

UNA APLICACION DEL METODO DE ELEMENTOS FINITOS (MEF) EN 2D EN EL MODELADO
DEL CAMPO MAGNETICO EN EL ENTRE HIERRO DE UN GENERADOR SINCRONICO

Jorge D'Elia, Miguel A. Coussirat, Alberto D. Del Rosso
Laboratorio De Matemática Aplicada, Universidad Tecnológica Nacional
Facultad Regional Mendoza, Rodriguez 273 Mendoza, Argentina

RESUMEN

Se procede a un cálculo numérico de la distribución del campo magnético, en el entrehierro de un generador sincrónico de polos salientes bajo la expansión polar.

Luego en base a la información obtenida, se traza por puntos la curva de inducción magnética en el entrehierro sobre el estator, en función del ángulo polar. Esta curva es de interés para una determinación posterior (que no se hace) del contenido de armónicas mediante una descomposición de Fourier.

ABSTRACT

A numerical calculus is made of the distribution of the magnetic field in the airgap of a synchronous generator under polar expansion.

Then, and based on the information gathered, the magnetic induction curve is traced in the airgap over the stator depending on the polar angle.

This curve is of interest for a further determinant (which is not made) of the harmonic content by means of a Fourier's decomposition.

1. INTRODUCCION

El cálculo de la máquina es el proceso a través del cual a partir de un reducido número de datos se obtiene el dimensionamiento óptimo de la misma y se determinan aquellos parámetros que permiten caracterizar su funcionamiento permanente y transitorio, y predecir el funcionamiento de la misma como si estuviera inserta en la red.

Dimensionamiento óptimo es aquel por el cual se logra un diseño tal que cumpliendo con todos los requerimientos técnicos y de calidad impuestos por las especificaciones técnicas y las reglas del buen arte, sea el más económico, es decir el que produce la menor erogación actualizada.

Todos los elementos que componen la máquina deben ser diseñados teniendo en cuenta estas consideraciones. En este trabajo nos referimos a uno de los componentes activos que es el polo, y su correspondiente expansión polar.

En el procedimiento de cálculo y diseño de la expansión polar se eligen como punto de partida ciertos coeficientes (b_i, K_{ti}, K_{mi}, K_e) obtenidos de curvas estadísticas de máquinas de referencia. Luego utilizando técnicas de análisis de campo tradicional se determina la forma de la expansión de polar que satisface los parámetros elegidos.

Para realizar la verificación de estos parámetros es necesario simular la distribución del campo magnético en el entrehierro, con lo cual se

puede determinar los valores exactos de los mismos. Con esta determinación se puede realizar la verificación de las características electromagnéticas y eléctricas de la máquina, tales como rendimiento, corriente de excitación, reactancias.

También es necesario realizar estudios detallados de la forma de onda de la tensión generada, con el objeto de evaluar la calidad de esta y el cumplimiento de las normas internacionales de aplicación. Para ello es necesario conocer exactamente la forma de la curva de inducción en el entrehierro, lo que se logra con el trazado del campo mencionado.

Para evaluar la calidad de la onda de tensión generada las normas internacionales han definido una serie de parámetros que se calculan a partir de los armónicos de la misma. Algunos de estos son los siguientes:

.THF (Telefonic Harmonic Factor): definido por la norma IEC, 34-1, secc 11, pondera aquellos armónicos más perjudiciales para las comunicaciones telefónicas.

.TIF (Telefonic Influence Factor) : este es un factor similar al, anterior definido por la norma ANSI/IEC st 100 1977

.Factor de desviación ANSI/IEEE Std 100-1977
.Factor de distorsión

Para calcular estos factores es necesario determinar las amplitudes de los armónicos de la onda de tensión generada, lo que se logra a partir de la curva de inducción en función del ángulo polar, que se obtiene del trazado del campo magnético.

2. MODELO FISICO

Se estudia un generador sincrónico de polos salientes de 10 MVA de potencia nominal.

En la figura 1 se observa en corte longitudinal de la máquina donde se indica la ubicación de los polos y de la bobina estática.

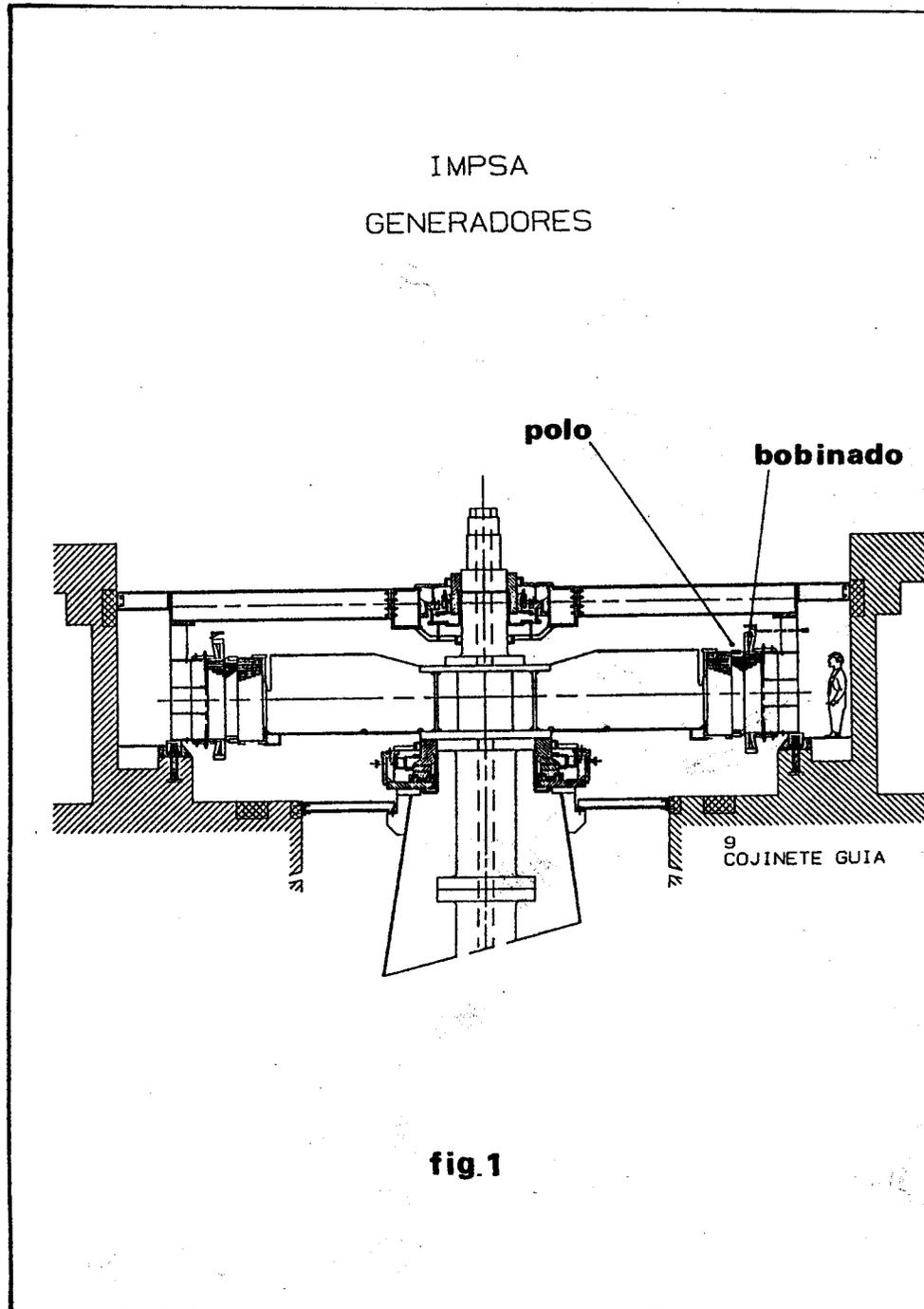
La figura 2 es un corte transversal donde se detalla el polo, y se ha indicado el recorrido del flujo magnético.

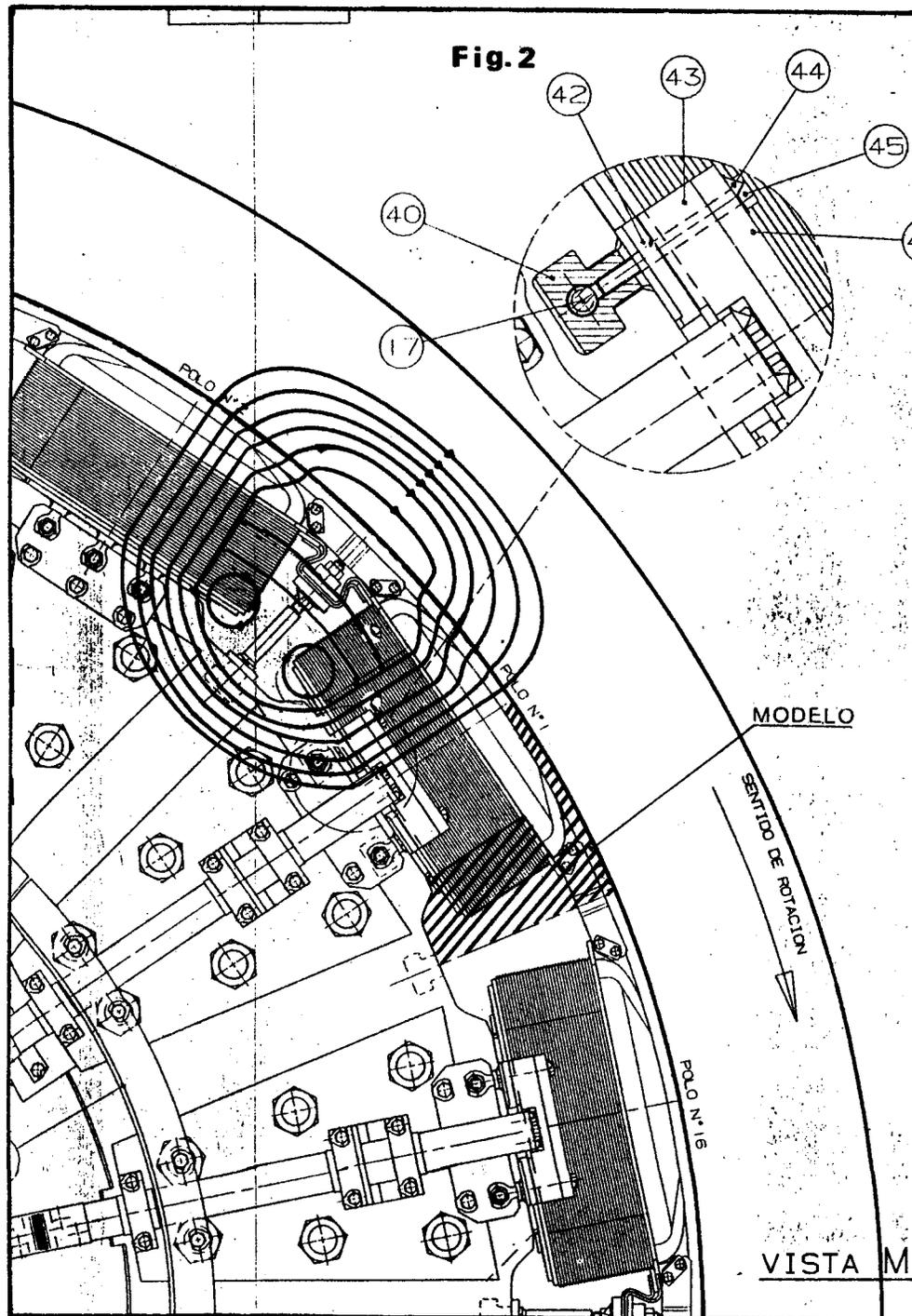
2.1 Propiedades Físicas :

Se supone que la permeabilidad magnética del medio gaseoso del entrehierro es aproximadamente igual a la del vacío. Como es usual en problemas con interfaces con materiales ferromagnéticos se supone que la permeabilidad relativa del material ferromagnético es prácticamente infinita, lo que equivale a decir que las líneas de inducción magnética (en el medio no ferromagnético) son ortogonales a la superficie de separación de ambos medios. Este hecho será una condición de borde donde corresponda utilizarla.

3. CAMPOS MAGNETICOS Y POTENCIALES

La modelación matemática de un campo electromagnético puede hacerse a





través de la resolución directa de las ecuaciones de Maxwell :

$$\text{rot } \vec{H} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} + \vec{J}$$

$$\text{rot } \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0$$

$$\nabla \cdot \vec{D} = 0$$

$$\begin{aligned} \vec{B} &= \mu \vec{H} \\ \vec{D} &= \epsilon \vec{E} \end{aligned} \quad (1)$$

donde:

H: Excitación magnética **B**: Inducción magnética
E: Campo eléctrico **D**: Desplazamiento eléctrico
J: Densidad de corriente .

$\epsilon = \epsilon_r \epsilon_0$: permitividad eléctrica del medio

(r : relativa ; 0 : vacío)

$\mu = \mu_r \mu_0$: permeabilidad magnética del medio

(r : relativa ; 0 : vacío)

q : densidad volumétrica de carga.

conjuntamente con las condiciones de contorno del problema particular considerado .

Resolución a través de potenciales:

La tercera ecuación de Maxwell $\nabla \cdot \vec{B} = 0$, indica que es posible expresar \vec{B} como el rotor de algún otro vector. Esto conduce a una definición posible del potencial \vec{A} .

$$\vec{B} = \text{rot } \vec{A} \quad (2)$$

Para que \vec{A} quede completamente definida es necesario, de acuerdo al teorema de Helmholtz, especificar también su divergencia.

Si se hace

$$\nabla \cdot \vec{A} = -\mu \epsilon \frac{\partial V}{\partial t} \quad (3)$$

Conocida como condición de calibración de Lorentz, se obtienen las ecuaciones diferenciales siguientes.

$$\nabla^2 \bar{A} - \mu \epsilon \frac{\partial^2 \bar{A}}{\partial t^2} = -\mu \bar{J}$$

$$\nabla^2 V + \mu \epsilon \frac{\partial^2 V}{\partial t^2} = -\mu/\epsilon$$

Donde ambas ecuaciones corresponden a la ecuación de onda (para V: ec de onda escalar; para A: ec. de onda vectorial) mas las condiciones de contorno adecuadas.

Además, para el cálculo en régimen estacionario, o de variación temporal muy lenta, las ecuaciones de onda se reducen a las ecuaciones de Poisson:

$$\nabla^2 V = -\rho/\epsilon \quad (4)$$

$$\nabla^2 \bar{A} = -\mu \bar{J}$$

y las expresiones correspondientes de los campos eléctrico y magnético se reducen a:

$$\bar{E} = -\nabla V \quad (5)$$

$$\bar{B} = \text{rot } \bar{A}$$

estas expresiones por separado también son aplicables para los casos de campos electrostáticos o campos magnetostáticos.

4 APLICACION DE LA FORMULACION POTENCIAL AL CASO DE UN GENERERADOR SINCRONICO DE POLOS SALIENTES

En principio para estados estacionarios y considerando la permeabilidad del medio aproximadamente igual a la del vacío, se tiene

$$\nabla^2 \bar{A} = -\mu_0 \bar{J} \quad (6)$$

en término de sus componentes rectangulares:

$$\begin{aligned} \nabla^2 A_x &= -\mu_0 J_x \\ \nabla^2 A_y &= -\mu_0 J_y \\ \nabla^2 A_z &= -\mu_0 J_z \end{aligned} \quad (7)$$

Si se considera a la máquina sincrónica infinitamente larga el vector de densidad de corriente \bar{J} , tiene una única componente en la dirección axial, sea J_z . Entonces, el campo magnético está totalmente contenido

en el plano (x-y), perpendicular al eje de la máquina. Luego, si el campo magnético es el rotor del potencial vectorial \vec{A} , entonces \vec{A} deberá ser perpendicular al plano (x-y).

$$\begin{aligned} J_x &= 0 & A_x &= 0 \\ J_y &= 0 & A_y &= 0 \\ J_z &= J \neq 0 & A_z &= A \neq 0 \end{aligned} \quad (8)$$

Es decir que sólo hay que resolver la tercera ecuación del sistema (7)

$$\begin{aligned} \nabla^2 A &= -\mu J \\ \frac{\partial^2 A}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A}{\partial y^2} &= -\mu_0 J \end{aligned} \quad (9)$$

más las condiciones de borde apropiadas. De esta manera, se ha reducido el potencial vectorial \vec{A} a una función escalar A , definida en un plano perpendicular al eje de la máquina.

Luego de resolver esta ecuación, se calcula el campo magnético \vec{B} con las expresiones:

$$\vec{B} = \text{rot } \vec{A} = \begin{vmatrix} \vec{x}^0 & \vec{y}^0 & \vec{z}^0 \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ 0 & 0 & A \end{vmatrix} \quad (10)$$

es decir:

$$\begin{aligned} B_x &= \frac{\partial A}{\partial y} \\ B_y &= -\frac{\partial A}{\partial x} \end{aligned} \quad (11)$$

4.1 Condiciones Adoptadas:

En la porción considerada se puede distinguir:

Ω : Dominio Omega

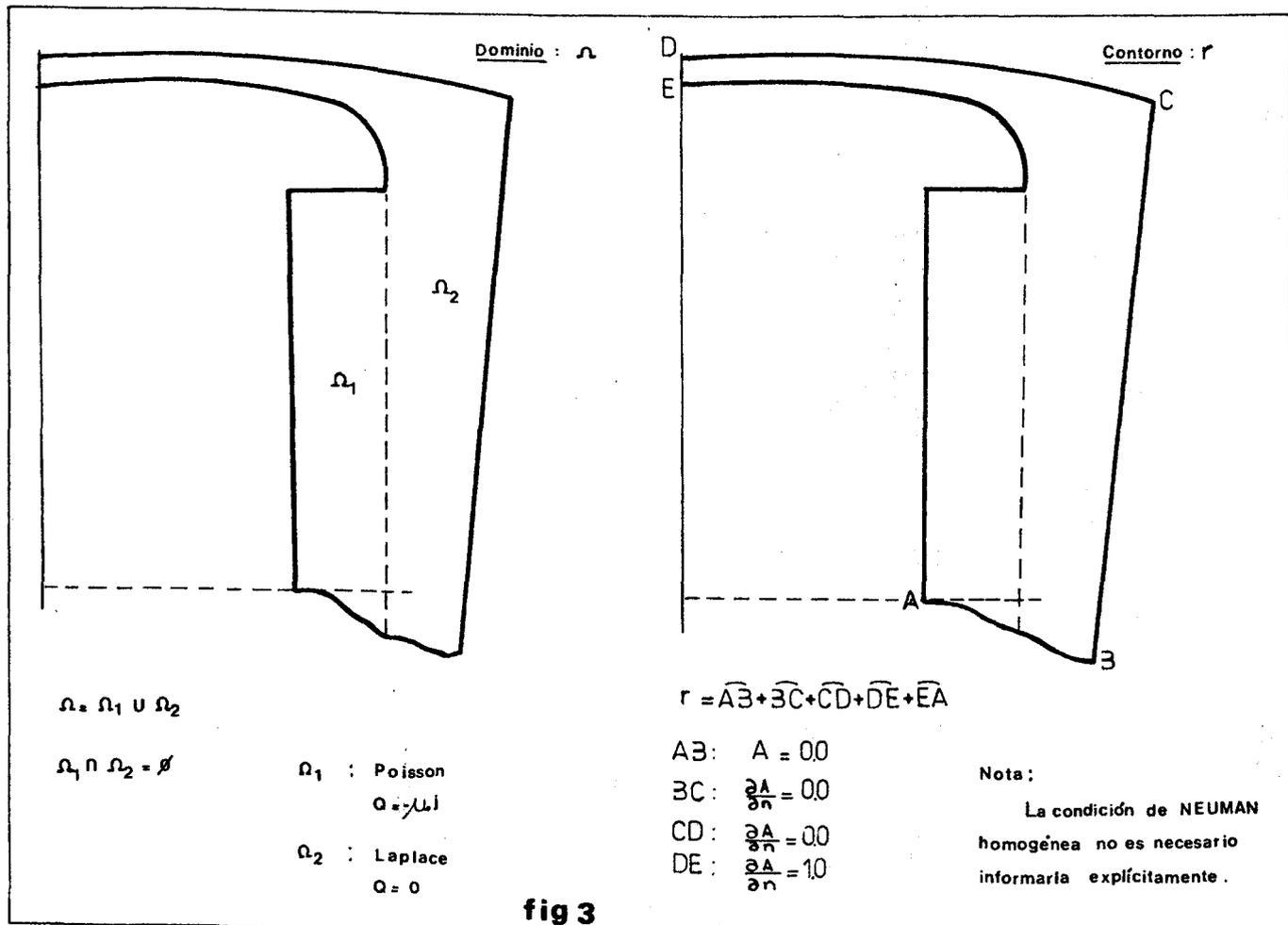
Γ : Borde Gamma

4.2 Condiciones sobre el Dominio Omega:

Se particiona el dominio original Omega, en los subdominios Omega 1 y Omega 2, tales que: (ver figura 3)

$$\Omega = \Omega_1 \cup \Omega_2$$

$$\Omega_1 \cap \Omega_2 = \emptyset$$



Se distribuye la corriente sobre el dominio omega 1 dado que allí está ubicada la bobina polar. Es decir en este subdominio se resuelve la ecuación de Poisson.

En el subdominio omega 2 solo está presente el medio gaseoso por lo que la densidad de corriente es nula. En este se resuelve Laplace.

4.3 Condiciones de borde en el contorno Gamma :

Puede considerarse que : $\Gamma = AB + BD + DE + EA$

4.3.1 Borde inferior AB :

El campo electromagnético en el borde inferior AB es despreciable comparado con el campo magnético en el entrehierro (borde superior DC). Es decir :

$$B_x \approx B_y \approx 0$$

$$\frac{\partial A}{\partial y} \approx -\frac{\partial A}{\partial x} \approx 0$$

Si el potencial A adoptara un valor constante sobre el borde AB, se tiene campo magnético nulo sobre tal borde. Es libre la elección del valor de la constante. Elegimos el valor particular :

$$A = 0 \quad ; \quad \text{en AB}$$

4.3.2 Bordos BD y EA :

Recordemos que las líneas de inducción magnética son perpendiculares al borde ferromagnético (visto desde el medio no ferromagnético). Consideremos una porción genérica de tal borde, en coordenadas curvilíneas (t,n) :
en principio :

$$\begin{bmatrix} B_x \\ B_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial A}{\partial y} \\ -\frac{\partial A}{\partial x} \end{bmatrix}$$

es decir :

$$\begin{bmatrix} B_t \\ B_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial A}{\partial n} \\ -\frac{\partial A}{\partial t} \end{bmatrix}$$

donde t : en la dirección tangente al contorno

n : en la dirección normal al contorno

(terna derecha)

convención de la normal exterior a la región de interés positiva .

Si las líneas de inducción magnética son ortogonales al contorno ferromagnético, esto indica que el vector de campo magnético tiene componente nula en la dirección tangencial al borde. Es decir, que si

hay campo magnético , éste debe ser :

$$\begin{aligned} B_t &= 0 \\ B_n &\neq 0 \end{aligned}$$

(es un caso análogo a las líneas de corriente en hidráulica).

Pero si $B_t = 0.0$, también debe ser :

$$\frac{\partial A}{\partial n} = B_t = 0$$

es decir :

$$\frac{\partial A}{\partial n} = 0 \quad ; \quad \text{en los bordes } BD \text{ y } EA .$$

Esto es , se tiene condición Neumann homogénea en la dirección normal al contorno para el potencial A , en los contornos BD y EA . Así se cumple la condición de que las líneas de inducción magnética sean perpendiculares al contorno ferromagnético (vistas desde el medio no ferromagnético) .

4.3.2 Borde DE :

Se observa en el contorno DE , que si una línea de inducción magnética es ortogonal a los bordes ferromagnéticos superior e inferior , muy próximos entre sí, también es paralela al contorno DE (por continuidad y variación suave) .

Además , en la cabeza de la expansión polar sobre el eje de simetría (que incluye al contorno DE) , la intensidad del campo magnético es máxima , por lo que se impone en el contorno DE , el valor unitario de referencia de un (1.0) Tesla .Se toma este valor debido a que se quiere obtener valores relativos de la distribución del campo y no el valor real de la inducción magnética.

Se tiene $B_y = 1.0$ Tesla ; en DE .

Pero :

$$\frac{\partial A}{\partial n} = -\frac{\partial A}{\partial x} = B_y = 1.0$$

es decir :

$$\frac{\partial A}{\partial n} = 1.0 \quad ; \quad \text{en } DE .$$

5. MODELO NUMERICO

Se resuelve el modelo matemático adoptado mediante una técnica numérica por Elementos Finitos (MEF)

En la figura 4 se observa la malla de elementos triangulares simples realizada con el programa ENREDO (GMC - CAB - CNEA).

El cálculo se realiza con el programa FEM2b, desarrollado por LAMA -UTN - Fac. Reg. Mza., que resuelve la ecuación cuasiarmónica estacionaria en 2D.

En la figura 5 se ve el trazado de las líneas isopotenciales, y la figura 6 muestra la representación vectorial del campo magnético.

6 Cálculo de la curva de inducción magnética sobre el estator en función del ángulo polar:

Con los valores, en los nodos, del campo magnético B en el entrehierro sobre el estator de la máquina, borde DC, puede trazarse por puntos la curva:

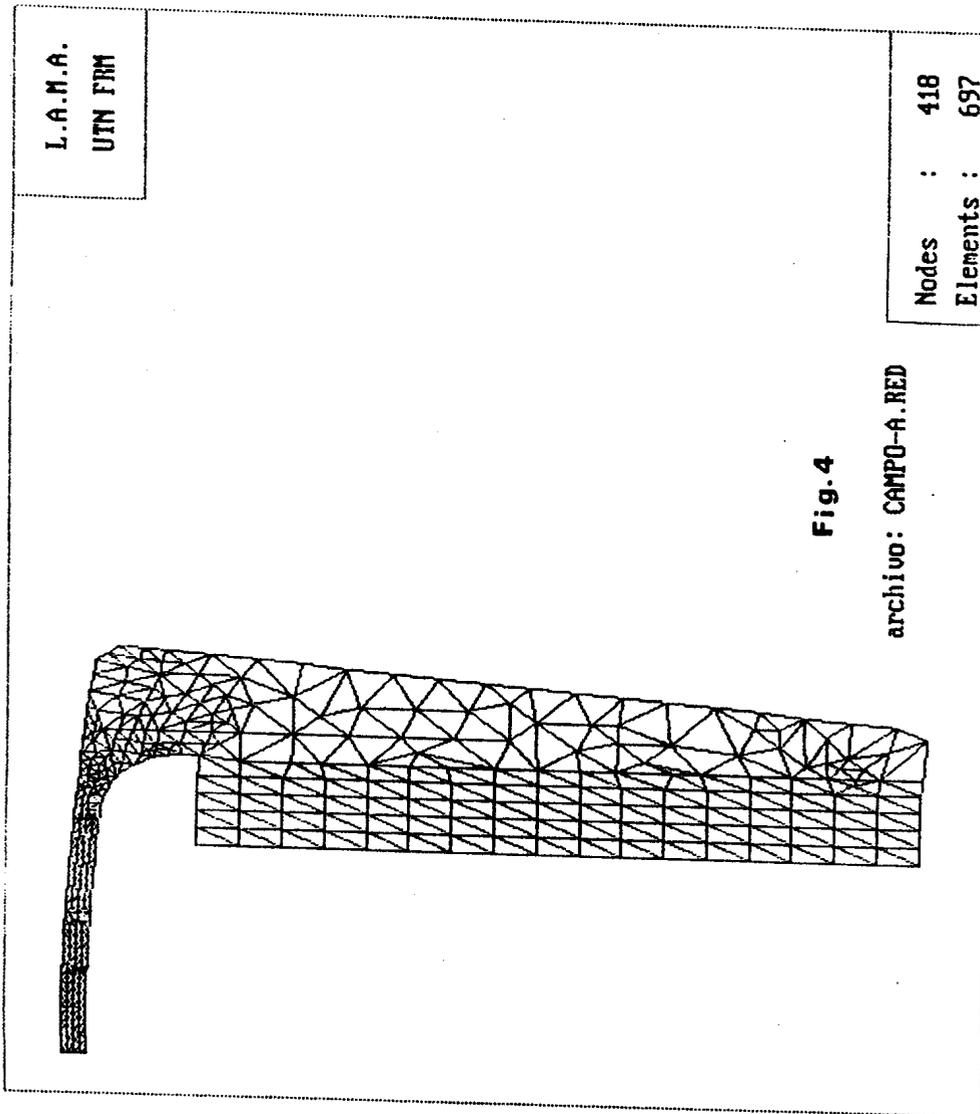
$$B = B(\alpha) \quad ; \quad \alpha : \text{ángulo polar}$$

Ver fig. (7)

Con esta curva obtenida, puede ahora hacerse un estudio del contenido de armónicas por una descomposición por Fourier, para luego calcular los correspondientes armónicos de la onda de tensión generada y poder así determinar los factores THF, TIF, de desviación y de distorsión ya citados.

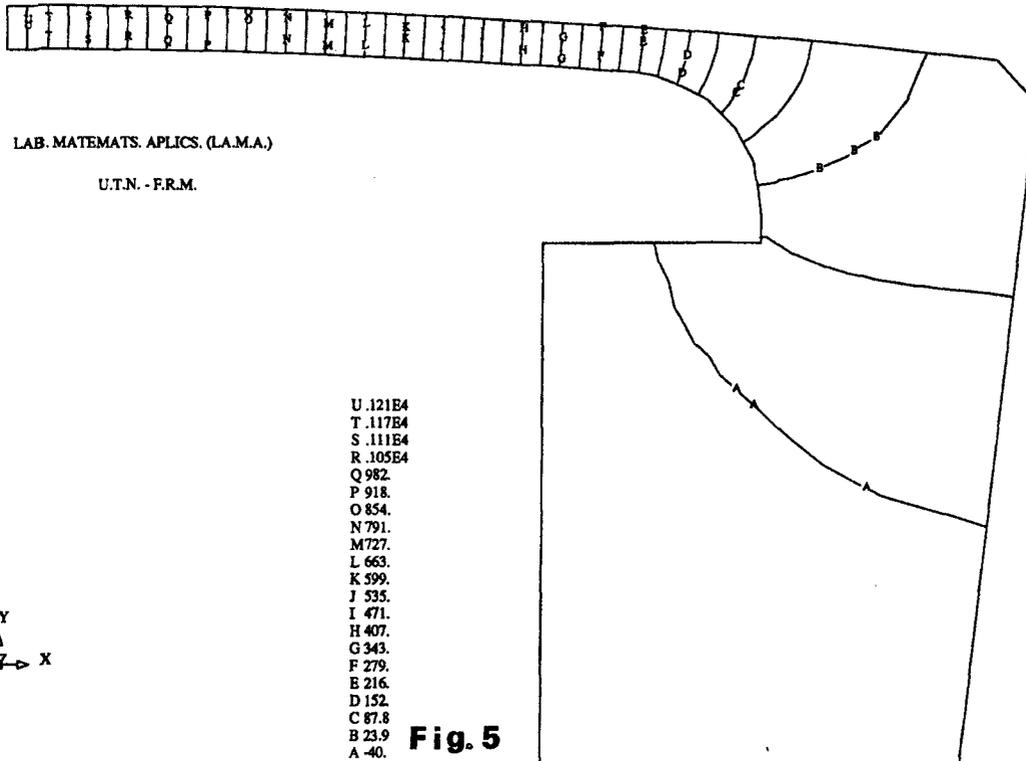
REFERENCIAS

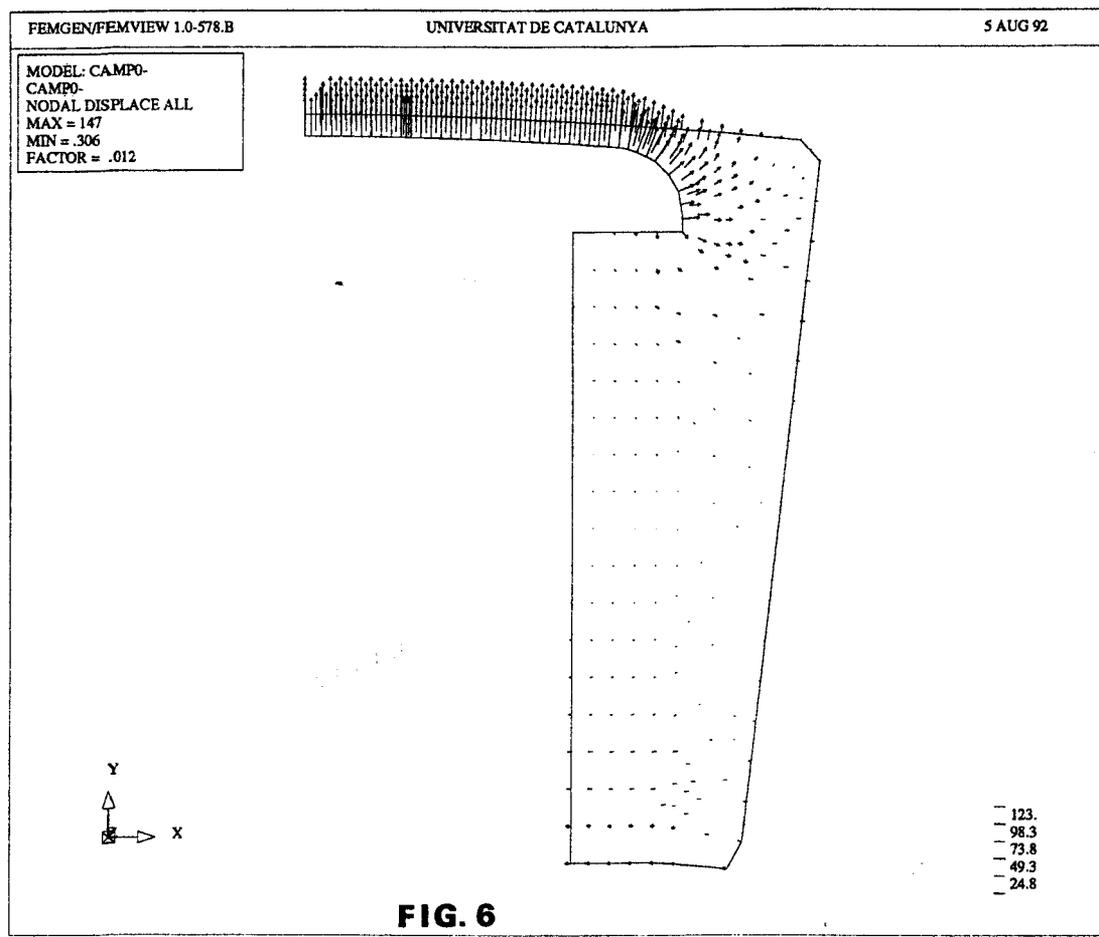
- [1] Introducción al Cálculo de Grandes Máquinas Sincrónicas de Polos Salientes - IMPSA - Div. Generadores, Estudios Electromagnéticos (Ing. Eduardo Guerra, Fernando Graffigna, Mario Colpachi).
 - [2] Applied Finite Element Analysis, L. Segerlind, Jhon Wiley & Sons. Inc.
 - [3] Ondas electromagnéticas y Sistemas Radiantes, E. Jordan, K. Balmian.
 - [4] Numerical Methods in Finite Element Analysis, Bathe - Wilson.
 - [5] Cálculo Numérico Fundamental, Deminovich Maron
 - [6] Electromagnetismo, Jhon Kraus, Mc Graw Hill
-



MAX = .124E4
MIN = -72

LINEAS ISOPOTENCIALES





representacion vectorial del campo magnetico