cantidad integral que representa el flujo longitudinal de partículas por unidad de tiempo, expresada en unidades de volumen. Para el presente caso, si  $b$  representa la sección transversal (uniforme), el CSV es:

$$Q_s(x) = b \int_{z_*}^h u(x,z) s(x,z) dz \quad (14)$$

donde  $s$  está expresada en partes por millón (ppm).

En la figura 4 se muestra la evolución de esta cantidad para dos escenarios particulares, en función de la "coordenada de evolución",  $\chi = \text{sen}\theta(L-x)/H$ , donde  $L$  y  $H$  son la longitud y la altura final del embalse, respectivamente. Como ya se mencionó, la capacidad de transporte disminuye con el aumento de la altura de agua.

Para los escenarios con las menores pendientes el descenso en el CSV se vuelve apreciable cuando comienza el aumento de altura de la superficie libre ( $\chi \approx 1.1$ ). En cambio, para las pendientes más grandes existe una cierta "inercia" y el estado de equilibrio se prolonga más (hasta  $\chi \approx 1.0$ ). Este comportamiento se verifica para todos los tamaños de partícula

Luego de este descenso inicial se presenta una brusca caída en el CSV, que se extiende, aproximadamente, en la región  $0.8 \leq x \leq 1.0$ . En este caso, además de estar presente el efecto mencionado recién, se presenta un rápido cambio en la curvatura de la superficie libre. (en esta zona presenta el mínimo radio de curvatura), que da lugar a la consiguiente caída en la velocidad media de transporte. Así, la transferencia energética del flujo turbulento hacia las partículas sólidas se ve disminuída, y con ello la capacidad de mantener la fase particulada en suspensión.

Las condiciones hidrodinámicas y el tamaño de las partículas manejan la intensidad de la caída del CSV y las longitudes características en las cuales tiene lugar. Para arenas gruesas la caída es siempre brusca, en tanto que si las arenas son finas el descenso puede ser rápido (para pendientes suaves) o lento (para pendientes crecientes). Esto implica que los flujos que transportan arenas gruesas son incapaces de arrastrar hasta la zona del embalse CSV del orden de los que transportan en las zonas de equilibrio local aguas arriba. Si las arenas son finas, la presencia de CSV similares a los iniciales depende del escenario hidrodinámico, pero es posible (pendientes moderadas). Este comportamiento se debe a que, para la misma capacidad de transferencia energética (mismo escenario), la posibilidad de mantener una suspensión no diluída de partículas aumenta con la disminución del tamaño característico, ya que disminuye el efecto gravitatorio sobre las partículas.

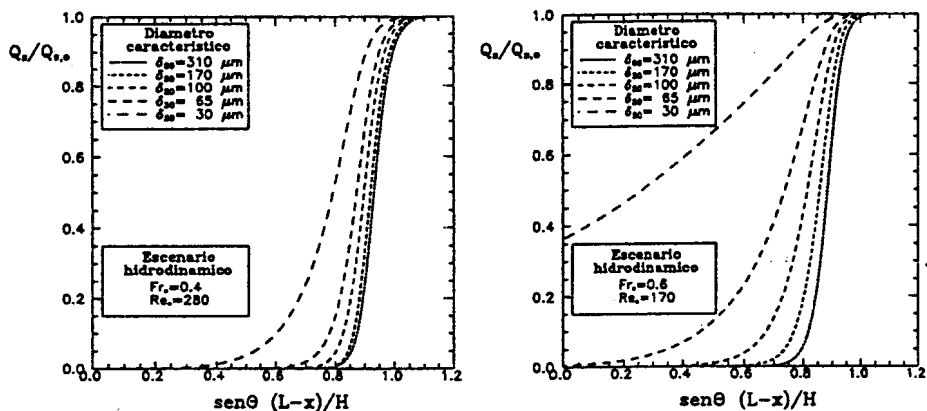


figura 4 - Comportamiento del CSV en función de la coordenada de evolución. La cantidad  $Q_{x,0}$  indica el CSV inicial para cada ensayo.

## VI - FORMACION DE ESTRUCTURAS POR DEPOSICION DE MATERIAL

La variación del CSV a medida que se avanza en la región embalsada da lugar al fenómeno de sedimentación. Como recién se mostró, el CSV sufre una disminución a medida que avanza en el embalse, con lo cual el fondo actúa, en promedio, como sumidero de partículas: por lo tanto en ese borde se produce una deposición neta de material. Si se elige un volumen de control de ancho  $b$  y longitud  $\Delta x$ , la tasa de crecimiento de la cota de fondo es

$$\Delta \xi = \frac{\Delta Q_x}{(1-\pi)b\Delta x} \quad (15)$$

donde  $\Delta Q_x$  es la diferencia de CSV entre las secciones verticales de entrada y salida y  $\pi$  es la porosidad del material ( $0.4 \leq \pi \leq 0.6$ ). El factor  $(1-\pi)^{-1}$  tiene en cuenta el volumen ocupado por fluido en la capa depositada, el cual llena los intersticios entre las partículas y contribuye al aumento de la cota de fondo. Por supuesto, si  $\Delta Q_x < 0$ , en lugar de deposición se



tiene un fenómeno de erosión del fondo.

Como el modelo que se ha usado es estacionario, no se ha obtenido un aumento neto de la altura del lecho, sino una tasa de crecimiento. Esto acota la validez de los resultados, restringiéndola a aquellos problemas en los cuales las variaciones del fondo sean lo suficientemente lentas como para que las condiciones hidrodinámicas permanentes se sigan verificando. Por ejemplo, para un lapso considerable de tiempo (semanas, meses), durante el cual se supone un régimen permanente, se debe registrar una diferencia en los niveles de fondo que sea pequeña comparada con la altura total del flujo. Esta condición se verifica en muchas situaciones de interés práctico, por lo que la suposición de régimen permanente, en esos casos, es válida.

La figura 5 muestra la tasa de crecimiento de la cota de fondo, expresada en centímetros por año, para algunos escenarios hidrodinámicos y arenas de distintos tamaños característicos. Se aprecia que el proceso de deposición da lugar a la formación de *estructuras* regulares, bien definidas, de diferentes tamaños y morfologías.

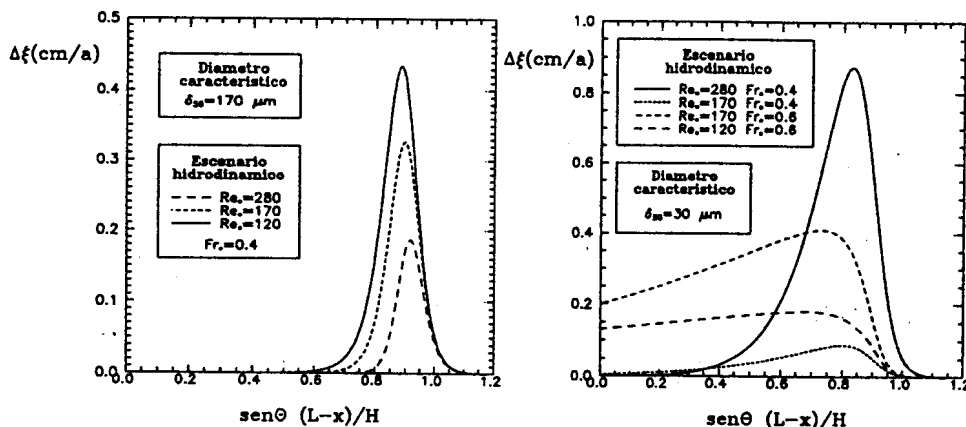


figura 5 - Tasa de crecimiento del nivel de fondo (expresada en centímetros por año) en función de la coordenada de evolución.

Los depósitos se ubican preferencialmente en las zonas correspondientes a las caídas bruscas del CSV mencionadas en V, presentando picos máximos (uno por estructura) para  $\chi \approx 0.9$ . En general, las estructuras tienen formas que recuerdan las campanas de Gauss, aunque no son simétricas a ambos lados del pico. En algunos casos son suaves y se extienden más que las "campanas".

La descripción de la morfología y tamaño de los depósitos depende tanto del escenario hidrodinámico como de las características del material particulado. Se puede ver en la figura mencionada que, para  $Fr_a$  fijo, la variación de  $Re_a$  produce cambios de forma, de ubicación y de magnitud en las estructuras, y éstos no siguen necesariamente una relación directa con el tamaño característico de las partículas.

Las estructuras tipo campana se pueden referir como *barras*. Además de ellas surgen otras, como *dunas* (barras con anchos de pico crecientes) y *mesetas* (estructuras de altura aproximadamente constante).

En la figura 6 se presentan las estructuras que se forman para un rango de escenarios hidrodinámicos de interés en hidráulica ( $0.2 \leq Fr_a \leq 0.6$ ,  $120 \leq Re_a \leq 280$ ) y arenas de diversos tamaños. Se puede ver que las amplitudes cubren un amplio rango, mientras que los anchos de pico se ubican, en general, en el intervalo  $0.1 \leq \chi \leq 0.2$ . La mayoría de las estructuras se concentra en la región de barras, con amplitudes diversas distribuidas en forma aproximadamente uniforme. El crecimiento de mesetas es exclusivo de los menores diámetros

característicos. En realidad, si se tiene en cuenta que los casos con  $\delta_{50} < 60\mu\text{m}$  no están representados del todo bien, se puede agregar que la formación de mesetas se encuentra inhibida, lo mismo que las dunas de pequeña amplitud (ver figura 6).

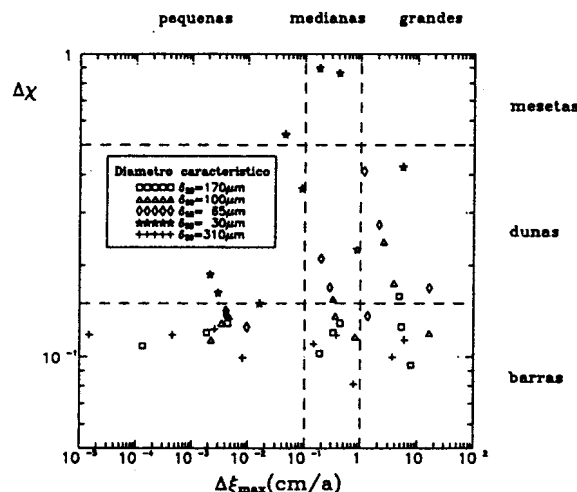


figura 6 - Formación de distintas morfologías para los escenarios hidrodinámicos que se presentaron en el texto.  $\Delta\xi_{\text{max}}$  es el valor máximo alcanzado por la tasa de crecimiento mientras que  $\Delta\chi$  es el ancho de las estructuras a la mitad de su "altura", en unidades de la coordenada de evolución.

## VII - CONCLUSIONES

Se ha presentado brevemente un modelo matemático-numérico que permite describir el comportamiento que presentan los flujos embalsados. Este modelo incluye el transporte de sólidos en suspensión. Mediante la explotación de las propiedades físicas del escurrimiento y haciendo uso del método de los elementos finitos, se logra obtener una poderosa herramienta de cálculo.

Se ha mostrado como evolucionan las concentraciones de partículas al ingresar a una zona embalsada y cómo es posible que se produzcan efectos de estratificación del medio. También se caracterizaron los flujos según su capacidad de transporte de masa sólida. Finalmente se mostró cómo ocurren los procesos de sedimentación, que dan lugar a la formación de estructuras de fondo con múltiples características.

## REFERENCIAS

- [1] Henderson, F. M., "Open channel flow", Mac Millan Pub. Co., 1966.
- [2] Tarela, P. A., Informe Interno Conicet, 1994.
- [3] van Rijn, L. C., "Mathematical Model of morphological processes in the case of suspended sediment transport", Delft University of Technology, Delft. Hyd. Comm. N° 382, 1987.
- [4] Tarela, P. A., "Un modelo para la evolución de la distribución vertical de contaminantes", Tesis de Licenciatura en Ciencias Físicas, Fac. Cs. Exactas y Nat., Univ. de Bs. As., 1993.
- [5] Tarela, P. A., Menéndez, A. N., "Un modelo hidrodinámico para flujo estratificado a superficie libre", 8° Congreso sobre Métodos Numéricos y sus Aplicaciones, ENIEF'92, Bariloche, Argentina, 1992.
- [6] Vito Vanone, "Sedimentation Manual", A.S.C.E., 1975.